UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

AMANDA DE SOUZA ALBUQUERQUE

LINGUAGEM MATEMÁTICA: conhecimentos e usos de simbologias na interpretação de problemas

JUAZEIRO, BA

2019

AMANDA DE SOUZA ALBUQUERQUE

LINGUAGEM MATEMÁTICA: conhecimentos e usos de simbologias na interpretação de problemas

Dissertação apresentada à Coordenação local do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/UNIVASF, campus Juazeiro como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Beto Rober Bautista Saavedra
Coorientadora: Prof. Dra. Iracema Campos Cusati

JUAZEIRO, BA

2019

Albuquerque, Amanda Souza
A345l **Linguagem matemática: conhecimentos e usos de simbologias na interpretação de problemas** / Amanda Souza Albuquerque – Juazeiro - BA, 2019.
xiv, 72 f.; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro-BA, 2019.

Orientador: Prof. Dr. Beto Rober Bautista Saavedra.
Co-orientador: Profa. Dra. Iracema Campos Cusati.

1. Matemática – Estudo e Ensino. I. Título. II. Saavedra, Beto Rober Bautista. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510.07

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Márcio Pataro CRB - 5 / 1369.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO

Amanda de Souza Albuquerque

LINGUAGEM MATEMÁTICA: conhecimentos e usos de simbologias na interpretação de problemas

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Aprovada em: 24 de maio de 2019.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Beto Rober Bautista Saavedra, PROFMAT/UNIVASF

Lucília Batista Dantas Pereira
Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira, PROFMAT/UNIVASF

Iracema Campos Cusati
Profa. Dra. Iracema Campos Cusati, COLEG. MAT./UPE

Adriana Cavalcanti dos Santos
Profa. Dra. Adriana Cavalcanti dos Santos, CEDU/UFAL

À minha mãe, Raimunda Castro, pela fonte de vida, amor, carinho e dedicação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, o senhor do Universo, pela vida e saúde;

À minha família, em especial meus pais, Antônio Malan e Raimunda Castro, que sempre estiveram comigo, e que me ensinaram a ser uma mulher forte e um ser humano íntegro;

Ao meu orientador, Professor Dr. Beto Rober, por todo entusiasmo enquanto orientador e principalmente professor, sua empolgação me inspira;

À professora Dra. Iracema Cusati, minha coorientadora, que além de excelente orientadora é um exemplo de professor e humano, pelo auxílio, incentivo, dedicação e atenção, sua contribuição foi essencial;

Ao IMPA e à SBM, especial ao PROFMAT, por proporcionarem o programa para professores do Ensino Básico se qualificarem e contribuírem para a melhoria do ensino de matemática em todo o país;

Ao corpo de professores desta Universidade, em especial prof. Dr. Lino Marcos, por ter contribuído de forma direta na minha formação;

Aos meus colegas de turma, em especial Rivânia Oliveira, pela torcida, amizade, companheirismo e ensinamentos;

Aos meus amigos, em especial Naedja Guedes, nós sabemos a batalha que foi preciso vencer, sem seu apoio não teria cursado o mestrado;

Aos estudantes envolvidos na pesquisa, pelo comprometimento ao desenvolver as atividades sugeridas;

À banca examinadora pelas contribuições e correções deste trabalho.

" A educação tem raízes amargas, mas os seus frutos são doces. ”

Aristóteles

RESUMO

A utilização de registros de representações semiótica no ensino da matemática influencia no processo de ensino aprendizagem, podendo facilitar a compreensão do conteúdo ou aumentar o grau de dificuldade dos estudantes, de acordo com o nível de conhecimento que estes têm no uso de signos e símbolos. Nessa perspectiva, essa pesquisa analisou a influência da simbologia na aprendizagem matemática em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública de Petrolina - PE. Para tanto, foram utilizados dois instrumentos: 1) uma lista de atividades composta de nove problemas de conteúdos diversos com questões de linguagem, representação e contextualização; e, 2) um questionário cujas questões versam sobre as dificuldades de aprendizagem em matemática e o conhecimento da simbologia matemática. Os resultados mostraram que 44 % e 70 % dos participantes da pesquisa têm dificuldade em compreender conceitos de linguagem e signos matemáticos, respectivamente, mesmo julgando-os como importante. Por outro lado, os estudantes apresentaram um melhor desempenho na resolução de questões contextualizadas, permitindo inferir que a habilidade na resolução de questões do cotidiano tem pouco significado para a resolução de questões na matemática formal em sala de aula, sobretudo se estas não estiverem associadas. Diante dos resultados obtidos, conclui-se que, na prática docente escolar, é essencial a ênfase na resolução de problemas a partir da seleção de atividades que envolvam situações cotidianas nas quais os alunos possam associá-las aos conteúdos trabalhados em sala de aula.

Palavras-chave: Simbologia matemática. Linguagem matemática. Aprendizagem. Resolução de problemas.

ABSTRACT

The use of registers of semiotic representations in the teaching of mathematics influence in the process of teaching learning can facilitate the understanding of the content or increase the degree of difficulty of the students, according to the level of knowledge they have in the use of signs and symbols. In this perspective, this research analyzed the influence of symbology in mathematical learning in groups of the 8^{th} year of elementary school, in a public school in Petrolina – PE. To do so, two instruments used: 1) a list of activities with-posta of nine problems of diverse contents with questions of language, re-presentation and contextualization, and 2) a questionnaire whose questions are about the difficulties of learning in mathematics and the knowledge of mathematical symbology. The results showed that 44 % and 70 % of the participants of the research have difficulty understanding concepts of language and mathematical signs, respectively, even judging them as important. On the other hand, students presented a better performance in solving contextualized questions, allowing infer that the ability to solve daily questions has little meaning for the resolution of questions in formal mathematics in the classroom, especially if these are not associated. In view of the results obtained, it concluded that, in school teaching practice, it is essential to focus on problem solving through the selection of activities involving everyday situations in which students can associate them with the contents worked in the classroom.

Key words: Mathematical symbology. Mathematical language. Learning. Troubleshooting.

LISTAS DE FIGURAS

LISTAS DE GRÁFICOS

LISTAS DE TABELAS

LISTAS DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

aC	Antes de Cristo
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Cos.	Cosseno
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
IREM	Instituto de Pesquisa em Educação Matemática
log.	Logaritmos
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional Em Matemática Em Rede Nacional
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
Sin.	Seno
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

LISTA DE SÍMBOLOS

+	Sinal de Aritmética: Adição
-	Sinal de Aritmética: Subtração
×	Sinal de Aritmética: Multiplicação
:	Sinal de Aritmética: Divisão
%	Porcentagem
Π	Número pi
>	Maior
<	Menor
i	Unidade imaginária
√	Radical
$\frac{d}{dx}$	Diferenciação
=	Igual
≠	Diferente
||	Paralelo
⊥	Perpendicular
≅	Isomorfismo
~	Equivalência
∈	Pertence
∪	União
$\mathbb{Z}$	Números Inteiros
$\int y dx$	Integral
$f(x)$	Função

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No processo de formação, na universidade, percebi que números, letras e símbolos se encaixam em equações e fórmulas, sendo possível expressar e desenvolver ideias a partir dessa combinação. As fórmulas e equações são cheias de significados e a sua leitura permite compreender regras e conceitos próprios da matemática. A estrutura da matéria, a lógica, as demonstrações, tudo faz sentido após a compreensão dessa linguagem cifrada. Tal compreensão só foi possível depois que tive a oportunidade de estudar as teorias matemáticas, decodificando cada equação que me era apresentada.

Porém, ao iniciar a prática docente, percebi que a maioria dos estudantes que compunha as turmas as quais assumi não compreendia essa linguagem cifrada que tanto me encantava, sendo, portanto, um dos principais fatores de insucesso na aprendizagem dos conceitos matemáticos, sobretudo quando proposto como resolução de situações-problema. No 8º ano do Ensino Fundamental, por exemplo, quando são introduzidos os conceitos relativos à álgebra na resolução de problemas, os alunos demonstram não compreender o significado da linguagem simbólica utilizada e, consequentemente, têm dificuldade em assimilar os conteúdos lógicos envolvidos. Segundo alguns, a matemática sem a inserção de letras é mais interessante e menos complicada.

Sob a ótica histórica, essas dificuldades dos estudantes não surpreendem. Duval (2004) diz que a evolução da matemática resultou do aprimoramento de sua simbologia, sendo apoiado por Boyer (1974, p.3) que afirma que “o homem difere de outros animais de modo mais acentuado pela sua linguagem, cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato”, admitindo que “se o problema da linguagem não fosse tão difícil, talvez sistemas rivais do decimal tivessem feito maiores progressos” (BOYER, 1974, p. 3).

Seguindo essa lógica, é relevante pontuar que as manifestações humanas se apresentam em várias formas de linguagem; na Matemática, enquanto ciência, não é diferente das outras manifestações culturais. Lorenzato (2008, p.43) defende essa ideia quando afirma que “a matemática também possui uma linguagem própria que se apresenta com seus termos, símbolos, tabelas, gráficos, entre outros”. Nesse contexto, o professor de matemática precisa ensinar a linguagem matemática, conhecimento essencial e elementar dentro da ciência, utilizando estratégias metodológicas e situações didáticas intencionalmente comprometidas com os propósitos curriculares. A ausência desse conhecimento na formação inicial do estudante gera uma série de dificuldades de aprendizagem ao longo da educação básica, que pode comprometer o sucesso profissional do indivíduo.

Os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), criado a partir das notas obtidas no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)e o fluxo escolar, são um parâmetro relevante para avaliar quais as competências e habilidades estão sendo desenvolvidas nos estudantes que estão saindo das etapas da educação básica e ingressando na seguinte, uma vez que a prova de matemática aplicada no SAEB é baseada em resolução de questões, exigindo do estudante o conhecimento da simbologia matemática. Reforçando o desempenho dos estudantes no SAEB, os últimos dados divulgados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA – sigla em inglês para *Programme for International Student Assessment*) mostram que os estudantes brasileiros não estão desenvolvendo competências necessárias à resolução de problemas envolvendo simbologia simples, o que sugere práticas pedagógicas inadequada no ensino dessa ciência.

Na perspectiva de dirimir tal problema, o Ministério da Educação (MEC), por meio das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)1, enuncia que a representação e a comunicação são duas das principais competências a serem desenvolvida nos estudantes na Ciências da Natureza e Matemática, cabendo ao sistema educacional e ao docente criar estratégias para incluir em suas aulas conhecimentos que contemplem tais competências (BRASIL, 2002).

Diante dessas considerações, e tendo como referência os índices de avaliação da aprendizagem em matemática na Educação Básica, essa pesquisa traçou como principal objetivo analisar a influência da simbologia como fator de compreensão ou insucesso na aprendizagem matemática, em turmas de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública na cidade de Petrolina - PE, relacionando as dificuldades e aprendizagem dos conceitos matemáticos às dificuldades de compreensão da linguagem simbólica, e a linguagem matemática à língua materna.

Aplicada em uma turma com 36 estudantes, com a utilização de dois instrumentos: 1) uma lista contendo nove problemas de diversos conteúdos, com questões de linguagem, de representação e de contextualização; e, 2) um questionário cujas perguntas versam sobre as dificuldades de aprendizagem em matemática, com questões direcionadas a possibilitar a inferência de afinidade dos alunos com esta disciplina.

Os dados obtidos foram sistematizados e analisados de forma qualitativa, na tentativa de se estabelecer relações entre os resultados encontrados na solução de situações-problema e a dificuldade de compreensão dos conceitos matemáticos e/ou de compreensão da linguagem matemática e de sua simbologia. Pela amplitude de enfoques dados à linguagem matemática, irei me deter à simbologia e aos registros de representação semiótica.

Os registros de representação semiótica, possuem uma importância primordial, visto que seu desenvolvimento foi uma condição histórica essencial para a evolução do pensamento matemático (DUVAL, 2003). Além disso, existe uma grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática, o que exige uma mobilidade simultânea de, pelo menos, dois registros de representação, ou a possibilidade de trocá-los a todo momento.

O trabalho está dividido em capítulos, sendo iniciado com uma fundamentação teórica, em que é exposto conceituação sobre a simbologia matemática e a importância dela para a evolução dos conceitos dessa ciência. Para tanto, o estudo do capítulo inicia com a definição de linguagem, seguida pela definição da linguagem matemática, especificamente. Nesta etapa, são abordados o universalismo, o formalismo e abstração do pensamento, aspectos característicos deste tipo de linguagem. Em seguida, é analisada a evolução histórica da simbologia, fechando o capítulo com a exposição sobre os registros de representação semiótica.

O terceiro capítulo direciona o percurso metodológico, trazendo as questões de pesquisa, os objetivos e a metodologia adotada. Em seguida, o quarto capítulo traz a apresentação e análise dos dados obtidos na pesquisa dispostos em gráficos e quadro, possibilitando melhor visualização das informações.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – SIMBOLOGIA MATEMÁTICA X LINGUAGEM MATERNA

O uso e domínio da linguagem nas diversas atividades do dia a dia e a sua correlação com a desenvolvimento da aprendizagem nas diversas linguagens de áreas específicas da ciência é tema de pesquisas divulgadas em teses, dissertações e artigos científicos (FEIO, 2009; FREITAS, 2015; MODEL, 2005; VALLILO, 2018; MONTEIRO, 2015; CARVALHO, 2015; OBST, 2015; SILVEIRA, 2017; SILVA, 2013; ROCKENBACH, 2013), que estão disponíveis em banco de dados de universidades e no catálogo de dissertações e tese da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Com uma revisão sistemática, usando as palavras-chave linguagem matemática, simbologia matemática, resolução de problemas e representação semiótica, utilizando como filtros, educação matemática, matemática e ensino de matemática, é possível cooptar um número expressivo de trabalhos. Diante da seleção realizada, foi selecionado seis trabalhos para fundamentar essa pesquisa, apresentados no quadro 1.

Quadro 1 – Tese e Dissertações disponíveis no catálogo da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), publicados entre 2011 e 2017.

Referência	Título	Objetivos
Morais e Silveira (2017)	A linguagem matemática na aprendizagem da média aritmética.	Analisar a linguagem matemática na aprendizagem da média aritmética.
Carvalho (2015)	Simbologia Algébrica: a questão do “x” sob o olhar de estudantes de um curso Pró-Técnico	Investigar interferências presentes no desenvolvimento do processo de construção do conhecimento da Matemática a partir da introdução da simbologia algébrica nas séries finais do Ensino Fundamental.
Freitas (2015)	Língua materna e linguagem matemática: influências na resolução de pro-	Despertar no aluno o hábito de leitura e interpretação dos enunciados de pro-

	blemas matemáticos.	blemas matemáticos, bem como da leitura de forma geral e ajudá-los na compreensão dos termos utilizados tanto na Linguagem Matemática quanto na Língua Materna, sejam este com um mesmo sentido ou não.
Monteiro (2015)	Sentidos e significados para uma abordagem semiótica em educação matemática: uma análise sobre as discussões das interpretações do Paradoxo de Zenão.	Compreender como diferentes interpretações, ou, mais geralmente, como um olhar para o desenvolvimento simbólico da matemática com base na semiótica, podem contribuir para a Educação Matemática.
Obst (2015)	Resolução de problemas e linguagem em EJA.	Compreender como ocorre o processo de apropriação de conceitos básicos de matemática e da linguagem escrita por meio da elaboração e resolução de situações-problema pelos estudantes.
Rockenbach (2013)	“Advinha o número”: Número é uma questão de simbologia.	Apresentar algumas propriedades matemáticas, que deve existir no jogo de tabelas que denominamos “Adivinha número”, e demonstrar de maneira didática, como o estudo de su-

		as propriedades permite introduzir os números binários em relação aos números decimais.

Fonte: Própria Autora (2019).

Entre os trabalhos publicados percebe-se uma preocupação com relação à dificuldade dos estudantes em leitura e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos, uma vez que este é um problema que é constatado em todas as etapas da educação básica, configurando-se como um fator relevante na avaliação do fracasso escolar na disciplina de matemática.

Diante desse cenário, pesquisas que possam contribuir para o desenvolvimento da leitura e interpretação de enunciados de problemas matemáticos e símbolos matemáticos, bem como avaliar as dificuldades encontradas pelos alunos com relação à Linguagem Matemática são necessárias. Nessa direção, é imperativo verificar quais as atitudes e os procedimentos dos alunos diante de questões que envolvam resolução de problemas matemáticos em enunciados que foquem situações diversas, podendo, dessa maneira pensar em estratégias que os auxiliem na compreensão de conceitos.

2.1 AS DIFICULDADES EM APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A opinião sobre a matemática ser uma disciplina de difícil apreensão parece ser um consenso entre boa parte dos estudantes da educação básica, o que pode estar associado à forma abstrata e desinteressante por meio da qual ela é ensinada, contribuindo para aumentar os índices de reprovação na disciplina e, consequentemente, desempenho insuficiente em avaliações que objetivam avaliar as habilidades e competências desenvolvidas nessa fase da formação (CARVALHO, 2015; PIMENTEL, 2015; TINOCO, 2016, CARVALHO et al., 2017).

O governo federal, por meio do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), utiliza o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) como instrumento para avaliar o aprendizado dos estudantes; essa avaliação juntamente com os dados da aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, compõe o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Além desses, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) faz um panorama dos conhecimentos, habilidades e competências que os estudantes desenvolveram ao longo de toda a formação da educação básica, contemplando conteúdos de todas as áreas do conhecimento, organizados em eixos temáticos (BRASIL, 2017), além de ser utilizado como instrumento de acesso ao ensino superior.

Ao longo dos anos de aplicação do SAEB, desde 1990, os dados revelam um baixo rendimento dos estudantes em Matemática, sugerindo deficiência no desenvolvimento das habilidades matemáticas necessário ao bom desempenho da disciplina em séries posteriores à série de avaliação. O resultado do IDEB nos Anos Finais do Ensino Fundamental em 2017, apesar de apresentar um crescimento, continua abaixo da projeção que era de 5.0 pontos, passando de 4.5, em 2015, para 4.7 em 2017 (BRASIL, 2018).

Para o estado de Pernambuco, o resultado das escolas da rede estadual em 2015 foi de 4.1, e em 2017, 4.5, superando as metas que eram de 3.6 e 3.9, respectivamente. Na cidade de Petrolina – PE, onde a escola participante da pesquisa está localizada, o resultado de 2015 foi 4.3 e em 2017, 4.6, superando as projeções de 3.9 e 4.2, respectivamente. Os dados do IDEB da escola para 2013 foram satisfatórios, com a meta alcançada, o que não ocorreu nos anos de 2015 e 2017, em que os resultados ficaram abaixo dos resultados obtidos no município, no estado e no Brasil, como pode ser observado no quadro 2.

Quadro 2 - Resultado versus metas projetadas para o IDEB da escola participante do estudo nos de 2011 a 2017.

IDEB observado					**Metas Projetadas**				
2009	**2011**	**2013**	**2015**	**2017**	**2009**	**2011**	**2013**	**2015**	**2017**
2.4	2.9	3.4	3.8	3.9	2.6	3.0	3.4	3.9	4.1

Fonte: INEP (2018).

Diante de resultados concretos como são os dados do IDEB, questionamentos sobre quais seriam os possíveis fatores que contribuíram para o insucesso na disciplina de matemática, projetada nos dados 2015 e 2017, e as respostas são subjetivas, como salienta Sanchez (2004), quanto aponta o desenvolvimento cognitivo e construção da experiência matemática, incluindo a inexperiência com as noções básicas e princípios numéricos, a falta de domínio da numeração em relação à prática das operações básicas, à pouca ou ausência de compreensão do significado das operações. Ele continua afirmando que o fracasso escolar na matemática pode estar associado ao:

> Dificuldades na resolução de problemas, o que implica na necessidade de compreender o problema, capacidade e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente. Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática. Essas questões com o tempo podem dar lugar ao fenômeno da ansiedade para com a matemática e que sintetiza o acúmulo de problemas que os alunos maiores experimentam diante do contato com a matemática. Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática e ao seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. A hierarquização dos conceitos matemáticos nem sempre é possível para a maior parte dos alunos; a natureza lógica e exata de seus procedimentos se torna muito difícil para alguns alunos; a linguagem e a terminologia utilizadas exigem uma captação, que nem sempre é alcançada por certos alunos, do significado, da ordem e da estrutura em que se desenvolve. Podem ocorrer dificuldades mais essenciais como alterações nas bases neurológicas, atrasos cognitivos generalizados ou específicos, alguns problemas linguísticos que se manifestam no ensino da matemática; dificuldades de atenção e relacionadas às motivações para aprender; dificuldades na memória, entre outras. Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, porque a organização do mesmo não está bem sequenciada, ou não proporciona ao alunado elementos de motivação suficientes; também porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, não se apresentando de forma adequada ao nível de abstração, ou não exercitam habilidades prévias porque a metodologia usada não é motivadora e muito pouco eficaz (SANCHEZ, 2004, p. 23).

Os fatores apontados por Sanchez (2004) descrevem de forma suscita o quadro problemático do processo de ensino e aprendizagem. Porém a linguagem matemática e a incompreensão dos conceitos ganham destaque como fatores de insucesso na aprendizagem da matemática. E, nesse contexto, o ofício do professor de Matemática consiste em fornecer ao aluno condições de compreender a linguagem matemática, de forma a construir o significado das noções que deve aprender e, também, em administrar a progressão das aprendizagens envolvendo seus alunos em atividades instigadoras que promovam e consolidem aprendizagens. Neste caso, cabe ao docente criar e dirigir situações problema ajustadas ao nível e às possibilidades dos alunos, apoiados em teorias que subjazem as atividades de aprendizagem.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) estabelecem que é de fundamental importância que o professor de matemática procure identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações em relação, inclusive, ao que constitui a aprendizagem Matemática. Entretanto, é imperativo que ele conheça a história de vida dos alunos, seus conhecimentos prévios sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais. É premente, todavia, que o professor tenha clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, pois a sua prática em sala de aula, advinda de suas escolhas pedagógicas em relação aos objetivos, conteúdos de ensino, recursos didáticos e formas de avaliação, estão intimamente ligadas a essas concepções.

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: a observação do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); e a relação dessas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a correção entre a observação do mundo real e os princípios matemáticos deve ser estimulado, levando o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (BRASIL, 1997), competências básicas contempladas nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para as Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN +) (BRASIL, 2004).

Toda comunicação verbal deve servir para que ações e intenções possam ser compreendidas pelos outros em situações interativas, na matemática isso não é diferente. Os alunos também se utilizam de representações tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas representações evoluem de formas pictóricas (desenhos com detalhes nem sempre relevantes para a situação) para representações simbólicas, aproximando-se cada vez mais das representações matemáticas. Essa evolução depende de um trabalho do professor no sentido de chamar a atenção para as representações, mostrar suas diferenças, as vantagens de algumas, etc. (BRASIL, 1997)

Um aspecto muito peculiar a este ciclo é a forte relação entre a língua materna e a linguagem matemática. Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que funciona como um elemento de mediação na passagem do pensamento para a escrita, na aprendizagem da Matemática a expressão oral também desempenha um papel fundamental. (BRASIL, 1997). Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos, são atividades importantes para que a linguagem matemática não funcione como um código indecifrável para os alunos. (BRASIL, 1997).

Nessa perspectiva, os PCN+ ressalvam a importância da comunicação em Matemática por ser uma capacidade valiosa como relato, registro e expressão, destacando essa competência como “a representação e a comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento” (BRASIL, 2004, p.113). O mesmo documento salienta, ainda, que a linguagem matemática serve, também, como ferramenta para diversas outras áreas do conhecimento.

Como forma de analisar essas dificuldades, pode-se pensar na teoria dos registros de representação semiótica, desenvolvida por Duval (2003). Na perspectiva do autor, a passagem da língua natural para a linguagem matemática caracteriza uma atividade denominada por ele de conversão. Com base nesse conceito, é que serão analisados os registros produzidos pelos alunos a fim de que se possam apontar quais as principais dificuldades encontradas pelos alunos na passagem da língua natural para a linguagem matemática.

2.2 DEFININDO LINGUAGUEM

Ao longo da História, a linguagem humana tem sido arquitetada de diversas maneiras e utilizada para o processo de evolução do homem na construção do espaço geográfico. Nas concepções da linguagem, ela tem sido usada como representação do mundo e do pensamento, como ferramenta de comunicação como forma de ação e interação entre as sociedades (KOCH, 2003), fortalecendo os laços entre tribos e compartilhando o conhecimento que seria a chave-metra para a evolução científica e tecnológica.

Na primeira concepção, conforme sugere Koch (2003), o homem representa para ele mesmo por meio da linguagem o seu próprio pensamento acerca de seus conhecimentos. Por outro lado, na segunda concepção, em que a linguagem é vista como ferramenta de comunicação, a língua é o meio pelo qual há a comunicação, assim a linguagem assume o papel de transmissão de informações (KOCH, 2003).

Como forma de ação ou interação, a linguagem é encarada como “atividade”, como forma de ação, como lugar de interação que possibilita aos cidadãos a prática dos mais diversos tipos de atos, que vão exigir das semelhantes reações ou comportamentos, levando ao estabelecimento de vínculos e compromissos anteriormente inexistentes (KOCH, 2003). Assim, torna-se necessário definir linguagem e língua tornando clara a diferença entre elas. De acordo com Santaella (2003), a língua que falamos e escrevemos, também chamada de língua nativa, materna ou pátria, é uma forma de linguagem, porém não é a única e exclusiva forma de linguagem.

A aparente dominância da língua materna por vezes se sobrepõe a outras formas de comunicação que o ser humano utiliza, tais como a leitura e/ou produção de formas, volumes, massas, interações de forças, movimentos, imagens, gráficos, sinais, setas, números, luzes, através de objetos, sons musicais, gestos, expressões, cheiro, tato, através do olhar, do sentir e do apalpar. O homem é uma espécie animal tão complexa quanto são complexas e plurais as linguagens que o constitui como ser simbólico, isto é, seres de linguagem.

Santaella (2003, p. 2) acrescenta que:

> Cumpre notar que a ilusória exclusividade da língua, como forma de linguagem e meio de comunicação privilegiados, é muito intensamente devida a um condicionamento histórico que nos levou à crença de que as únicas formas de conhecimento, de saber e de interpretação do mundo são aquelas veiculadas pela língua, na sua manifestação como linguagem verbal oral ou escrita. O saber analítico, que essa linguagem permite, conduziu à legitimação consensual e institucional de que esse é o saber de primeira ordem, em detrimento e relegando para uma segunda ordem todos os outros saberes, mais sensíveis, que as outras linguagens, as não-verbais, possibilitam.

A autora salienta que há uma abundância de linguagens que também se fundam em sistemas sociais e históricos de representação do mundo. Quando é referido a linguagem, refere-se, na verdade, a uma variedade de formas sociais de comunicação, representação e de significação entrelaçadas. O homem, na sua inquieta investigação para a compreensão dos fenômenos, revela significações. É no homem e pelo homem que se opera o processo de alteração dos estímulos emitidos pelos objetos do mundo em signos ou linguagens – produtos da nossa consciência. Nesse sentido, a linguagem engloba sistemas aparentemente desumanos, como a linguagem binária utilizadas pelas máquinas na comunicação entre estas e o homem, como é o caso do computador, até a linguagem da natureza, dos sinais de energia vital do corpo, ou mesmo a linguagem do silêncio (MODEL, 2005).

Estas perspectivas teóricas estão respaldadas nos estudos de Vygotsky (1998), quando este afirma que o conhecimento e a aprendizagem não resultam da interação direta dos sujeitos com os objetos, somente, mas de uma interação mediada pela linguagem. Portanto, entende-se que, quando nos referimos à linguagem, além da língua utilizada para falar ou escrever, sugere também uma organização complexa e plural de expressão, representação, comunicação e interação.

2.3 LINGUAGUEM MATEMÁTICA

Existem várias formas de linguagem que devem ser consideradas para a comunicação, entre elas, a artística, a corporal, a gráfica, a escrita, a simbólica, linguagem de sinais entre outras, e cada uma apresenta características próprias. A linguagem científica é um tipo de linguagem que assume particularidade de acordo com a área em que é expressa. Assim como nas outras ciências, na Matemática é utilizada uma linguagem específica que possibilita a explicação das teorias e favorece a manipulação da informação (LORENZATO, 2008).

De acordo com Granell (2003) a linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras; esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza, sendo a apropriação desse conhecimento indissociável ao processo de construção do conhecimento matemático. Portanto, a transposição da linguagem natural para uma linguagem formalizada específica da disciplina é essencial para o melhor entendimento dos conteúdos matemáticos em sala de aula, que será utilizada na leitura, na interpretação e no registro de símbolos associados a conceitos específicos.

A linguagem matemática apresenta particularidades que podem significar obstáculo no processo de ensino aprendizagem. O uso de palavras herméticas, que quando utilizada na Matemática têm um significado e fora dela tem outro (volume, área, diferença, produto entre outros) (FEIO, 2009); e a sua codificação por meio de símbolos, gráficos e expressões algébricas. Tais particularidades devem ser consideradas como fatores que potencializam a importância de aprender a linguagem matemática, uma vez que, sendo ela uma ciência exata, cada palavra e/ou símbolo possui um significado preciso. Esse é um dos motivos pelo qual seus conteúdos são inseridos gradualmente na escola.

No início da vida escolar a criança começa a aprender os conceitos de maior/menor, grande/pequeno, cheio/vazio, mais/menos e a ordenar os números. Nessa fase, a Matemática é facilmente assimilada porque ela está inserida no dia a dia da criança. À medida que os estudos matemáticos avançam, os conceitos e conteúdos se tornam mais difíceis e, dessa maneira, a Matemática trabalhada na escola se distancia cada vez mais da Matemática do cotidiano tornando-se mais abstrata, sendo indispensável a compreensão da simbologia matemática para o sucesso do aprendizado.

Partindo desse pressuposto, a transição do concreto para o abstrato no ensino da matemática precisa ser feita por meio de estratégia que facilitem a compreensão desses novos conceitos por parte do estudante. O uso de letras com números frequentemente é citado como um fator que dificulta a compreensão do conteúdo, reforçando a importância do ensino da simbologia para que o aluno consiga avançar nas séries escolares com as habilidades e competências necessárias ao sucesso escolar.

Nessa linha de raciocínio, Boyer (1974, p.3) afirma que “o homem difere de outros animais de modo mais acentuado pela sua linguagem, cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato”, o que sugere uma evolução e, para tanto, a adoção de uma linguagem própria com símbolos (signos) que não estão presentes na linguagem materna. Diante disto, pode-se supor que a compreensão da simbologia matemática é primordial para que o pensamento abstrato seja eficiente.

Os PCN+ abordam essa ideia defendendo que:

> O domínio de linguagens, para a representação e a comunicação científico tecnológicas, é um campo comum a toda a ciência e a toda a tecnologia, com sua nomenclatura, seus símbolos e códigos, suas designações de grandezas e unidades, boa parte dos quais já incorporada à linguagem cotidiana moderna. A articulação dessa nomenclatura, desses códigos e símbolos em sentenças, diagramas, gráficos, esquemas e equações, a leitura e interpretação destas linguagens, seu uso em análises e sistematizações de sentido prático ou cultural, são construções características dessa área de conhecimento, mas hoje integram um instrumental igualmente necessário para atividades econômicas e para o pensamento social. Por isso, o desenvolvimento de códigos e linguagens em ciência e tecnologia deve ser tomado como um aspecto formativo de interesse amplo, ou seja, no ensino de cada disciplina científica, esse desenvolvimento não está somente a serviço dessa determinada ciência ou das ciências, mas sim promovendo uma competência geral de representação e comunicação (BRASIL, 2004, p. 24).

Nessa perspectiva, o uso de linguagem específica para a compreensão de teorias não é exclusivo da matemática; está presente em todas as áreas do conhecimento sendo essencial à aplicação, entendimento e evolução da ciência e tecnologia. Na Matemática, a modernização da ciência e o desenvolvimento de pesquisas na área de didática matemática a partir da década de 1960 fomentou maior valorização da linguagem específica para essa área do conhecimento, aproximando a Matemática escolar da Matemática pura (BRASIL, 1998).

No entanto, a teorização excessiva dos conteúdos resultou no aumento da dificuldade de entendimento, em especial por aqueles das séries iniciais do Ensino Fundamental, realidade que se perpetua em todas as etapas da educação básica, em nos diferentes sistemas educacionais. Nesse sentido, D’Ambrosio (1998) afirma que:

> A matemática dos sistemas escolares é congelada. São teorias em geral antigas, desligadas da realidade. Foram concebidas e desenvolvidas em outros tempos, outros espaços. Será que essa matemática, que chamamos de acadêmica, é importante para todos os povos? Sem dúvida. A sociedade moderna não funciona sem essa matemática, a tecnologia moderna não se aplica sem essa matemática, as teorias científicas não podem ser trabalhadas sem essa matemática. Mesmo as artes e as humanidades estão impregnadas dessa matemática (D'AMBROSIO, 1998, p. 3).

Os problemas apresentados pelo autor são resultado de práticas pedagógicas pouco eficazes no ensino da disciplina, que foram perpetuadas e precisam ser reavaliadas. Seguindo essa ideia, na década de 80 destacou-se como o foco do ensino da Matemática a necessidade de se compreender a relevância de aspectos sociais, antropológicos e linguísticos, na aprendizagem da Matemática e isso levou a uma ampla discussão sobre as práticas didáticas de ensino da Matemática. Uma das propostas lançadas foi a ênfase na resolução de problemas, destacando-se o Programa Etnomatemática.[1]

A ênfase na resolução de problemas envolvendo situações do cotidiano pressupõe a capacidade de compreender, analisar, tomar decisões, estabelecer estratégias de ação, interpretar e dominar a linguagem simbólica própria da Matemática. Nessa direção, Viali e Silva (2007) defendem que o uso da linguagem simbólica na resolução de problemas é recente e, para a sua plena compreensão, são necessários esforços, maturidade e o desenvolvimento de capacidades e habilidades.

De acordo Menezes (2000 apud ZUCHI, 2011), a matemática é uma área de vasto saber e, portanto, é natural que seja pródiga em vários aspectos, entre eles possuir linguagem própria, o que, em alguns momentos históricos, se confundiu com a própria matemática. A linguagem matemática, assim como a música e a arte, apresenta uma universalidade, exigindo conhecimento bem sedimentado para e alicerces rígidos por ser uma ciência exata, exigindo um rigor matemático em sua aplicação. Além do rigor, o aspecto utilitário e a importância para a comunicação são evidenciados pela universalidade da linguagem matemática (KLÜSENER, 2001).

Segundo Silveira (2005), um dos fatores que gera dificuldade na compreensão da linguagem matemática é a economia de símbolos para se dizer muito de um

---

[1] A etnomatemática é um termo que surgiu na década de 1970, e baseia-se em críticas sociais relacionadas ao ensino tradicional da matemática. Cunhada com a junção dos termos *techné*, *mátema* e *etno*, esta proposta educacional defende que a matemática deve ser explicada e entendida dentro de um contexto cultural próprio, tendo Ubiratan D'Ambrósio como precursor e idealizador no Brasil.

determinado elemento matemático. Na sentença A = $\{x \in \mathbb{Z}/-3 \leq x \leq 3\}$, o uso de símbolos diferentes pode gerar grande dificuldade para aqueles que não têm o domínio da linguagem matemática, reforçando, desse modo, a concepção errônea de que as pessoas que compreendem e manipulam a simbologia matemática são gênios, porque símbolos e fórmulas matemáticas são difíceis. Entretanto, se forem estabelecidos elementos primordiais e estudo eficaz, é possível estabelecer uma comunicação eficiente (ZUCHI, 2011).

Por conseguinte, na escola a linguagem representa um grande papel na aprendizagem, pois ela é o meio pelo qual o aluno aprende. O professor, por sua vez, é parte importante no elo entre a linguagem matemática e a linguagem materna, mostrando a sua significação, importância e aplicação. Como afirma Boyer (1974, p.3) “Se o problema da linguagem não fosse tão difícil talvez sistemas rivais do decimal tivessem feito maiores progressos. ” A simbologia matemática só tem sentido se as combinações dos símbolos tiverem algum significado para quem os estiver lendo. Para que ocorra a comunicação, é necessário que o professor traduza a linguagem simbólica matemática para a língua materna e vice-versa, de forma clara e objetiva, evitando, assim, interpretações e conclusões equivocadas por parte dos alunos. (FLORÊNÇO JÚNIOR, 2014).

Granger (1974, p. 135) afirma que:

> Toda prática poderia ser descrita como uma tentativa de transformar a unidade da experiência em uma unidade de uma estrutura, mas essa tentativa comporta sempre um resíduo. A significação nasceria das alusões a este resíduo. (...) na prática que os elabora, os elementos e as relações de uma estrutura abstrata são necessariamente associações de signos; estes, inicialmente, remetem, pois em princípio a um conjunto de noções abstratas.

Para o autor, os símbolos *per si* não mostram de modo explícito os seus significados. A simbologia da expressão $A \cup B$ por exemplo, não traz explicitamente o significado de união de dois conjuntos, nem tampouco esclarece o que é união. Nesse sentido é que o autor afirma existir sempre um resquício subjacente à simbologia de uma linguagem formalizada como a da Matemática. Para este ponto de vista, os símbolos matemáticos adquirem significados para o aluno a partir do momento em que ele consegue compreender os sentidos que estão ausentes na linguagem codificada da Matemática (GRANGER, 1974).

Ao falar sobre o estilo da linguagem matemática, Granger (1974, p. 141) assegura que “todo matemático utiliza a linguagem matemática em simbiose com sua língua natural”, ou seja, é por meio da oração do professor que se constitui a comunicação com os alunos a fim de que estes compreendam a escrita simbólica, codificada e formalizada da linguagem matemática. Partilhando dessa ideia, Machado (2003,) afirma que:

> Entre a Matemática e a língua materna existe uma relação de dependência mútua. Ao considerarem-se esses dois temas enquanto componentes curriculares, tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. É necessário conhecer a essencialidade dessa impregnação e tê-la como fundamento para a proposição de ações que visem à superação das dificuldades com o ensino de Matemática (MACHADO, 2003, p. 10).

Nessa perspectiva, as dificuldades com o ensino e a aprendizagem da Matemática podem ser minimizadas se forem dadas a importância à essencialidade da impregnação recíproca entre a língua materna e a linguagem matemática. Segundo Zuchi (2011), o excesso de simbologia gera dificuldades desnecessárias para o aluno, contribuindo para que ele não compreenda a ideia representada pelo símbolo, gerando insucesso no processo de apreensão do conhecimento matemático.

2.4 EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA SIMBOLOGIA MATEMÁTICA

O desenvolvimento da notação matemática está intimamente ligado à evolução geral dos conceitos e métodos matemáticos, sendo construida ao longo de vários milênios concomitantemente ao pensamento humano, tendo seus registros aprimorados e tornando-se mais abstrata, fomentando mutações em sua representação/simbologia até chegar à simbologia utilizada hoje (BOYER, 1974).

Os primeiros símbolos matemáticos eram sinais para a representação de números - cifras, cuja aparência aparentemente precedia a introdução da linguagem escrita. Os sistemas mais antigos de numeração - os babilônios e os egípcios - datam de cerca de 3500 a.C; entretanto, os símbolos matemáticos para quantidades arbitrárias apareceram muito mais tarde (dos séculos V e IV aC) na Grécia. Quantidades arbitrárias (áreas, volumes, ângulos) foram representadas pelos comprimentos das linhas e o produto de duas dessas grandezas foi representado por um retângulo com lados representando os respectivos fatores.

Nos Elementos de Euclides (século 3 a. C), as quantidades são indicadas por duas letras, as iniciais e finais do segmento correspondente e, às vezes, por uma letra. Datado de Arquimedes (287-213 aC), o último dispositivo tornou-se padrão, que poderia terevoluido para um cálculo de letras, entretanto na matemática da Antiguidade clássica nenhuma operação foi realizada em letras, e o cálculo de uma carta não se materializou (GIOVANNI, 1998).

Historicamente, há vestígios que o uso de letras do alfabeto para representar termos matemáticos começou com o grego Hipócrate de Quios (460-380 a. C.), numa obra que foi precursora de *Os Elementos* de Euclides. Ele usou letras gregas para indicar pontos e retas. Com essa generalidade de representação a geometria conseguiu atingir uma organização lógica e axiomática como mostra o livro de Euclides. (ZUCHI, 2011). Os cálculos com letras são mais numerosos nos autores hindus do que nos gregos. Os árabes do Oriente empregavam símbolos algébricos a partir da publicação da obra aljabr aljabr Wa'l muqãballah de al-Khowarizmi (século IX), e os árabes do Ocidente, a partir do século XII; no século XV, Alcalsâdi introduziu novos símbolos (GIOVANNI, 1998 apud ZUCHI, 2011).

No campo da álgebra a simbologia matemática levou bastante tempo para se desenvolver. Na Babilônia e no Egito, por exemplo, os problemas algébricos eram resolvidos verbalmente. Os egípcios associavam o valor desconhecido, a incógnita, de quantidade ou monte, fazendo assim relação com aritmética (BOYER, 1974). Os rudimentos da notação e cálculo das letras, por sua vez, surgiram na era pós-helenística, graças à liberação da álgebra de seu cenário geométrico. Diofanto de Alexandria, grego, (provavelmente do século 3 d. C.) foi o primeiro matemático a usar uma simbologia algébrica; ele publicou *Arithmetica,* na qual apresentava sua simbologia composto de abreviações. O sistema de simbologia apresentado por Diofanto apresenta bastante falhas, que foram aprimoradas por outros matemáticos ao longo dos anos (ZUCHI, 2011).

Vários séculos depois, os índios, que haviam desenvolvido uma álgebra numérica, introduziram vários símbolos matemáticos para várias incógnitas (abreviações para os nomes das cores, que denotavam os desconhecidos), o quadrado, a raiz quadrada e o subtraendo. Assim, a equação

$$3x^2 + 10x - 8 = x^2 + 1$$

foi escrito na notação de Brahmaputra (sétimo século) como segue:

$ya\ va\ 3\ ya\ 10\ ru\ 8$

$ya\ va\ 1\ ya\ 0\ ru\ 1$

(ya - de yavat - tavat, desconhecido; va - de varga, número quadrado; ru - de rupa, um termo sem moeda de rupia; um ponto acima de um número denota subtração).

Já no período do Renascimento, a criação de símbolos algébricos modernos remonta aos séculos XIV e XV; foi condicionado por conquistas na aritmética prática e no estudo de equações. (BOYER,1974). Símbolos para várias operações e para poderes de uma quantidade desconhecida apareceram espontaneamente em diferentes países. Muitas décadas se passaram até que um símbolo específico fosse aceito como conveniente para cálculos. (BOYER,1974)

No final do século XV, Nicolas Chuquet e Luca Pacioli (Fra Luca Pacioli) usavam os símbolos p e m (do latim mais e menos) para adição e subtração, respectivamente, enquanto os matemáticos alemães apresentavam o moderno + (provavelmente uma abreviação para o latim et). Até o século XVII, podia-se contar com dez símbolos diferentes para multiplicação. A história do signo radical é instrutiva. Seguindo Leonardo Pisano (Leonardo da Pisa) (1220), e até o século XVII, o símbolo RR (do latim "radix", isto é, raiz) foi amplamente empregado para "raiz quadrada". Chuquet denotado quadrado, cubo, etc., raízes por RR^2, RR^3, etc. (BOYER,1974, p. 202)

Para raízes de ordem superior, alguns estudiosos simplesmente repetiram esse símbolo; outros escreveram uma letra adequada após o símbolo (uma abreviação do nome do expoente), e outros ainda inscreveram uma figura adequada em um círculo ou entre parênteses ou colchetes a fim de distingui-la do número sob o signo radical (a linha horizontal sobre o radicando foi introduzido por René Descartes(1596 – 1650). Somente no início do século XVIII tornou-se costume escrever o expoente acima da abertura do signo radical; a primeira aparição desta convenção, porém, foi muito anterior (usado por Albert Girard em1629). Assim, a evolução do signo radical se estendeu por quase 500 anos. (BOYER,1974)

O francês François Viète (1540-1603), entre tantas outras contribuições à matemática, especialmente no campo da álgebra, contribui com uma das mais revolucionárias ideias, o uso de vogais maiúsculas para representar as quantidades variáveis (as incógnitas) e de consoantes maiúsculas para representas as constantes (os coeficientes). Na notação que utilizamos hoje, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, era representada da seguinte forma $BA^2 + CA + D = 0$, $B \neq 0$. Viète, então, foi o criador de fórmulas algébricas (ZUCHI, 2011).

Descartes (1637) deu à notação algébrica sua aparência moderna, denotando incógnitas pelas últimas letras do alfabeto x, y, z, e quantidades arbitrárias dadas pelas primeiras letras a, b, c. A ele também é creditado a notação moderna de poderes. Como sua notação oferecia vantagens consideráveis em relação aos seus antecessores, ela rapidamente ganhou reconhecimento universal (BOYER,1974).

René Descartes assim como os seus seguidores Leibniz (1646-1716), Frege (1848-1925), Russel (1872-1970) foram um dos grandes responsáveis pela formalização da matemática. Entretanto, foi com Davis Hilbert (1862-1943) que a formalização da notação matemática atingiu seu auge para ela a formalização da matemática significaria uma aplicação da teoria dos conjuntos. (ZUCHI,2011)

O desenvolvimento posterior de símbolos matemáticos estava intimamente ligado à invenção do cálculo infinitesimal, embora a base já tivesse sido preparada em grande medida na álgebra. Isaac Newton (1643-1727), em seu método de fluxões e fluentes (1666 e posterior), introduziu símbolos para fluxões sucessivas (derivadas) de uma quantidade $x: \dot{x}, \ddot{x}$, e o símbolo o para um incremento infinitesimal. Um pouco antes, John Wallis (1616-1703), em 1655, havia proposto o símbolo ∞ para o infinito. (BOYER,1974).

O criador da notação moderna para o cálculo diferencial e integral foi Gottfried Wilhelm Leibniz. Em particular, foi ele quem inventou os diferenciais modernos dx, d^2x, d^3x e o integral

$$\int ydx$$

Vale ressaltar a vantagem essencial do símbolo integral de Leibniz sobre a proposta de Newton, ou seja, a incorporação do x. A notação de Leibniz $\int ydx$, ao mesmo tempo em que insinua o processo real de construção de uma soma integral, também inclui uma indicação explícita do integrando e da variável de integração (BOYER,1974).

Como resultado, a notação $\int ydx$ também é adequada para escrever fórmulas para transformação de variáveis e é prontamente usada para integrais múltiplas e de linha. A notação de Newton não oferece diretamente tais possibilidades.

Observações similares dizem respeito aos sinais diferenciais de Leibniz, em contraste com os sinais de Newton para fluxões e incrementos infinitesimais.

Leonhard Euler (1707-1783) merece o crédito por uma proporção considerável da notação matemática moderna. Ele introduziu o primeiro símbolo geralmente aceito para uma operação variável, o símbolo da função $f(x)$ (do latim functio = function; 1734). Um pouco antes, o símbolo ϕx havia sido usado por J. Bernoulli (1718). Depois de Euler, os símbolos para muitas funções individuais (incluindo as funções trigonométricas) tornaram-se padrão. (BOYER,1974)

Euler foi também o primeiro a usar as notações e (a base dos logaritmos naturais, 1736), para difundir a notação π (provavelmente do grego περιφερεια, isto é circunferência, 1736; a notação foi emprestada por Euler de Jones.) , e introduzir a unidade imaginária i (do francês "imaginaire", 1777, publicado em 1794), que logo ganhou aceitação universal. (BOYER,1974). Durante o século XIX, o papel da notação tornou-se ainda mais importante~~.~~ À medida que novos campos da matemática eram abertos, os estudiosos se esforçavam para padronizar os símbolos básicos. Alguns símbolos modernos amplamente utilizados só apareciam naquela época: o valor absoluto $|x|$ (K. Weierstrass, 1841), o vetor $\vec{v}$ (Augustin-Louis Cauchy, em 1853), o determinante

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

(Arthur Cayley, em 1841) e outros. Muitas das novas teorias do século XIX, como o cálculo tensorial, não poderiam ter sido desenvolvidas sem uma notação adequada. Um fenômeno característico a esse respeito foi o aumento na proporção relativa de símbolos que denotam relações, tais como a congruência (Carl Friedrich Gauss, em 1801), associação $\in$, isomorfismo $\cong$, equivalência $\sim$, etc. Símbolos para relações de variáveis surgiram com o advento de lógica matemática, que faz uso particularmente extensivo de símbolos matemáticos (BOYER,1974).

Do ponto de vista da lógica matemática, os símbolos matemáticos podem ser classificados sob os seguintes títulos principais: A) símbolos para objetos, B) símbolos para operações, C) símbolos para relações. Por exemplo, os símbolos 1, 2, 3, 4 denotam números, isto é, os objetos estudados em aritmética. O símbolo da operação de adição, +, em pé sozinho, não denota nenhum objeto; leva um conteúdo objetivo somente quando os números a serem adicionados são especificados: 1 + 3 indica o número 4 (BOYER,1974).

O símbolo > (maior) denota uma relação entre os números. Um símbolo de relação assume um conteúdo definido somente quando os objetos que podem estar nessa relação específica são especificados. Um outro quarto grupo de símbolos pode ser adicionado: D) símbolos auxiliares, que determinam a ordem na qual os símbolos básicos devem ser combinados. Um bom exemplo desse tipo de símbolo é fornecido por parênteses, que indicam a ordem em que as operações aritméticas devem ser realizadas. (BOYER,1974).

Os símbolos de cada um dos três grupos principais A), B), C) são de dois tipos: 1) símbolos individuais para objetos definidos, operações e relações; e 2) símbolos gerais para objetos, operações e relações "variáveis" ou "desconhecidas". Exemplos de símbolos do primeiro tipo são os seguintes:

A1) A notação para os números naturais 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; os números transcendentais e e π; a unidade imaginária i; etc.

B1) Os sinais para as operações aritméticas, +, -, ×,: ; extração de raiz √, $(\cdot)^{\frac{1}{n}}$, diferenciação $\frac{d}{dx}$, o operador de Laplace

$$\Delta = \frac{\partial 2}{\partial x^2} + \frac{\partial 2}{\partial y^2} + \frac{\partial 2}{\partial z^2}$$

seu subgrupo também contém os símbolos individuais sin, tan, log, etc.

C1) Sinais de igualdade e desigualdade, =,>, <, ≠, os símbolos denotando paralelo (||) e perpendicular (⊥), etc.

Símbolos do segundo tipo denotam objetos arbitrários, operações e relações de uma determinada classe, ou objetos, operações e relações resultantes de algumas condições mencionadas anteriormente. Por exemplo, na identidade escrita

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

as letras a e b indicam números arbitrários; quando se está estudando a dependência funcional

$$y = x^2$$

as letras y e x denotam números arbitrários situados na relação dada; na solução da equação

$$x^2 - 1 = 0$$

x denota qualquer número que satisfaça a equação (resolvendo a equação, sabe-se que existem apenas dois números que satisfazem a condição: +1 e -1).

Do ponto de vista lógico, é bastante legítimo chamar todos os símbolos desse tipo de símbolos variáveis, como é costume na lógica matemática (o "domínio de variação" da variável pode provar consistir em um único objeto; pode até ser " vazio "- por exemplo, no caso de equações sem soluções). Mais exemplos deste tipo de sinais são:

A2) Símbolos para pontos, linhas retas, planos e figuras geométricas mais complexas, indicados em geometria por letras.

B2) Notações como f, F, ϕ para funções e notações no cálculo do operador, quando uma letra <L pode ser usada para denotar, digamos, um operador arbitrário do formulário

$$\mathrm{L}\,[\mathrm{y}] = a_0\, y + a_1 \frac{dy}{dx} + \cdots + \; a_n \frac{d^n y}{dx^n}$$

Símbolos para "relações variáveis" são menos comuns; eles encontram aplicação apenas na lógica matemática e em ramos de matemática comparativamente abstratos, principalmente axiomáticos (BOYER,1974). No decorrer da história, a busca de uma linguagem universal ocupou a atenção de muitos matemáticos. Conforme Silva (2004) enfatiza, não se pode falar do desenvolvimento da Lógica Simbólica sem considerar a evolução da Teoria dos Conjuntos, uma vez que as fronteiras destas áreas se entrelaçam historicamente. A criação da Lógica Simbólica foi atribuída a Leibniz, em 1680, todavia, existe um contrassenso. Há, também, algumas hipóteses de que Lambert e Boole tenham sofrido influência, direta ou indireta, do trabalho de Leibniz (SILVA, 2013).

2.5 A SEMIÓTICA E A TEORIA DE RAYMOND DUVAL

Semiótica, do grego *semeion* – signo, e *ótica* - ciência, é o estudo dos signos. Por signo entende-se como representante de um determinado objeto ou coisa, formado por um significante (a imagem acústica) e um significado (uma ideia que se tem em mente relativamente a uma palavra qualquer) (MICHAELIS, 2002). Para Charles Peirce (1839-1914), o signo é uma entidade composta por uma tríade, o significante (o suporte material), o significado (a imagem mental) e o referente (o objeto real ou imaginário a que o signo faz alusão).

O cérebro humano tem acesso ao mundo externo por meio de representações (signos), expresso pela decodificação de objeto no campo da visão e que permite a criação de uma imagem, que é algo parecido com o objeto, mas não é o objeto, pois ele não está na nossa cabeça. Desse modo, quando é falando em representações na Matemática, essas representações podem transmitir as abstrações matemáticas que advêm em nossos pensamentos. Isso ocorre porque os objetos matemáticos[2] não são palpáveis, mas estruturas ou relações que podem expressar situações diversas. Deste modo, no ensino e na aprendizagem da Matemática se faz imprescindível considerar diferentes formas de representação para este objeto (NEHRING,1996, CARVALHO et al., 2016).

Para compreender melhor o termo "registro de representação" é relevante conhecer a trajetória de Raymond Duval e a teoria dos registros de representação. Filósofo e psicólogo francês, é um dos principais pesquisadores nesta área, ele desenvolveu estudos na área da Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França de 1970 até 1995. Autor de várias pesquisas, em sua extensa produção, Duval trata do funcionamento cognitivo, implicando sobretudo na atividade matemática e nos problemas de aprendizagem.

Em sua vasta produção, Duval abordou, basicamente, o funcionamento cognitivo na atividade matemática e nas dificuldades de sua aprendizagem. Estudou sobre o emprego específico da língua materna nos procedimentos matemáticos, além da compreensão de textos de matemática e da aprendizagem de diversas formas de raciocínio e argumentação (MACHADO, 2003). Em sua pesquisa sobre as diferentes representações movimentadas pela visualização matemática, ele estabeleceu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento em relação à mudança de registros de representação semiótica (MACHADO, 2003).

Assim, sua teoria dos registros de representação manifesta-se como uma importante ferramenta de pesquisa no estudo da complexidade da aprendizagem de Matemática, uma vez que uma análise do conhecimento matemático é, necessaria-

[2] Os objetos matemáticos, segundo Duval (2003), nem sempre são diretamente acessíveis à percepção ou a uma experiência intuitiva imediata como os ditos objetos "reais" ou "físicos". É necessário, então, dar-lhes representantes via a representação semiótica adotada ou utilizada.

mente, uma análise do sistema de produção das representações semióticas referentes a esse conhecimento (MACHADO, 2003).

Duval (1993, p. 39 apud DAMM, 1999, p.143) define representação semiótica como “ produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento”. Para o autor, um mesmo elemento matemático pode ser representado através de vários sistemas semióticos. Duval (2003) defende que o desenvolvimento da matemática foi possível, sobretudo, pelo aprimoramento das representações semióticas, condição fundamental para a evolução do pensamento matemático.

A importância das representações semióticas se deve a duas razões, primeiramente pela facilidade de cálculos matemáticos, uma vez que operar os números na base decimal é muito mais fácil do que utilizando o sistema de numeração romana. A outra razão refere-se a forma na qual representamos objetos matemáticos que podem tornar mais simples o seu manejo, pois não estamos tratando de algo palpável.

Conforme Duval (2003) existem vários tipos de representações semióticas na matemática: os sistemas de numerações, as figuras geométricas, a linguagem algébrica, a representação gráfica e a linguagem natural. Assim, para designar os diferentes tipos de representações semióticas utilizadas em Matemática, o autor introduz a ideia de registros de representação e salienta que existem quatro tipos distintos de registros, conforme veremos no quadro 3.

Quadro 3 - Tipos distintos de registros semióticos de acordo com a teoria de Duval (2003).

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	**REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA**
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3) • Apreensão operatória e não somente perceptiva;
REGISTROS MONOFUNCIONAIS	Sistemas de escritas: • Numéricas (binária,	Gráficos cartesianos • Mudanças de sistema

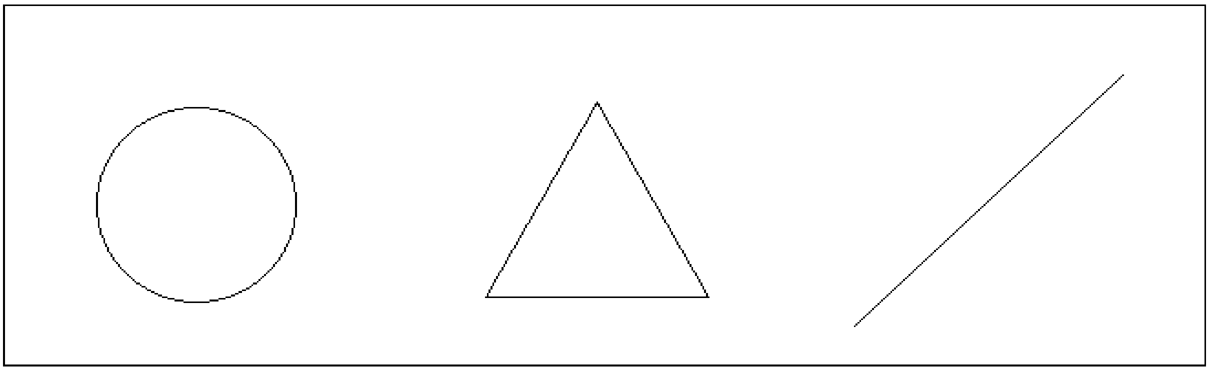
Os tratamentos são principalmente algoritmos	decimal, fracionária...). • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais).	de coordenadas; • Interpolação, extrapolação

Fonte: Duval (2003)

A originalidade das atividades matemáticas está na capacidade de mobilizar as representações matemáticas ao mesmo tempo ou de trocar de uma representação para outra conforme a necessidade. Para tanto, estudante deve conseguir fazer a transposição de, pelo menos, duas dessas representações quando ele adquire conhecimento de um determinado conteúdo. E é, justamente, a aquisição desta sistematização que faz surgir as dificuldades em Matemática (Duval, 2003).

Entretanto, é importante não confundir o objeto com sua representação. Isso quer dizer que não se pode confundir os números, as funções ou as retas, por exemplo, com suas representações, ou seja, com a escrita decimal ou fracionária, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras, isso porque representações muito diferentes podem evidenciar um mesmo objeto matemático (DUVAL, 2009 apud FEIO, 2009). Como exemplo, pode-se usar 3, $\frac{12}{4}$, três, 6.0,5 são representações diferentes de um mesmo objeto matemático.

Figura 1- Signos como registros de representações matemáticos.



Fonte: Própria Autora (2019).

As representações na figura 1 não é um círculo, um triângulo e uma reta, e sim signos que são usados para representar esses objetos matemáticos. Esses signos, como quaisquer outros que representam os objetos matemáticos, são convenções aceitas pelo formalismo da linguagem matemática que pretende ser universal.

(FEIO, 2009). Segundo Duval existem dois tipos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões, definido da seguinte maneira:

> Os tratamentos são transformações de representação dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representação que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (DUVAL, 2003, p. 16).

Para reforçar a diferença entre um tratamento e uma conversão, imagine a seguinte situação: a equação $y + 2x = 1$ reescrita como $y = -2x +1$ permanece no mesmo sistema de escrita, mas passou por uma transformação, um tratamento. Por outro lado, a equação $y + 2x = 1$ e reescrita em sua representação cartesiana sofre uma conversão.

Conforme Duval (2003), a conversão pode ser analisada sob dois aspectos: do ponto de vista matemático e cognitivo. Do ponto de vista matemático, a conversão é utilizada somente para a escolha de um determinado registro no qual é utilizado um tratamento menos trabalhoso, mais potente, ou ainda, para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro. Neste caso, a conversão não tem nenhum papel essencial para justificar ou provar algo, é como se ela atuasse em um papel de apoio para visualização de alguns casos e facilitar a compreensão e resolução de alguns problemas.

Do ponto de vista cognitivo, a atividade de conversão aparece como atividade de transformação representacional fundamental, conduzindo aos mecanismos subjacentes à compreensão no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Nesse sentido, Duval (2003) diz que a representação semiótica possui o papel essencial de mostrar através de

> Um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras de um objeto matemático... onde existe diversidade de representações para um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: forma (ou representante) e conteúdo (ou representado) (DUVAL, 2003, p.53)

Na sala de aula, o professor deve atentar-se à essa abordagem teórica, para fazer uma avaliação do conteúdo ministrado, e não ficar enfatizando apenas o tratamento que é utilizado para responder uma atividade proposta, uma vez que pode induzir os alunos a memorizarem regras e utilizarem algoritmos que não fazem nenhum sentido para eles (FEIO, 2009). Corroborando com essa ideia, Nehring (1996) salienta que:

> Para se representar a metade de um inteiro podemos usar a forma decimal (0,5) ou a forma fracionária (1/2). Porém quando o aluno representa o valor metade de um inteiro, o registro de representação 0,5 é mais facilmente compreendido do que o registro de representação ½ (pensando principalmente na realidade brasileira, onde o uso do número decimal é mais utilizado que o fracionário). Ou seja, o tratamento estabelecido para os números racionais na representação decimal é mais facilmente construído pelos alunos do que a representação fracionária, principalmente quando representamos usando frações, números maiores que um inteiro (P.e. 17/5). Não podemos esquecer que a única mudança nestes dois registros (decimal e fracionário) foi a forma de sua representação e não o conteúdo representado (NEHRING, 1996, p.54)

A conversão efetivada entre as representações semióticas desse exemplo acontece quando o aluno observa que 0,5 = ½, pois “converter uma representação é mudar a forma pela qual um conhecimento é representado” (NEHRING, 1996, p. 54), notando que a diferença entre as representações da metade de um inteiro está na forma e não no conteúdo representado. Sob o ponto de vista matemático, a conversão intervém apenas na seleção do registro no qual serão realizados tratamentos mais poupados ou potentes, ou também, para oferecer apoio aos tratamentos realizados através de um outro registro obtido pela conversão.

Deste modo, uma das propriedades fundamentais da atividade matemática é a mobilização indispensável de uma diversidade de registros de representação semiótica. Entretanto, Duval (2003) enfatiza que dificilmente essa variedade é considerada no ensino, embora exista uma ampla variedade de registros de representação de um mesmo objeto matemático, e que a articulação desses diversos registros é condição efetiva para o entendimento matemático.

Isso se deve ao fato que cada registro de representação de um mesmo objeto possui diferente conteúdo ou permite uma representação parcial em relação aquilo que ele representa, tornando essencial a compreensão e articulação de todos esses registros para alcançar uma visão total e multifacetada do objeto estudado. (DUVAL, 2003).

3 METODOLOGIA

A Linguagem assume um papel fundamental para a compreensão do mundo ao nosso redor. Sua forte ligação com a linguagem simbólica, com a linguagem matemática e com a língua materna exige do estudante um conhecimento sobre ela de modo a compreender com mais facilidade as demais linguagens que são utilizadas na educação formal. Tal abordagem explica as dificuldades encontradas no entendimento das diversas linguagens usada na escola, sobretudo na disciplina Matemática, que é objeto desse estudo.

3.1 OBJETIVOS DA PESQUISA

De maneira geral, o estudo teve como objetivo analisar a influência da simbologia como fator de compreensão ou insucesso na aprendizagem matemática.

Para tanto, traçou-se os seguintes objetivos específicos:

- Investigar de que forma os estudantes lidam com a simbologia matemática;
- Averiguar se os alunos conseguem resolver questões por meio de conversões e/ou transformações semióticas;
- Identificar as dificuldades dos alunos para resolver problemas de matemática que envolvem conceitos e simbologia.

3.2 PARTICIPANTES

A pesquisa foi desenvolvida com 36 estudantes do oitavo ano do Ensino fundamental de uma escola da rede estadual de Petrolina – PE, com 523 alunos matriculados entre Ensino Médio e Fundamental II. A escola possui duas turmas de cada série, e cerca de 53% dos estudantes fazem parte de família de baixa renda, inseridos em Programa de distribuição de renda do Governo Federal.

A pesquisa foi aplicada em turmas do 8º ano do ensino fundamental, partindo do pressuposto de que é nessa série que é apresentado de forma mais efetiva a linguagem algébrica, exigindo, dessa maneira, o aprimoramento do pensamento abstrato para apreensão dos conteúdos.

3.3 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Inicialmente e ao longo do período do curso, foi realizada uma pesquisa bibliográfica buscando identificar trabalhos científicos relacionados aos assuntos tratados pela pesquisa. Entre as temáticas pesquisadas, é relevante destacar as dificuldades na resolução de problemas relacionada com a compreensão da linguagem simbólica, o uso da linguagem matemática e a correção desta com a língua materna.

Numa segunda etapa, realizou-se a pesquisa de campo com a coleta e análise dos dados. Os dados foram coletados em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da cidade de Petrolina-PE, cuja escolha da escola, teve por base critérios de conveniência e oportunidade, a serem definidos por ocasião do início da pesquisa.

Antes da aplicação da pesquisa na escola, foi realizada uma apresentação para a equipe gestora e, posteriormente, para os estudantes participantes, para a familiarização do projeto proposto, bem como para definir o dia e horário das atividades de acordo com a disponibilidade dos estudantes que aceitaram participar da pesquisa. Para estes, foi apresentado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o Termo de Confidencialidade e um informe contendo explicações detalhadas sobre a pesquisa. Nenhum dado foi coletado sem o conhecimento e permissão previa dos participantes.

As atividades foram desenvolvidas com todos os participantes juntos numa sala de aula, a fim de que os estudantes pudessem se sentir à vontade para responder aos questionários sem constrangimentos e com o máximo de sinceridade possível. Todas as perguntas contidas no questionário respeitaram a confidencialidade do participante, permitindo, desse modo, maior liberdade na expressão das respostas. As atividades foram registradas em papel com as possíveis observações sobre as falas dos estudantes durante a realização, para que fosse possível realizar a análise dos dados após as atividades.

As perguntas feitas aos estudantes foram desenvolvidas e pré-selecionadas pelos pesquisadores, que as organizaram na mesma ordem para toda a amostra da pesquisa. No momento em que os estudantes estavam respondendo aos questionamentos, a pesquisadora se manteve em silêncio e não expressou qualquer opinião sobre o conteúdo, visando minimizar possíveis induções ou constrangimentos no momento da coleta (ALVES-MAZZOTTI, 1998).

As coletas desses dados foram feitas utilizando dois instrumentos, descritos abaixo:

a) **Instrumento I:** consiste em um teste contendo nove exercícios envolvendo equação, conjuntos, números figurados, implicações lógicas e entre outros (APÊNDICE B). Os problemas propostos objetivaram avaliar as habilidades e competências adquiridas, relacionadas à compreensão da linguagem simbólica, da linguagem matemática e da língua materna.

É importante observar que o questionário aplicado foi submetido a uma análise de juízo que foi feita por dois professores de matemática da rede Estadual de Ensino, a fim de fazer a devidas correções, evitando que as questões ficassem com sentidos dúbios e/ou inconsistência no enunciado das questões. Além disso, foi realizada uma aplicação piloto com 10 estudantes, escolhidos aletoriamente, para analise da eficácia do instrumento utilizado.

Os problemas contidos no teste podem ser classificados conforme o quadro 4:

Quadro 4 - Tipologia de problemas abordados no instrumento I, aplicado a turma do 8º ano de uma escola estadual do município de Petrolina – PE.

TIPO DE PROBLEMAS	DEFINIÇÃO
REPRESENTAÇÃO	Problemas no qual no enunciado as informações e dados são apresentados por meio de representação simbólica e gráficas.
LINGUAGEM CONCEITUAL	Problemas no qual no enunciado as informações e dados são apresentados por enunciados conceituais usando a linguagem matemática.
CONTEXTUALIZADOS	Problemas voltados para contextos em que exigem aplicação de conceitos em diferentes contextos.

Fonte: Própria Autora (2019).

b) **Instrumento II:** Consiste em um questionário estruturado como uma entrevista, aplicado aos estudantes no final da resolução de problemas, visando identificar as dificuldades dos alunos sob o ponto de vista deles (APÊNDICE B).

Para coletar informações numa realidade que é socialmente construída por meio de definições individuais ou coletivas e em que os participantes são sujeitos do processo, optou-se em utilizar uma abordagem metodológica de caráter predominantemente qualitativo. Na pesquisa qualitativa o investigador não pode se colocar fora da história nem da vida social, pois este também é sujeito do processo, influenciando e sendo influenciado pela realidade em que se insere a pesquisa. (MODEL, 2005).

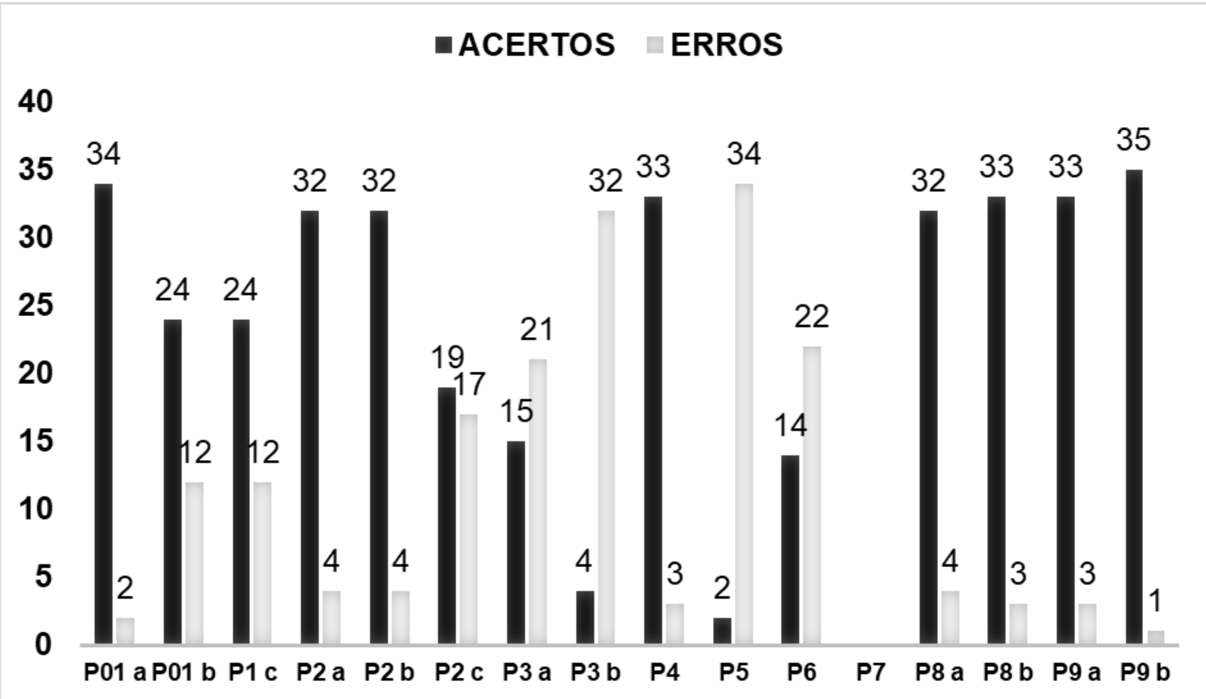
Em atividade informais, é comum a utilização de formas explícitas e latentes para representar pessoas e grupos. Todas elas consistem em ferramentas discursivas que os sistemas linguísticos possuem e que, conforme os propósitos comunicativos, escolhe-se uma ou outra a depender da relação ideológica construídas. Os efeitos de sentido decorrentes dessa relação constituem os principais fatores responsáveis pela formação de identidades e representações sociais. Diante dessa tese, investigações sobre a representação de fenômenos sociais fazem desses estudos uma arena produtiva de pesquisas que, por meio de vários paradigmas, ajudam a repensar as teorias sobre a matemática, o lugar e o papel da linguagem na construção do conhecimento.

Os dados obtidos foram sistematizados e analisados de forma qualitativa, para construir uma descrição e a apresentação de dados por meio de tabela e gráficos, no intuito de evidenciar quais tipos de problemas apresentam maior quantitativo de erros e ausências de respostas, e os quantitativos de dificuldades apresentadas pelos alunos, seja pela falta de compreensão dos conceitos matemáticos e/ou pela falta da compreensão da linguagem matemática (ALVES-MAZZOTTI, 1998).

4 DESEMPENHO DOS ESTUDANTES E SUAS PERCEPÇÕES SOBRE OS PROBLEMAS APLICADOS

Os resultados foram analisados em função do desempenho por tipo de problemas, tipos de erros e acertos e em função do tipo de operação, e podem ser visualizados no gráfico 1. De acordo com os resultados, de um modo geral, há uma quantidade expressiva de problemas com soluções corretas. Entretanto, para as questões representadas nos problemas 3, 5 e 6 a quantidade de erros predominou sobre os acertos. Tal fato pode ser explicado porque o problema 3 trata-se de exercícios com um grau elevado de dificuldade, em que o estudante deveria criar uma sentença matemática por meio de uma sequência de figuras.

Gráfico 1- Quantitativo de erros e acertos dos estudantes por problemas.



Fonte: Própria Autora (2019)

No problema 5, o exercício proposto estava relacionado a conjuntos, utilizando a língua materna, em que o aluno deveria relacionar a ideia de contém e contido. No problema 6, utilizou-se a linguagem da lógica matemática, buscando testar as competências dos estudantes na substituição de textos da língua materna por símbolos matemáticos. O problema 7 não apresentou quantitativo de erros e acertos, uma vez que se trata de uma questão subjetiva.

Em avaliação às respostas, foi percebido que, na maioria dos acertos foi usado a “lógica” do dia a dia para responder à questão, e não o procedimento formal na resolução de problemas matemáticos. Vale justificar que os dados apresentados no gráfico 1 consideraram somente a resposta final, descartando para essa análise as justificativas apresentadas pelos estudantes.

Para a questão 9, presente no Instrumento II, em que os estudantes deveriam marcar quais problemas tiveram mais dificuldades em resolver, puderam optar por mais de um item. Em consonância com o gráfico 1, o problema 3 foi indicado como o problema mais difícil para a maioria dos estudantes, seguido dos problemas 7 e 5. O problema 8 ficou na quarta colocação entre os mais difíceis de resolver, apresentando um percentual expressivo de acerto. Para esse instrumento, o problema 6 foi apontado como um dos mais fáceis.

Com o intuito de aprofundar os motivos para o desempenho dos participantes em cada problema, é relevante fazer uma análise de cada problema, mostrando o objetivo do pesquisador em cada problema e os casos em que ocorreram respostas “corretas”, mas com justificativas não válidas. Desse modo, começando pelo problema 01, que trata de sequência de números, o pesquisador buscava avaliar se o estudante compreendia a ideia de “x” como algo variável e que para cada x seria obtido um valor diferente na sequência.

Este problema foi dividido em 3 tópicos, sendo eles: a, b e c. No tópico a, foi apresentado a sequência $n = 3x + 5$ e um quadro em que x variava de 1 a 10, para o qual os estudantes deveriam completar a sequência. Alguns estudante substituíram os valores de x na fórmula dada, porém a grande maioria percebeu que a sequência aumentava de 3 em 3, e terminaram de completar o quadro sem fazer a substituição do valor x, mostrado nas figuras 2 e 3.

Figura 2 - resposta apresentada pelo estudante 1.

a) Complete o quadro dos dez primeiros números dessa sequência.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	8	11	14	17	20	23	26	30	32	35

b) Faça o mesmo para uma sequência em que cada número é determinado por n = x³ - x².

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Fonte: Própria Autora (2019)

Figura 3 - reposta apresentada pelo estudante 3.

a) Complete o quadro dos dez primeiros números dessa sequência.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35

Só acrescentei +5

b) Faça o mesmo para uma sequência em que cada número é determinado por n = x³ - x².

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Fonte: Própria Autora (2019)

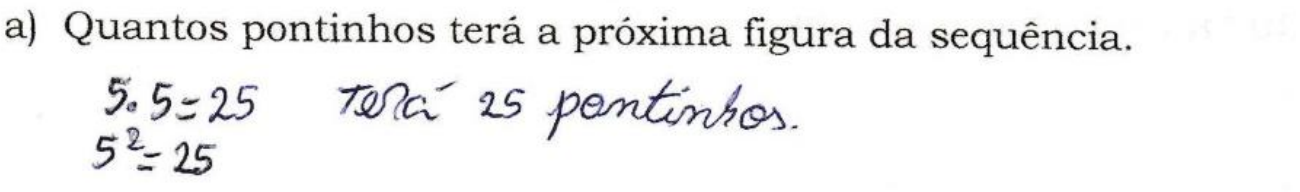
No tópico b) foi apresentado uma sequência em que cada número era determinado por $n = x^3 - x^2$. Seguindo a mesma ideia do item a, o estudante deveria completar o quadro onde variava de 1 a 10. Ao resolver essa questão, os alunos tiveram mais dificuldade e, consequentemente, foi verificado um maior número de erros quando comparado à questão anterior. Tal resultado pode ser explicado pela complexidade da operação presente na questão, uma vez que envolve operação com potência. Além disso, muitos alunos acreditaram que se tratava de uma progressão aritmética, como ocorreu no item a, retratados nas figuras 1 e 3. Os alunos que obtiveram sucesso na resolução fizeram o que Duval (2003) chama de transformação, seguindo os seguintes passos: $n = x^3 - x^2 = x(x^2 - x)$ e saíram substituindo o valor de x.

No item c, os estudantes ficaram à vontade para criar uma lei e gerar a sequência. Nesse item foi observado que todos optaram em escrever uma lei que gerasse uma progressão aritmética, e, embora a sequência tenha sido criada por eles $\frac{1}{3}$ dos estudantes erraram ao preencher o quadro.

No problema 2 foi dada uma sequência de números figurados em formato de quadrados. Os pitagóricos desejavam compreender a natureza íntima dos números, então elaboraram os *números figurados*, expressos como reunião de pontos numa determinada configuração geométrica. A quantidade de pontos representa um número e estes são agrupados de formas geométricas sugestivas – para que a partir da sequência eles respondessem a três itens (BOYER, 1974).

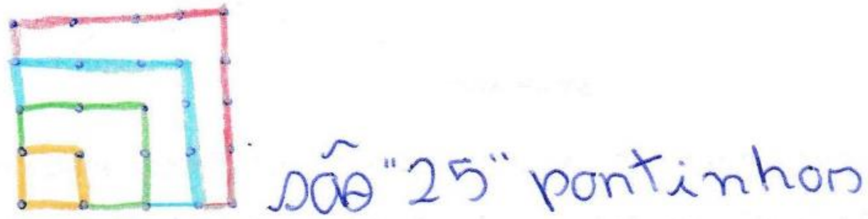
No tópico a os estudantes deveriam responder quantos pontinhos teria a próxima figura. Para essa questão, quase 90% dos participantes responderam de forma correta, alguns utilizaram, inclusive, o que Duval (2003) chama de conversão, observando que os números formavam quadrados perfeitos, apresentando resposta tais como 5² = 5.5 = 25. Alguns estudantes utilizaram o mesmo sistema e reproduziram a figura para chegar à conclusão. Estas respostas estão ilustradas nas figuras 4 e 5, respectivamente.

Figura 4- resposta dada pelo estudante 11.



Fonte: Própria Autora (2019).

Figura 5 - resposta dada pelo participante 14.



são "25" pontinhos

b) Quantos pontinhos terá a décima figura da sequência.

terá "100" pontos

c) Quais das fórmulas abaixo pode ser usada para determinar o número de pontinhos de cada figura:

I) $P(n) = n$

II) $P(n) = 2n$

III) $P(n) = n^2$

IV) $P(n) = n^2 + n$

Fonte: Própria Autora (2019).

No item b, os estudantes apresentaram o mesmo percentual de acerto apresentado no item a, entretanto, limitaram-se a escrever 100 pontinhos, ou ainda $10^2 = 100$. Ao responder à terceira pergunta do problema 2, para a qual eles deveriam assinalar a alternativa que apresentava a fórmula capaz de determinar o número de pontinhos, a quantidade de acertos diminuiu. Tal resultado que seria a generalização dos itens a e b, sofrendo uma redução no percentual de acerto de 90% para 53%. Cerca de 95% dos estudantes que marcou a resposta errada, optou pela alternativa VI, como mostra a figura 5.

Apesar do número expressivo de erros, foi possível observar que os participantes procuram alguma relação com números quadrados, sugerindo uma familiaridade em trabalhar com regularidades/padrões ao completar sequências que é uma das propostas dos números figurados.

O problema 3 foi subdividido em dois itens a) e b). Nele, foi apresentada uma sequência de quatro figuras (Apêndice A) e solicitado no quesito a) que eles desenhassem a quinta figura. Foi constatado que mais da metade dos estudantes não conseguiu entender a sequência, o que influenciou na construção do desenho. Neste caso, foi observado 90% de erro. No entanto, vale ressaltar que questão apresenta um grau de dificuldade considerado elevado para a série em que os estudantes participantes estão inseridos.

O problema 04 foi selecionado para o instrumento de pesquisa visando avaliar se os estudantes, ao lerem um texto em língua materna, conseguiram transcrever e/ou perceber que se tratava de um problema sobre equação do 1º grau. No entanto, nenhum aluno fez uso da equação para resolver o problema. Como é um exercício organizado em alternativas, cerca de 90% responderam às questões utilizando a técnica da exclusão. Os demais, o que representa 10% dos participantes, fizeram uso da aritmética para resolver o problema.

A proposta contida na questão era a seguinte: “Pedro tem 6 anos a mais do que Marcos. Os dois juntos têm 54. Quantos anos tem cada um? ”. A s resposta foram feitas da seguinte forma:

$$54 - 6 = 48$$

$$\frac{48}{2} = 24$$

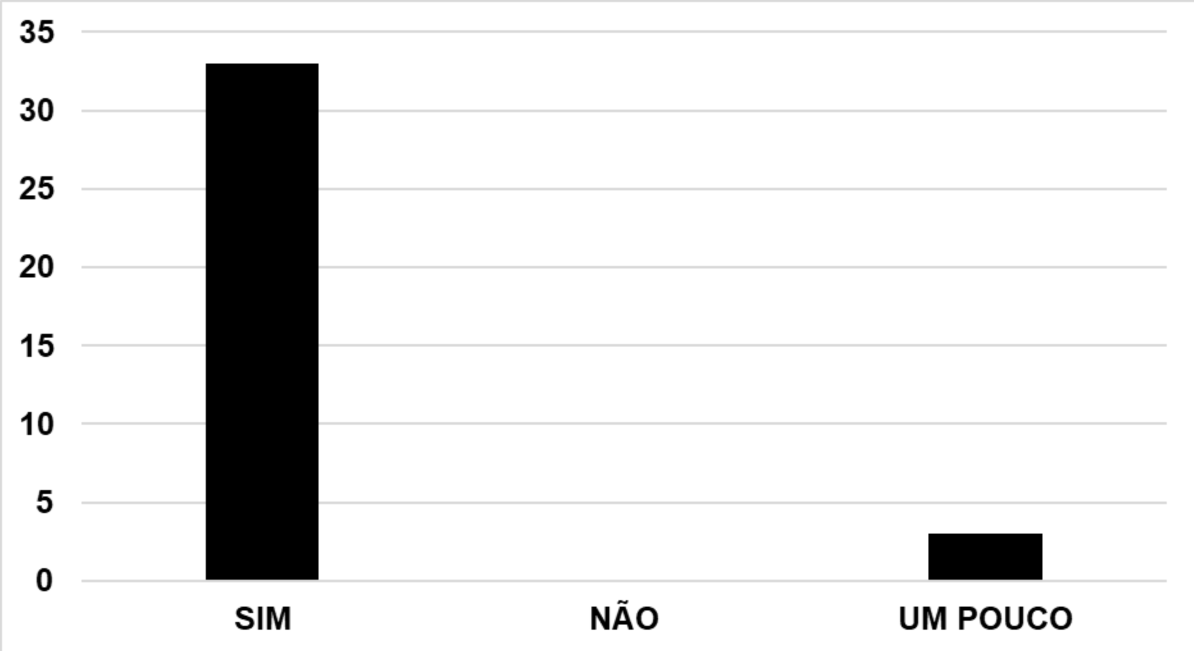
$$24 + 6 = 30$$

Logo, Pedro tem 30 e Marcos 24.

Apesar dos resultados para o problema 4 não atender às expectativas da pesquisadora, eles chamaram a atenção. Primeiro, por considerar que a presença de alternativas pode ter atrapalhado na resolução das questões, entendendo que sem elas, os estudantes teriam procurando outro mecanismo para a resolução; segundo, por observar que parte dos estudantes, mesmo sendo a minoria, mostrou a compreensão da aritmética envolvida nas equações do primeiro grau.

Como o público da pesquisa é composto de estudantes do 8º ano, e, de acordo com o PCN do estado de Pernambuco, é nesta série que é as equações são utilizadas para resolver os problemas, foi questionado aos entrevistados se eles consideravam o conteúdo sobre equações importantes, o resultado pode ser visualizado no gráfico 2.

Gráfico 2 - Distribuição de resposta sobre a percepção dos alunos sobre a importância de equações.



Fonte: Própria Autora (2019)

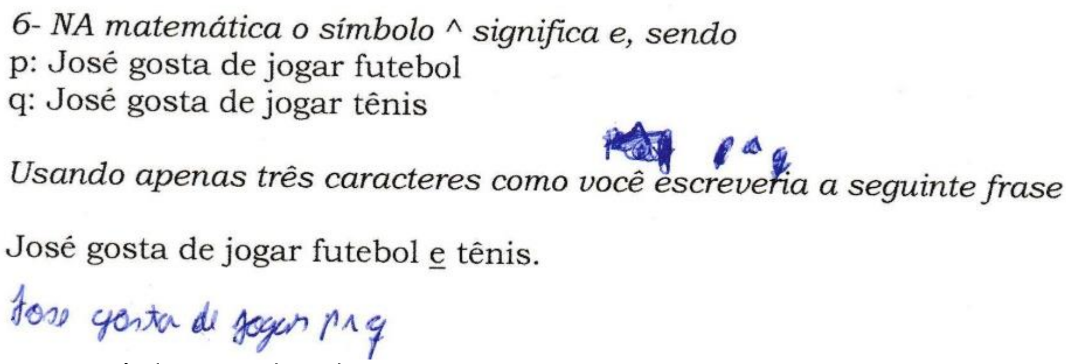
Como pode ser visualizado no gráfico 2, um quantitativo acima de 90 % dos estudantes considera importante o estudo de equações, embora tenha demonstrado pouca habilidade quando precisam utilizar os conceitos de equação para resolver as questões proposta, como foi visualizado nas respostas ao problema 4. Pode-se inferir que um quantitativo expressivo de estudantes que errou os problemas não compreendeu a linguagem, a representação ou os conceitos utilizados.

Nessa direção, um tipo de erro frequentes observado durante a análise dos dados é que muitos alunos confundiram a relação de inclusão entre conjuntos. O problema 5 pode ser utilizado para demonstrar esse tipo de erro. Nele, há a seguinte afirmação: “Todos os professores são chatos”, assim sendo,

a) O conjunto dos professores contém o conjunto dos chatos;
b) O conjunto dos chatos contém o conjunto dos professores;
c) Todos os chatos são professores;
d) Alguns professores não são chatos.

A maioria dos estudantes optou pelo uso da ideia que o conjunto dos professores continha os chatos, cometendo um erro comum para esse tipo de questão. Já no problema 6, utilizando a linguagem da lógica matemática para testar a habilidade dos estudantes na substituição de textos da língua materna por símbolos matemáticos. Apenas 39% dos participantes responderam de forma correta e 61% restante utilizou a simbologia parcialmente, como mostrado na a figura 6. Alguns responderam mudando a letra da sentença, o que torna isso interessante uma vez que é comum a utilização de letra inicial do nome para representa-lo numa sentença matemática. Este exemplo está ilustrado na figura 7.

Figura 6 - resposta dada pelo estudante 18.



6- NA matemática o símbolo ^ significa e, sendo
p: José gosta de jogar futebol
q: José gosta de jogar tênis

Usando apenas três caracteres como você escreveria a seguinte frase

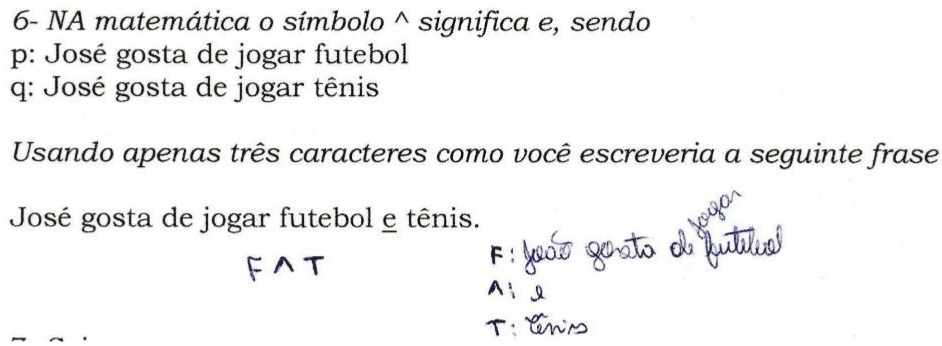
José gosta de jogar futebol e tênis.

p ^ q

Jose gosta de jogar p ^ q

Fonte: Própria Autora (2019).

Figura 7- resposta dada pelo estudante 28



6- NA matemática o símbolo ^ significa e, sendo
p: José gosta de jogar futebol
q: José gosta de jogar tênis

Usando apenas três caracteres como você escreveria a seguinte frase

José gosta de jogar futebol e tênis.

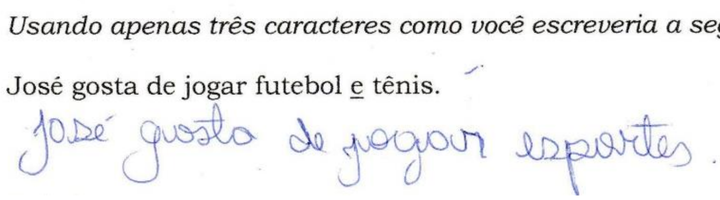
F ^ T

F: João gosto de jogar futebol
A: e
T: tênis

Fonte: Própria Autora (2019).

Na figura 8 é retratada resposta de um estudante. Nessa questão, cerca de 25% chegaram à conclusão que José gosta de esportes já que ele gostava de tênis e futebol. O que torna este tipo de resposta interessante, apesar do “erro”, é que a partir dela é possível inferir que os estudantes são capazes de fazer uma análise subjetiva, transportado sua resposta a uma conclusão implícita.

Figura 8 - resposta dada pelo estudante 31.



Usando apenas três caracteres como você escreveria a seguinte frase

José gosta de jogar futebol e tênis.

José gosto de jogar esportes.

Fonte: Própria Autora (2019).

Para o problema 7 foi proposto uma questão subjetiva, portanto, sem valores quantitativo e sem possibilidade de classifica-la como erros e acertos. O objetivo da questão era levar os participantes da pesquisa a pensar um pouco sobre a importância de um sistema de numeração viável, considerando a necessidade de ter outros sistemas de numeração caso o sistema de numeração decimal apresentasse eficiência (BOYER, 1974). A questão foi organizada da seguinte forma:

“Sejam:

O número 1 representado por A

O número 2 representado por B

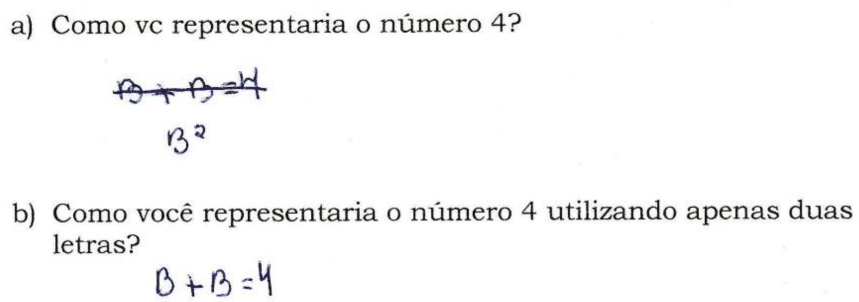
O número 5 representado por C

a) Como você representaria o número 4?

b) Como você representaria o número 4 utilizando apenas duas letras?”

Ao responder o item *a* e *b*, era esperado que o aluno fizesse alusão ao sistema de numeração romana, apresentando respostas do tipo AAAA ou AC. Entretanto, não foram encontradas resolução deste tipo, mas foram constatadas respostas que podem ser remetida a elas. Alguns estudantes utilizaram letras que não tinha nenhuma relação com as letras dadas na questão. Alguns colocaram Q, T, D, e F, porém, cerca de 50% dos entrevistados fizeram uso de operação como: B^2, BxB, B^B, B+B. Esses casos podem ser observados nas figuras 9, 10 e 11.

Figura 9 - resposta dada pelo estudante 17.


a) Como vc representaria o número 4?

~~B + B = 4~~

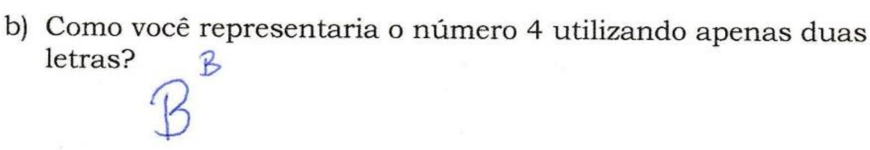
B^2

b) Como você representaria o número 4 utilizando apenas duas letras?

B + B = 4

Fonte: Própria Autora (2019).

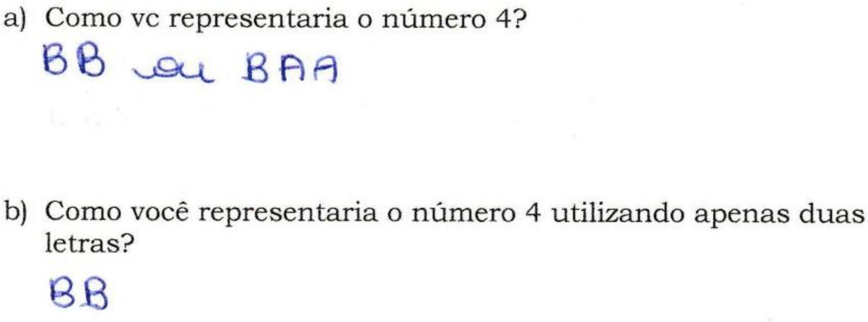
Figura 10 - resposta dada pelo estudante 22.


b) Como você representaria o número 4 utilizando apenas duas letras?

B^B

Fonte: Própria Autora (2019).

Figura 11: resposta dada pelo estudante 31.


a) Como vc representaria o número 4?

BB ou BAA

b) Como você representaria o número 4 utilizando apenas duas letras?

BB

Fonte: Própria Autora (2019).

Vale lembrar que no item *a* os estudantes podiam usar a quantidade de letras que julgassem necessárias, enquanto no item *b* foram limitados o uso de apenas duas letras. Em análise às figuras 7, 8 e 9, é possível observar que os estudantes adaptaram as operações conhecidas para obter como resultado 4. Observe que B + B = 2 + 2 = 4, e $B^B = 2^2 = 4$ e ainda BB = 2.2 = 4.

O problema 8 e 9, referem-se a questões de relação de pertinência entre elemento e conjunto, visando avaliar o nível de compreensão do aluno sobre simbologia. Nessas questões, apesar do quantitativo expressivo de acertos, foram apresentadas justificativas incorretas. Em análise às questões, considerando como correta apenas aquelas que apresentaram uma justificativa plausível, o percentual de acertos sai de 90% para 64%. Tal resultado possibilita a inferência de que os estudantes sabiam de forma “inconsciente” que aquele determinado elemento pertencia ou não ao referido conjunto, porém eles não conseguiam justificar.

No problema 8, em que o conjunto $A = \{1, 2, 3,4, \dots\}$ foi apresentado, o tópica *a* pedia para verificar se – 1 pertencia ao conjunto dado. No quesito *b*, o número apresentado é 20. Em ambos os casos, os participantes deveriam justificar a respostas. No quadro 5, é exposto respostas para as duas questões de alguns estudantes.

Quadro 5 – Respostas subjetivas de uma questão sobre conjuntos.

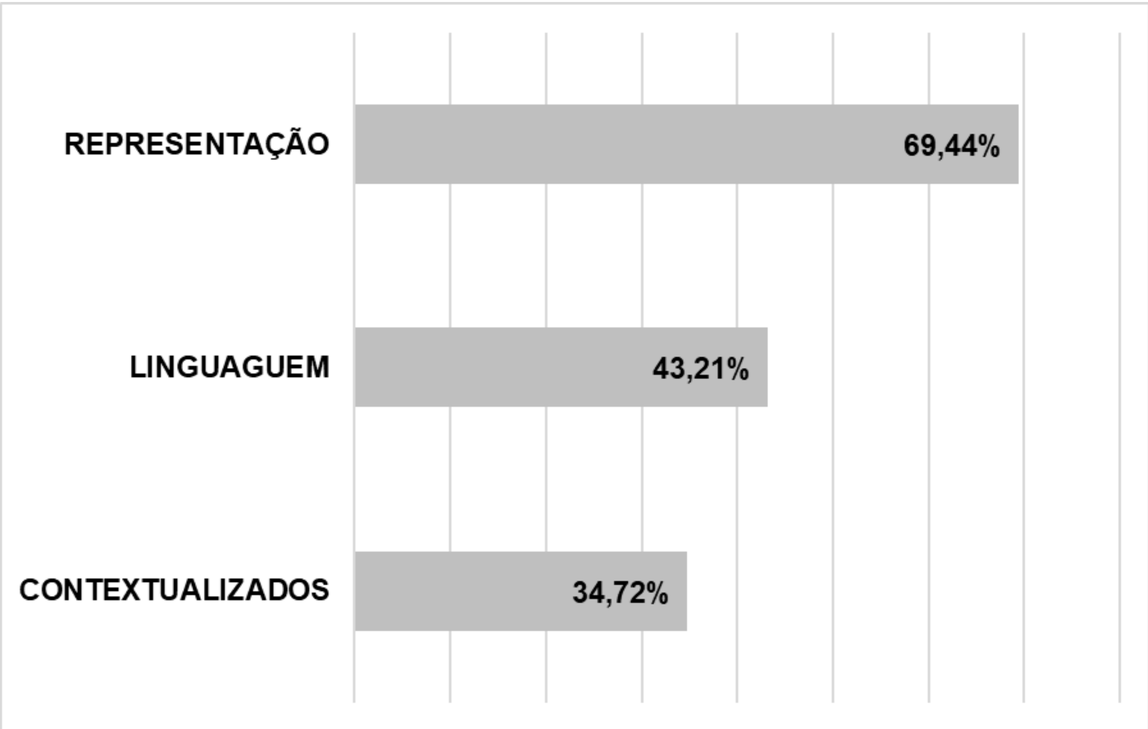
Estudante	**Questão *a***	**Questão *b***
Aluno 1	Não, porque é dos números negativos.	Sim, porque pertence ao número real positivo.
Aluno 5	Não, porque o conjunto A pertence a números inteiros.	Sim, porque ele é um número inteiro e positivo.
Aluno 9	Não, porque o conjunto A é	Sim, porque é um número

	formado por números naturais.	natural.
Aluno 13	Sim, é um número natural.	Sim, porque é uma sequência de um em um.
Aluno 15	Não, porque é o número negativo, e esse conjunto só existe números positivos.	Sim, pois é um conjunto crescente que tem continuidade.
Aluno 19	Não, porque a sequência de A é a partir de 1.	Sim, porque a sequência é infinita.
Aluno 26	Não, porque o conjunto A está em ordem crescente.	Sim, está em ordem crescente.

Fonte: Próprio Autor (2019).

De acordo com as respostas, todos os estudantes retratados no quadro 5 compreendem a ideia de que o conjunto A é infinito, afirmando que sim, com justificativas coerentes e corretas. Entretanto, podem ser observados uma confusão na hora de classificar os conjuntos numéricos. Essa incoerência também foi verificada para o problema 9. Os erros cometidos pelos alunos foram analisados por tipos de problema, com a intenção de analisar quais tipologias de problemas tiveram maior índice de erros. Esses resultados podem ser visualizados no gráfico 2.

Gráfico 3 - Distribuição percentual de erro por tipo de problemas.



Fonte: Próprio Autora (2019).

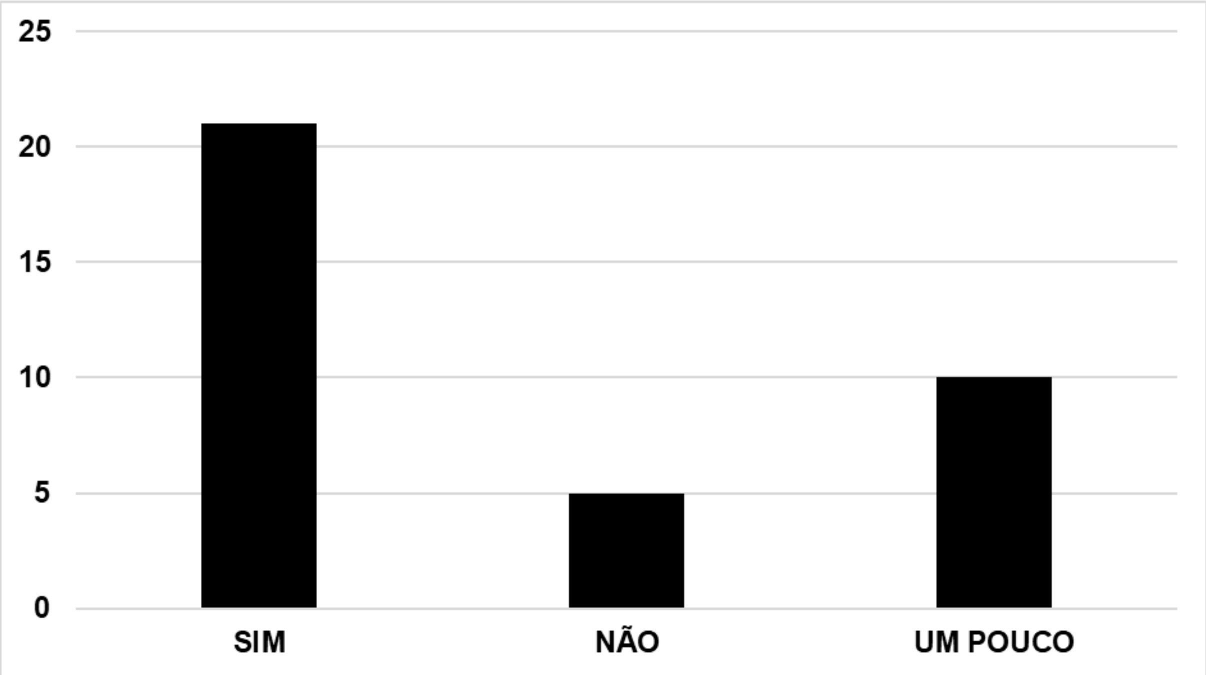
Fazendo uma análise do gráfico 3, percebe-se que as questões contextualizadas foram as que obtiveram o menor índice de erro, sugerindo maior habilidade dos estudantes em responder questões que retratem situações cotidianas. No entanto, é relevante observar que os problemas contextualizados também apresentaram um alto percentual de erro, evidenciando dificuldade de compreensão de conceitos. O maior percentual de erro apareceu em questões de linguagem e representação, o que sugere que a resolução dessas questões requer um conhecimento maior e mais formal da matemática, diferente das questões contextualizadas que podem ser resolvidas de maneira empírica e lógica.

O instrumento de pesquisa é composto por três tipos de problemas, exigindo dos estudantes a capacidade de compreensão de situações que envolvem a linguagem, a representação e a contextualização. Nos problemas de representação procurou-se analisar a compreensão do aluno sobre as formas de representação, tais como: (i) formas pictóricas; (ii) equações, os símbolos e objetos matemáticos.

Já nos problemas que envolvem de linguagem, buscou-se verificar se o aluno, ao ler um problema na linguagem corrente e/ou materna, compreende que se trata de uma questão matemática, sendo capaz de codificar para a linguagem matemática, a simbologia, e responder o problema.

E o uso dos problemas contextualizados teve o intuito de averiguar se o estudante conseguia aplicar os conceitos ensinados em sala de aula para resolver problemas cotidianos. O fato dos problemas que envolvem contextos diários apresentarem maior rendimento pode ser justificado pelo fato dos alunos terem a percepção da aplicação deste conteúdo para resolver os problemas do dia a dia. Os dados apresentados no gráfico 4, em que a maior parte dos participantes afirma que consegue perceber as aplicações dos conceitos no dia a dia corrobora com os dados do gráfico 3.

Gráfico 4 - Distribuição de resposta sobre a percepção dos alunos sobre as aplicações dos conceitos no dia a dia.



Fonte: Própria Autora (2019).

Conforme orientações dos PCN (BRASIL, 1997), a faixa de idade dos alunos inseridos nos anos finais do Ensino Fundamental deve estar entre 11 e 14 anos. Neste caso, considerando que o Ensino Fundamental tem duração de quatro anos, o aluno deve ingressar no oitavo ano com 13 anos. Na tabela 1 pode-se observar a distribuição de aluno participante por idades.

Tabela 1- Distribuição das idades dos alunos.

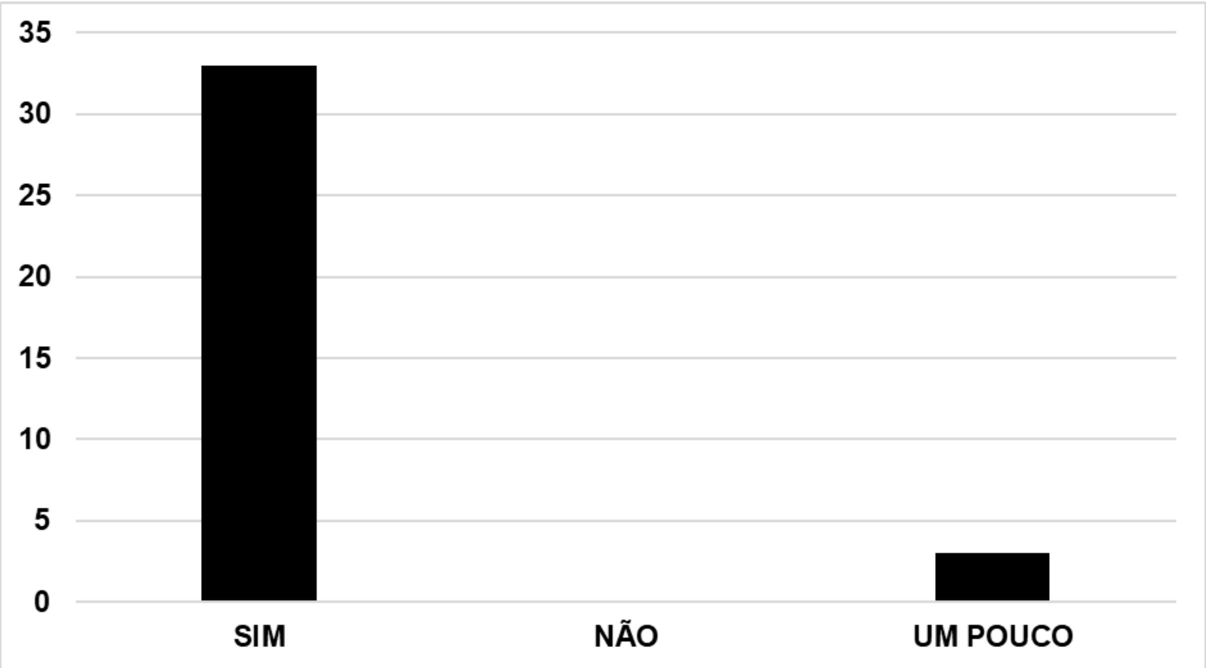
IDADE DOS ALUNOS	QUANTIDADE
12	1
13	15
14	11
15	2
16	3
17	4
TOTAL	**36**

Fonte: Próprio Autora (2019).

De acordo com a tabela 1, a média de idade da turma participante da pesquisa é de 14 anos, com mais de 50 % dos estudantes fora da faixa etária recomendadas pelos dispositivos legais que norteiam a educação, sugerindo que metade dos alunos apresentam um atraso na idade escolar que pode ser resultado evasão e reprovações, pois a taxa de aprovação da escola participante é de 72% (Censo Escolar 2018).

Os participantes também foram questionados se tem dificuldades na compreensão dos conceitos matemáticos. O gráfico 5 mostra a percepção dos alunos quanto às dificuldades na compreensão dos conceitos matemáticos.

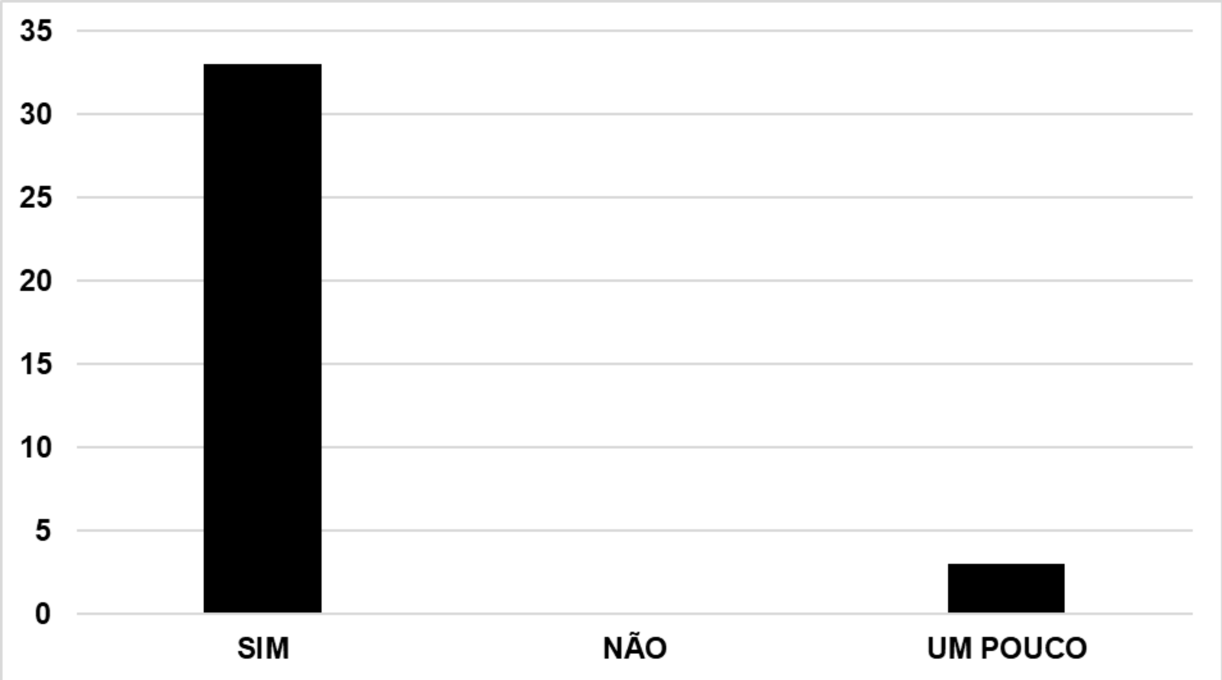
Gráfico 5 - Percepção dos alunos sobre as dificuldades de entender os conceitos.



Fonte: Própria Autora (2019).

Pode observar que os dados apresentados nesse trabalho indicam que a dificuldade de compreensão da linguagem e dos conceitos matemáticos estão associados a dois fatores de insucesso na aprendizagem, pois para um bom desempenho é preciso domínio dos conceitos e da linguagem matemática e sua representação, que é corroborado pelos resultados apresentados no gráfico 6.

Gráfico 6 Percepção dos alunos sobre as dificuldades de entender os símbolos matemáticos.



Fonte: Própria Autora (2019).

Como a álgebra é presente na série em que estamos trabalhando foi questionado aos entrevistados o que eles entendiam sobre letras em matemáticas as respostas foram agrupadas e apresentadas na tabela 3. Dos 36 estudantes mais da metade compreende que as letras são usadas como forma de representação.

Tabela 2 - Distribuição das respostas apresentadas sobre letras em matemática.

O QUE ENTENDE SOBRE LETRAS EM MATEMÁTICA?	QUANTITATIVO
Nada	8
Números a serem descobertos	7
Uma forma de representação	17
Que é igual a 1	2
Uma incógnita	2

Fonte: Própria Autora (2019).

Os resultados da tabela 2 não são suficientes para afirmar que os estudantes entendem sobre registros e representações, bem como dominam a simbologia matemática. Os resultados obtidos com os problemas propostos sugerem que os estudantes têm dificuldade em usar os conceitos da simbologia matemática por não entenderem a proposta apresentada no problema. Neste caso, parte da dificuldade está presente na leitura e interpretação e transformação dos dados, gerando dificuldade na resolução de questões.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O insucesso na aprendizagem da matemática pode ocorrer por vários fatores, sejam eles cognitivos, afetivos ou físicos. Entretanto, o desenvolvimento de competências e habilidade que contemplem leitura e interpretações pode fomentar melhores resultados para a disciplina, uma vez que a intepretação de questões problemas é parte primordial para o sucesso na resolução de questões.

Ao iniciar esta pesquisa, as inquietações em relação ao ensino da Matemática e a falta de interesse dos estudantes em aprendê-la eram inúmeras. Portanto, o estudante foi colocado como principal objeto do estudo de maneira que fosse possível entender quais eram as suas impressões, opiniões e medos diante da Matemática. Para tanto, buscou-se compreender o nível de dificuldade desses estudantes com relação à simbologia matemática, o que pode gerar inabilidade em compreender a simbologia algébrica utilizada no ensino de Matemática, interferindo na construção do conhecimento matemático dos estudantes a partir dos anos finais do Ensino Fundamental.

Com os resultados obtidos, foi possível perceber que existe uma dificuldade dos estudantes em compreender os símbolos matemáticos, o que pode estar associados a uma série de fatores, inclusive metodologias usadas para ensinar esses conteúdos. O instrumento I gerou dados que possibilitam inferir a necessidade de metodologias que evidencie uma diversidade de situações para que as operações e conceitos envolvidos possam ser melhores compreendidos, pois a pesquisa aponta que os estudantes não compreendem os conceitos e a linguagem matemática.

É importante lembrar que a incompreensão dos conceitos e linguagem não ocorre em um determinado período da vida escolar, e que tal linguagem deve ser construída ao longo da vida escolar, de forma gradativa.

Com o desenvolvimento desse trabalho ficou evidente a importância de metodologias que fomentem o ensino da simbologia matemática em sala de aula. Sem essa competência desenvolvida a compreensão de grande parte dos conteúdos da matemática fica comprometida, gerando resultados aquém das projeções estabelecidas em avaliações externas, além de gerar insatisfação nos estudantes reforçando a ideia de que a matemática é difícil.

Os resultados mostraram que em muitas situações o aluno consegue se expressar utilizando a linguagem materna, mas não consegue expressar ideias em linguagem matemática. Foi possível perceber que os participantes tentaram se expressar em língua materna até mesmo quando não era necessário fazer isso. O uso desse registro evidencia como os alunos estão interpretando e compreendendo os objetos matemáticos e os enunciados.

O fato dos problemas contextualizados apresentarem quantitativos menores de erros em relação aos outros tipos aponta que propor problemas cotidianos é uma maneira de tornar a matemática ensinada mais dinâmica e melhorar o processo de aprendizagem. Nessa pesquisa, considerando, ainda, as questões aplicadas aos alunos, foi observado que os participantes utilizaram, além do registro figural presente no enunciado, a linguagem materna, a algébrica e a aritmética.

É importante considerar que esse trabalho foi realizado apenas com uma turma e que, portanto, não é presumível fazer generalizações sobre as conclusões. Certamente, aplicado com outras turmas surgiriam resultados diversos e até mesmo diferentes. Há muitas pesquisas que discutem o estudo da linguagem e da linguagem matemática, e agora esse trabalho faz parte desse grupo. A pretensão é que ele possa contribuir para futuras pesquisas sobre a Linguagem Matemática e a Resolução de Problemas por meio de representações, entendendo eu o estudo dessa temática carece de outras pesquisas de modo que outras situações sejam analisadas, inclusive em outras etapas da Educação Básica.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. O Planejamento de Pesquisas Qualitativas. In: ALVESMAZZOTTI, A.; GEWANDSNAJDER, F. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais**: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1998, p. 107-203.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Linguagens, códigos e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/linguagens02.pdf. Acesso em 18 de mai. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, v.3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 10 de mai. 2015.

CARVALHO, D. S.; RAMOS, S. A.; CAVALCANTE, E. H. M.; LIMA NETO, S. C. Olimpíadas de conhecimento: ferramenta para o ensino da matemática em Petrolina, PE. **Extramuros**, Petrolina-PE, v. 5, n. 1, p. 14-29, 2017.

CARVALHO, P. M. **Simbologia Algébrica: a questão do “x” sob o olhar dos estudantes de um curso Pró-Técnico**. 2015. 140f. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica) - Centro Tecnológico de Educação de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

D’AMBROSIO, U. **Matemática e educação matemática**: O problema da convergência Palestras proferidas em 1998 no IV Encontro de Educação Matemática - SBEM-ES, Vitória, 21 de novembro de 1998. Disponível em:< https://sites.google.com/site/etnomath/23>. Acesso em: 20 de jan. 2019.

DAMM, Regina Flamyng. **Registros de Representação**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcantara et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

DICIONÁRIO Michaelis [CD-ROM]. São Paulo: Melhoramentos, 2002.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

FARJADO, R.A. dos S. **Teoria dos Conjuntos.** Notas de aula da Disciplina Laboratório de do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo

(USP). 2012. Disponível em: http://www.ime.usp.br/~fajardo/Conjuntos.pdf>. Acesso em 15 de ago. 2018.

FEIO, E. S. P., **A Conversão da Língua Natural para a Linguagem Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2005. Dissertação. (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2005.

FLORÊNÇO JÚNIOR, R. L. **A linguagem matemática na sala de aula**: Perspectivas e dificuldades. e-xacta, Belo Horizonte, v. 7, n. 1, p. 29-34. (2014). Editora UniBH. Disponível em: <ww.unibh.br/revistas/exacta/>. Acesso em 15 de jul. 2018.

FLORES, C.R. **Registros de representação semiótica em matemática**: história, epistemologia, aprendizagem. Boletim de Educação, v. 1, n.-26, 2006

FREITAS, T. S. **Língua Materna e Linguagem Matemática**: influências na resolução de problemas matemáticos. Campina Grande, 2015. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

GÓMEZ-GRANELL, C. Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática. In: RODRIGO, M. J.; ARNAY, J. (Orgs.). **Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores**. São Paulo: Ática, 1998. p. 15-41.

GOMES-GRANELL, C. **A aquisição da linguagem matemática:** símbolo e significado. In: TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana (Org.). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2003.

GRANGER, G. G. **Filosofia do estilo**. Trad. Escarlett Zebertto Marton. São Paulo, perspectiva, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

GUERRA, M. das G. G. V.; CUSATI, I. C.; SILVA, A. X. da. **Interdisciplinaridade e transdisciplinaridade:** dos conhecimentos e suas histórias. Revista Ibero Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v. 13, n. 03, p. 979-996, jul./set., 2018. E-ISSN:19825587. DOI: 10.21723/riaee.v13.n3.2018.11257

KLÜSENER, R. **Ler, Escrever e Compreender a Matemática, ao Invés de Tropeçar nos Símbolos.** In: NEVES, Iara et al. Ler e Escrever: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001. p. 177-191.

KOCH, I. G. V. **A inter-ação pela linguagem.** São Paulo: Contexto, 2003.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção matemática**. Campinas-SP: Editora Autores Associados, 2ª ed., 2008.

MACHADO, S. D.A. (Org**). Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

MENEZES, Mindé Badauy de. e RAMOS, Wilsa Maria. PROFORMAÇÃO (Programa de Formação de Professores em Exercício) **- Coleção Magistério** - Módulo IV (Unidades 2, 3 e 7 de autoria de Iracema Campos Cusati). 1a. ed. Brasília: MEC, FUNDESCOLA, 2000.

MODEL, S. L. **Dificuldades dos alunos com a simbologia matemática.** 2005. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

MONTEIRO, L. C. S. **Sentidos e Significados para uma Abordagem Semiótica em Educação Matemática**: Uma Análise sobre as Discussões das Interpretações do Paradoxo de Zenão. São Paulo, 2015.177f. Tese - Universidade Anhanguera, São Paulo.

NEHRING, C. **A Multiplicação e seus Registros de Representação nas Séries Iniciais**. 1996. 125f. Dissertação– Centro de Ciências da Educação, Universidade de Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

OBST, O. N. **Resolução de problemas e linguagem em EJA**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 2015.

PAIVA, T. V. S. **O desafio da linguagem matemática através das novas tecnologias**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia, Vitória da Conquista, 2016.

PIMENTEL, D. E. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra**. 2010. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

RAMOS, S. A.; CARVALHO, D. S.; LIMA NETO, S. C. **Um pouco da OBMEP:** Você pertence a qual grupo? Revista do Professor de Matemática, n. 99, 58-63, 2019.

ROCKENBACH, W. L. “**Advinha número”:** Número é uma questão de simbologia. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – a Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2013.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2003.

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica.** Porto Alegre: Artmed, 2004.

SILVA, A. R. **Por que usamos símbolo em Matemática?.** 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2013.

SILVA, C. M. S. **No Paraíso dos Símbolos**: surgimento da lógica e teoria dos conjuntos no Brasil. Disponível em: <http://www.ufes.br/circe/administrador/artigos/arquivos/artigo60.htm> Acesso em: 24 nov. 2018.

SILVEIRA, M. R. A. **Compreensão da matemática no uso de símbolos e da gra-**

mática. Rev. Guillermo de Ockham, 15(1), 51-57. 2017.

SILVEIRA, M. R. A.. **Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática**. 2005. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

ROCKENBACH, W. L. **Adivinha Número**: Número é uma questão de simbologia, Cuiabá. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2013.

TINOCO, L. A. A. et al. **Caminho da álgebra na escola básica**. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, 6. 2008. p. 1-8. Disponível em: < http://www.sbemrj.com.br/sbemrjvi/artigos/b2.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2018.

VALLILO, S. A. M. **A linguagem matemática no estudo de números racionais**: uma abordagem através da resolução de problemas. Rio Claro, 2018. 238f. Dissertação – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

VIALI, L.; SILVA, M. M.. **A linguagem matemática como dificuldade para os alunos do ensino médio**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 9, 2007. Belo Horizonte. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em 18 de ago.2018.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1998.

ZUCHI, I. **A importância da linguagem no ensino de matemática**. Educação matemática em revista. Rio de Janeiro. N16, ano 11. pg 49-55.

ZUCHI, Ivanete. A importância da linguagem no ensino de matemática. Educação Matemática em Revista, n.16, p. 49-55, ano 11, 2004.

APÊNDICE A - Instrumento I

1- Em certa sequência de números, cada um deles é determinado por n = 3x + 5, em que x indica a posição que o número ocupa na sequência.

a) Complete o quadro dos dez primeiros números dessa sequência.

X	1	2								
N	8	10								

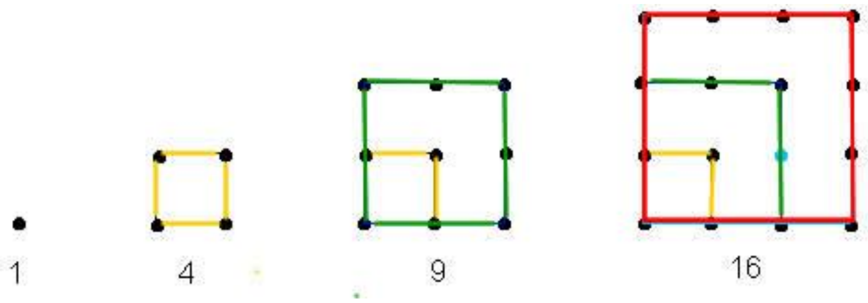
b) Faça o mesmo para uma sequência em que cada número é determinado por n = $x^3 - x^2$

X	1	2								
N	0	2								

c) Crie uma lei para o próximo quadro. Cada número é determinado por n = __________.

X	1	2								
N										

2- Observe a sequência de figuras abaixo:



Responda:

a) Quantos pontinhos terá a próxima figura da sequência.

b) Quantos pontinhos terá a décima figura da sequência.

c) Quais das fórmulas abaixo pode ser usada para determinar o número de pontinhos de cada figura:

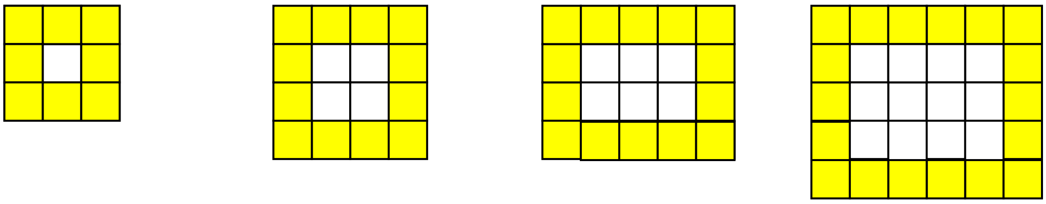
I) P(n) = n

II) P(n) = 2n

III) P(n) = n^2

IV) P(n) = $n^2 + n$

3 - Observe a sequência de figuras abaixo e responda a questões a seguir e encontre uma expressão que indica corretamente a relação entre o número de quadradinhos brancos (representado por n) no interior de cada figura e os quadradinhos coloridos (representados por x)



a) Desenhe a próxima figura da sequência

b) Encontre a uma expressão que indica corretamente a relação entre os números de quadradinhos brancos (n) e os quadradinhos coloridos (X).

4 - Pedro tem 6 anos a mais do que Marcos. Os dois juntos têm 54. Quanto anos tem cada um?

a) Pedro tem 30, Marcos 24
b) Pedro 36, Marcos 30
c) Pedro 28, Marcos 22
d) Pedro 24, Marcos 30
e) Pedro 40, Marcos 34

Escreva aqui a resolução da sua questão:

5 - Todos os professores são chatos. Assim sendo,

a) O conjunto dos *professores* contém o conjunto dos *chatos*;
b) O conjunto dos *chatos* contém o conjunto dos *professores*;
c) Todos os *chatos* são *professores*;
d) Algum *professores* não é *chatos*

6 - NA matemática o símbolo ^ significa e, sendo
p: José gosta de jogar futebol
q: José gosta de jogar tênis

Usando apenas três caracteres como você escreveria a seguinte frase
José gosta de jogar futebol e tênis.

7- Sejam:
O número 1 representado por A
O número 2 representado por B
O número 10 representado por C

a) Como vc representaria o número 4?
b) Como você representaria o número 4 utilizando apenas duas letras?

8 - Observe o conjunto A = {1, 2, 3, 4, ...} e responda:

a) -1 pertence ao conjunto A? Por quê?

b) 20 pertence ao conjunto A? Por quê?

9 - Observe o conjunto B = {2, 4, 6, 8 ...} e responda:

a) 9 pertence ao conjunto B? Por quê?

b) 20 pertence ao conjunto B? Por quê?

APÊNDICE B: Instrumento II

1. Idade: _________ sexo: ( ) F ( )M
2. Gosta de matemática?
( ) Sim ( ) Não ( ) Um pouco

3. Você tem dificuldade de entender os conceitos matemáticos?
( ) Sim ( ) Não ( ) Um pouco
4. Você tem dificuldade de entender as representações gráficas e símbolos usados no ensino da matemática?
( ) Sim ( ) Não ( ) Um pouco

5. Você consegue perceber as aplicações dos conceitos de matemática no dia a dia?
( ) Sim ( ) Não ( ) Um pouco

6. Considera os conteúdos sobre equações importantes?
( ) Sim ( ) Não ( ) Um pouco

7. O que você entende sobre letras na matemática?

____
____

8. o que você entende do "x" na matemática?
____
____

9. Marque os problemas da atividade anterior que você teve dificuldade de resolver:
( ) 01 ( ) 02 ( ) 03 ( ) 4 ( ) 5 ( ) 06 ( ) 07 ( ) 08 ( ) 09