



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

DÂMASO DOUGLAS DA SILVA NUNES

**INTERVENÇÃO VOLTADA À CONSTRUÇÃO DOS DIFERENTES
SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE FRAÇÃO NO 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL A PARTIR DE UMA REVISÃO SISTEMÁTICA**

JUAZEIRO - BA

2022

DÂMASO DOUGLAS DA SILVA NUNES

**INTERVENÇÃO VOLTADA À CONSTRUÇÃO DOS DIFERENTES
SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE FRAÇÃO NO 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL A PARTIR DE UMA REVISÃO SISTEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira.

JUAZEIRO - BA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

Nunes, Dâmaso Douglas da Silva.

N972i Intervenção voltada à construção dos diferentes significados do conceito de fração no 8º ano do Ensino Fundamental a partir de uma revisão sistemática / Dâmaso Douglas da Silva Nunes, – Juazeiro – BA, 2023.
xiv, 92 f.: il. ; 29 cm

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2023.

Orientadora: Profa. Dra Lucília Batista Dantas Pereira

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Frações (matemática) - Significados. 3. Matemática (Ensino fundamental). 4. Sala de aula - Intervenção. I. Título II. Pereira, Lucília Batista Dantas. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510.7

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas da Univasf com os dados fornecidos pelo autor.

Bibliotecário: Lucídio Lopes de Alencar – CRB-4/1799

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO

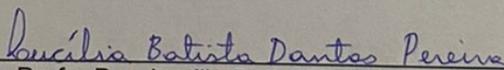
Dâmaso Douglas da Silva Nunes

INTERVENÇÃO VOLTADA À CONSTRUÇÃO DOS DIFERENTES
SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE FRAÇÃO NO 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL A PARTIR DE UMA REVISÃO SISTEMÁTICA

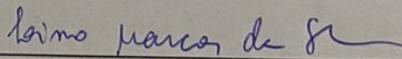
Dissertação apresentada como
requisito parcial para obtenção do
título de Mestre em Matemática,
pela Universidade Federal do Vale
do São Francisco.

Aprovada em: 22 de dezembro de 2022.

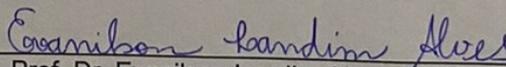
Banca Examinadora



Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira, C. Mat./UPE



Prof. Dr. Lino Marcos da Silva, PROFMAT/UNIVASF



Prof. Dr. Evanilson Landim Alves, C. Mat./UPE

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me dar força e persistência para concluir este curso de Mestrado, porque sem Ele, com certeza, seria incapaz de alcançar qualquer objetivo.

Agradeço ao meu pai Zenildo pela dedicação e zelo em oferecer a melhor educação e à minha mãe Estelita por sempre ter o cuidado e amor para com seus filhos.

Agradeço à minha esposa Mirella pela paciência, compreensão e pelo apoio nesse período de resiliência e à minha sogra Inês pelo suporte e cuidado comigo.

Agradeço a Deus pela existência das minhas filhas Sophia e Ana Liz; elas são minhas razões de vida e de alegria.

Agradeço à Professora Lucília, pelas suas excelentes orientações, um exemplo de profissional competente e comprometida, e por, prontamente, aceitar me orientar.

Agradeço aos meus irmãos Bruna e David por compartilharem momentos importantes em minha vida.

Agradeço aos meus cunhados Clébia e Samuel e aos meus sobrinhos Guilherme e João Eduardo.

Agradeço aos professores do PROFMAT, Beto, Fábio, Lino, Alison, Aroldo, Tuanny, Edson e Alexandre pelos ricos conhecimentos compartilhados e ao servidor Manoel por sempre nos atender com paciência e humanidade.

Agradeço a todos os colegas do PROFMAT, com os quais tive o prazer de conviver neste período de formação, em especial, aos amigos Rinaldo e Guedes.

Agradeço aos meus amigos, companheiros e companheiras de todos os momentos, Evanilson, Rafael, Nancy, Benevaldo, Ana Maria, Augusto, Anderson, Alisson, Juliano, Aparecida, Victor, Karynne, Adna e Edson, Allan, Daniela e sobrinhos Davi, Benjamim e Alice.

Agradeço aos integrantes do Colégio Paulo VI, em nome da gestora Francisca pelo seu apoio; aos Colégio Pedro Rego, por permitirem a coleta de dados deste estudo; e aos colegas da EJA Campo, Mara, Débora, Elka, Fábio, Pedro, Ricardo, Rosivândia, Wilza, Rejane e Edenise da Escola Diego Rêgo.

Agradeço aos 40 estudantes, que participaram desta pesquisa, contribuindo na busca de alcançar os objetivos propostos neste estudo.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Dedico esta conquista aos meus pais, Zenildo e Estelita, com todo o meu amor e gratidão por dedicarem as suas vidas em oferecer a melhor educação possível aos seus filhos.

INTERVENÇÃO VOLTADA À CONSTRUÇÃO DOS DIFERENTES SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE FRAÇÃO NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DE UMA REVISÃO SISTEMÁTICA

Dâmaso Douglas da Silva Nunes
damasodouglas@gmail.com

Lucília Batista Dantas Pereira
lucilia.batista@upe.br

RESUMO

O ensino das frações e os seus significados têm sido encarados como um desafio para a Educação Básica, em especial no Ensino Fundamental. Além disso, os docentes de Matemática apresentam desconhecimento da maioria dos significados de fração, além das dificuldades em encontrar recursos metodológicos e ausência de reflexões relativas nos cursos de formação inicial e continuada. Vale destacar que o conceito de fração é sustentado por cinco significados, quais sejam: parte-todo, quociente, medida, razão e operador. Esses significados contribuem para a construção do conceito de fração. Compreendendo esse desafio, o objetivo do presente estudo é analisar os conhecimentos dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental relativo ao ensino dos diferentes significados de fração por meio de uma intervenção em sala de aula. Metodologicamente, este estudo foi constituído de uma revisão sistemática (método PRISMA), de fundamento qualitativo e abordagem exploratória com base em pesquisa aplicada na temática sobre o ensino dos diferentes significados de fração, além de uma intervenção em sala de aula com estudantes de duas turmas do 8º ano de uma escola pública. Como resultados principais da leitura e da análise dos estudos selecionados, observou-se reduzida amplitude na apresentação de recursos metodológicos que trabalhem os diferentes significados de fração. Apesar de todos os significados de fração terem sido citados, o mais empregado e o mais conhecido entre os professores ainda é o significado parte-todo. Já os principais resultados da intervenção em sala de aula apontam que os estudantes ainda apresentam dificuldades na aprendizagem do conceito de fração, conseqüentemente, na resolução dos problemas, embora estejam em processo de construção desse conceito.

Palavras-chave: Frações. Significados. Ensino Fundamental. Intervenção em sala de aula. Revisão sistemática.

INTERVENTION FOCUSED ON THE CONSTRUCTION OF THE DIFFERENT MEANINGS OF THE FRACTION CONCEPT IN THE 8TH GRADE OF ELEMENTARY EDUCATION, BASED ON A SYSTEMATIC REVIEW

Dâmaso Douglas da Silva Nunes
damasodouglas@gmail.com

Lucília Batista Dantas Pereira
lucilia.batista@upe.br

ABSTRACT

The teaching of fractions and their meanings have posed a challenge for Basic Education, especially in Elementary Teaching. On top of this, Mathematics teachers show lack of knowledge for most of the meanings of “fraction”, besides presenting difficulties in finding methodological resources - alongside the absence of reflections originating in initial and ongoing training. It is worth highlighting that fraction as a concept is sustained by the five following meanings: part/whole, quotient, measure, ratio and operator. These meanings contribute to the construction of fraction as a concept. Having understood this challenge, the object of the current study is to analyze knowledge of 8th year students at Elementary level in relation to the different meanings of fraction. In methodological terms, this study included a systematic revision (PRISMA method), qualitative in nature with an experimental approach, based on applied research in view of the theme on teaching different meanings for fraction, by way of intervention in the classroom involving two groups of 8th grade students at a public school. In the main findings of the reading and analysis of the selected studies, one observed reduction in the range of methodological resources presented to work the different meanings of fraction. In spite of all the meanings of fraction that have been cited, the most utilized and best known among teachers continues to be part/whole. The main results from intervention in the classroom readily indicate that students will present difficulties in learning the concept of fraction. As a consequence, it will be more difficult to solve problems, even while in the process of constructing this concept.

Key-words: Fractions. Meanings. Elementary School. Intervention in the classroom. Systematic review.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1 – Filtragem na base de dados CAPES	35
Figura 2 - Resolução do estudante B11 para a Situação 03	57
Figura 3 - Resolução do estudante C13 para a Situação 04.....	58
Figura 4 - Resolução do estudante C10 para a Situação 04.....	58
Figura 5 - Resolução do estudante C5 para a Situação 06.....	60
Figura 6 - Resolução do estudante C14 para a Situação 06.....	60
Figura 7 - Resolução do estudante B10 para a Situação 07.....	61
Figura 8 - Resolução do estudante B11 para a Situação 07.....	62
Figura 9 - Resolução do estudante C16 para a Situação 08.....	62
Figura 10 - Resolução do estudante C5 para a Situação 09.....	63
Figura 11 - Resolução do estudante B21 para a Situação 09.....	64
Figura 12 - Resolução do estudante C10 para a Situação 10.....	65
Figura 13 - Resolução do estudante B22 para a Situação 10.....	65
Figura 14 - Resolução do estudante B18 para a Situação 12.....	67
Figura 15 - Resolução do estudante C16 para a Situação 13.....	68
Figura 16 - Resolução do estudante B5 para a Situação 14.....	69
Figura 17 - Resolução do estudante B21 para a Situação 15.....	70
Figura 18 - Resolução do estudante B21 para o Problema 1.....	72
Figura 19 - Resolução do estudante B25 para o Problema 2.....	72
Figura 20 - Resolução do estudante C2 para o Problema 2.....	73
Figura 21 - Resolução do estudante B10 para o Problema 3.....	74
Figura 22 - Resolução do estudante B15 para o Problema 4.....	75
Figura 23 - Resolução do estudante B6 para o Problema 4.....	75
Figura 24 - Resolução do estudante B10 para o Problema 5.....	76
Figura 25 - Resolução do estudante B14 para o Problema 5.....	77

LISTAS DE QUADROS

Quadro 1 – Critérios de inclusão e de exclusão.....	34
Quadro 2 – Tipo de obra, título, autores, ano, instituição de vínculo dos autores e Estado.....	38
Quadro 3 – Estratégias de resolução adotadas pelos estudantes para a situação 11.....	66
Quadro 4 - Frequência relativa de acertos do Questionário.....	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EF	Ensino Fundamental
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EJA	Educação de Jovens e Adultos
PRISMA	Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses (Itens de Relatório preferido para revisões sistemáticas e meta-análises)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 NÚMEROS RACIONAIS	17
2.1 SIGNIFICADO PARTE-TODO	22
2.2 SIGNIFICADO DE MEDIDA	24
2.3 SIGNIFICADO DE QUOCIENTE	27
2.4 SIGNIFICADO DE RAZÃO	28
2.5 SIGNIFICADO DE OPERADOR	29
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	31
3.1 TIPOLOGIAS E ABORDAGENS	31
3.2 ESTRUTURAÇÃO DA REVISÃO SISTEMÁTICA: A MODELAGEM PRISMA	32
3.3 CRITÉRIOS DE ELEGIBILIDADE DA REVISÃO SISTEMÁTICA: INCLUSÃO E EXCLUSÃO DOS ESTUDOS LEVANTADOS	34
3.4 INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA	36
4 RESULTADOS DA REVISÃO SISTEMÁTICA	38
4.1 ANÁLISE DO ARTIGO 1	39
4.2 ANÁLISE DO ARTIGO 2	41
4.3 ANÁLISE DO ARTIGO 3	43
4.4 ANÁLISE DO ARTIGO 4	44
4.5 ANÁLISE DO ARTIGO 5	45
4.6 ANÁLISE DO ARTIGO 6	47
4.7 ANÁLISE DO ARTIGO 7	48
4.8 ANÁLISE DO ARTIGO 8	49
4.8 ANÁLISE DO ARTIGO 9	50
4.10 ANALISANDO AS RELAÇÕES ENTRE OS ESTUDOS SELECIONADOS.....	52
5 ATIVIDADE DE INTERVENÇÃO APLICADA EM SALA DE AULA	54
5.1 VIVÊNCIA DA AULA EXPLORANDO OS CINCO SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO	54
5.1.1 Situação 01	55
5.1.2 Situação 02	56
5.1.3 Situação 03	56

5.1.4 Situação 04	57
5.1.5 Situação 05	59
5.1.6 Situação 06	59
5.1.7 Situação 07	61
5.1.8 Situação 08	62
5.1.9 Situação 09	63
5.1.10 Situação 10	64
5.1.11 Situação 11	65
5.1.12 Situação 12	67
5.1.13 Situação 13	68
5.1.14 Situação 14	68
5.1.15 Situação 15	69
5.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO APLICADO APÓS A INTERVENÇÃO	70
5.2.1 Problema 1	71
5.2.2 Problema 2	72
5.2.3 Problema 3	73
5.2.4 Problema 4	74
5.2.5 Problema 5	76
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
REFERÊNCIAS	81
APÊNDICE A - VIVÊNCIA DA AULA SOBRE SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES	83
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO	91

1 INTRODUÇÃO

O tema abordado neste estudo trata de uma intervenção voltada à construção dos diferentes significados do conceito de fração no 8º ano do Ensino Fundamental (EF) a partir de uma revisão sistemática, baseado no método PRISMA. Essa escolha decorreu a partir de percepções de como o conceito de fração é, em geral, trabalhado em sala de aula pelos professores, muitas vezes contemplando apenas um significado.

Apesar de os estudantes terem visto alguns conteúdos relacionadas aos números racionais nos anos iniciais do EF, seja na forma fracionária ou decimal, é perceptível, a partir de anos de experiências em sala de aula em turmas do EF, o quanto indivíduos em formação escolar apresentam evidentes dificuldades em compreender o saber fração, as correlações e aplicabilidade na resolução de problemas cotidianos comuns à sociedade contemporânea.

Ao iniciar sua vida escolar, o estudante começa a familiarizar-se com os números naturais; por sua vez, o professor propõe atividades com problematizações em que a utilização dos números naturais é suficiente para a resolução. Nos anos que se seguem, os números naturais já não são suficientes para solucionar as situações-problema apresentadas pelo docente e cotidiano em que estão inseridos. Então, surge a necessidade de ampliar o campo numérico dos números naturais, com a apresentação dos números racionais na sua forma fracionária e decimal (SANTOS, 2019).

Ademais, o conceito de números racionais na sua representação fracionária vem sendo construído desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, buscando compreender procedimentos, refletir os resultados, pensar em diferentes estratégias (evitando sistematização ou algoritmos prontos para serem seguidos) e percorrendo até os anos finais do EF; nessa etapa, já buscando uma consolidação e formalização. Apesar de ser abordado desde muito cedo, percebe-se que estudantes apresentam muitas dificuldades em desenvolver as habilidades ligadas às frações, em especial, na compreensão dos seus diferentes significados.

Assim, nota-se que uma das razões para essas dificuldades parece ser em limitar o estudo da fração apenas ao significado parte-todo, explorando-o em exemplos repetidos de dividir a figura em partes iguais e pintar uma quantidade das

partes, deixando de contemplar os outros significados, também importantes para a compreensão da completude do saber fração. No currículo de Matemática do Ensino Fundamental do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), recomenda-se que o estudo de fração contemple diferentes significados, quais sejam: parte-todo, o quociente entre dois números inteiros, medida, razão e operador.

Além de se contemplarem os diferentes significados de fração, é necessário relacionar o que os alunos estão estudando em sala de aula com situações do seu cotidiano e apresentar uma variedade de contextos. Dessa forma, os estudantes poderão ter maior chance de construir o conceito e perceberão a utilidade daquele conhecimento para resolução de problemas do seu contexto social.

Ainda assim, considerando que a habilidade de compreender os diferentes significados de fração é relevante para a continuidade da vida escolar dos alunos, então, lacunas identificadas poderão comprometer a construção de outras habilidades e competências matemáticas. Nesse sentido, Landim e Morais (2019) afirmam que a dificuldade na compreensão do número fracionário poderá comprometer a ascensão dos estudantes em outros campos matemáticos, por exemplo, números decimais, porcentagem, razão, proporção e cálculo de probabilidades.

Dessa maneira, o presente estudo busca elucidar e responder à seguinte questão de pesquisa: De que maneira uma intervenção voltada para a construção dos diferentes significados do conceito de frações, elaborada a partir de uma revisão sistemática, pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental?

Isso posto, compreendendo esses desafios e possibilidades no campo da Educação Matemática, tem-se como objetivo geral analisar os conhecimentos dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental relativo à aprendizagem dos diferentes significados de fração por meio de uma intervenção em sala de aula.

Quanto aos objetivos específicos, ficaram assim definidos no contexto da proposta temática: identificar, nos estudos levantados por meio de uma revisão sistemática, as abordagens do ensino de frações; verificar, a partir de leitura analítica nos achados científicos, as lacunas relativas à aprendizagem dos significados de fração; analisar a orientação (tendência) quanto ao ensino e à aprendizagem do significado de frações, observando a abordagem mais comum e as

que são menos empregadas em sala de aula; realizar uma intervenção voltada para o ensino dos diferentes significados de fração, considerando as recomendações apresentadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018).

O estudo foi de revisão sistemática (método PRISMA), de fundamento qualitativo e de abordagem exploratória com base em pesquisa aplicada na temática acerca do ensino dos diferentes significados de fração, além de uma intervenção, em sala de aula, com estudantes de duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental.

A presente dissertação está organizada em seis seções. A segunda seção trata sobre os números racionais, a qual terá uma subseção, abordando todos os significados de fração de interesse nesta pesquisa. Na terceira seção, têm-se os procedimentos metodológicos, definindo metodologia e método científico. Essa seção é composta por quatro subseções, sendo elas: tipologias e abordagens; estruturação da revisão sistemática; critérios de elegibilidade da revisão sistemática e intervenção em sala de aula.

Já na quarta seção, analisam-se os artigos obtidos na revisão sistemática, A quinta seção corresponde à atividade de intervenção aplicada em sala de aula, composta por duas subseções, sendo elas: a vivência da aula sobre os cinco significados de fração e análise do questionário aplicado após a intervenção. E, por fim, apresentam-se as considerações finais.

2 NÚMEROS RACIONAIS

Os números racionais (que podem ser representados nas formas fracionária e decimal) surgem a partir da necessidade de resolver situações em que se pretende indicar uma ou mais partes de uma determinada unidade. Com isso, o conjunto dos números naturais se torna insuficiente na representação do problema.

A esse respeito, Santos (2019, p. 39) afirma que “é possível perceber que, no decorrer do tempo, houve a necessidade de novos números, devido ao aparecimento de problemas associados a medições não exatas”. A BNCC (BRASIL, 2018) também recomenda a utilização de atividades diversificadas, nas quais os estudantes percebam a necessidade de usar outros números para solucionar determinadas situações-problema. Com a finalidade de aprofundar a noção de número racional, a BNCC orienta que os professores apresentem aos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental algumas situações-problema, a exemplo de medições, em que os números naturais já não são suficientes para resolvê-las (BRASIL, 2018).

A BNCC introduz a ideia, bem como a concepção e o conceito inicial de números racionais, em sua forma decimal ou fracionária, visando, assim, abrir um caminho mais amplo de possibilidades na aprendizagem. Nessa etapa de ensino, as expectativas consistem em desenvolver habilidades nas quais os alunos resolvam alguns problemas com números racionais, sendo sua representação decimal finita e realizem a leitura, escrita e ordenação desses números.

Embora os números racionais possuam diferentes representações, este trabalho será direcionado apenas para a forma fracionária, especificamente em seus significados. Conforme o dicionário Ferreira (2001, p. 331) a palavra fração significa “1. Parte de um todo. 2. Mat. Número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais.” Na definição de fração, está expressa a palavra dividir, que poderá estar relacionada a grandezas discretas e contínuas.

Na representação fracionária a/b , o a indica que o inteiro foi dividido em b partes iguais (ou áreas), sendo esse algarismo localizado na parte de baixo, chamada de denominador, representando o nome de cada parte do inteiro que foi dividido e o algarismo a localizado na parte de cima, chamada numerador, pois ele enumera a quantidade de partes que será levada em consideração. Segundo Silva e

Almouloud (2018) compreendendo essa representação, os estudantes irão conseguir a conversão de uma linguagem escrita na forma fracionária para uma representação figural.

Já o conjunto dos números racionais é definido por Souza (2018, p. 17), no livro didático do 9º ano do EF, como “[...] aqueles que podem ser expressos na forma, a/b , em que a e b são números inteiros com $b \neq 0$. Assim, podemos representar o conjunto dos números racionais da seguinte maneira: $Q = \{a/b \mid a \in Z, b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$ ”. Por outro lado, no livro didático do Ensino Médio de Iezzi *et al.* (2002, p. 06), define-se o conjunto dos números racionais “como o conjunto das frações p/q ; desse modo, um número é racional quando pode ser escrito como fração p/q , com p e q inteiros e $q \neq 0$.”

Assim, o professor inicia o ensino de frações a partir do significado de parte-todo, possibilitando aos estudantes desenvolver, parcialmente, o conceito de fração, bem como algumas regras de operações (por meio da contagem das partes da figura). Complementando essa ideia, Landim e Morais (2019) afirmam que as escolhas realizadas pelos professores para a apresentação do conceito de fração, ainda, possuem traços de uma abordagem tradicional, na qual a maior preocupação são as regras e as técnicas sem nenhum significado, ao invés de priorizar o processo de construção do conceito.

É apresentada para os estudantes uma pequena variedade de situações que contemplam apenas uma concepção das frações e mecanizam o pensamento na resolução dos problemas, transmitindo uma falsa sensação de esgotamento de significados de frações. De acordo com a concepção de Silva e Almouloud (2018, p. 81):

Esse modelo de ensino não desenvolve, entretanto, a comparação das partes com a unidade, pois como as crianças não participam diretamente da divisão do inteiro, este modelo se torna estático, não permitindo, inclusive, que o conceito de número racional se desenvolva plenamente.

Portanto, essa limitação em não apresentar outros significados de fração podem causar grandes prejuízos na formação Matemática dos estudantes, pois essa concepção não desenvolve outras habilidades importantes à construção do conceito de frações e, conseqüentemente, dos números racionais em sua totalidade.

No Currículo de Pernambuco, “recomenda-se propor e explorar atividades matemáticas ricas e produtivas, considerando as experiências e os interesses dos

estudantes” (PERNAMBUCO, 2019, p. 357). Nessa mesma perspectiva, Landim e Morais (2019) afirmam que o estudo das frações, para abranger todos os significados implícitos nessa temática, requer um conjunto requintado de atividades. Portanto, faz-se necessário apresentar uma variedade de situações que colaborem para a construção dos conceitos relacionados ao saber matemático.

Dessa forma, os estudantes irão pensar em diferentes estratégias para solucionar um mesmo problema; eles analisarão se determinada estratégia servirá para outras situações e isso poderá estimular o pensamento e a sistematização do conhecimento matemático.

A concepção parte-todo é utilizada para compreender a representação fracionária, na qual o professor utiliza o mecanismo de dividir uma figura (unidade) em partes que possuem a mesma área, sendo que algumas das partes serão consideradas para, então, associá-la a um número racional.

De acordo com Silva e Almouloud (2018), para facilitar a contagem das partes da unidade da figura, o professor utiliza a linguagem figuras iguais e não figuras que possuem a mesma área, perdendo a oportunidade de abordar conceitos relacionados à área de figuras planas.

Silva e Almouloud (2018) dizem, também, que, na apresentação e proposição de atividades, as figuras já são previamente divididas, acredita-se que os estudantes já teriam a oportunidade de utilizar os instrumentos de medidas para realizar as divisões dos comprimentos ou das alturas das figuras e encontrar as áreas das partes e do todo da figura, a fim de reconhecessem o processo de partição do todo.

Nesse processo, o professor terá um papel importante no desenvolvimento desses significados, pois ele ficará propondo situações variadas, acompanhando, mediando e provocando os estudantes a refletirem sobre suas ações e natureza das especificidades de cada conjunto de tarefas. A esse respeito, Silva e Almouloud (2018, p. 96) afirmam que “a habilidade do professor em perceber tais concepções é fundamental para a aprendizagem no sentido de interferir para propor questões que encaminhem o aluno a interpretar e resolver as situações que lhe são apresentadas a bom termo”.

Segundo Patahuddin, Usman e Ramful (2018), apesar de todos os esforços dos professores em apresentarem informações importantes, exemplos ou variedade de metodologias com alguma intenção em mente, não é garantia que os estudantes

irão compreender os conceitos pretendidos em sua dimensão peculiar. Esses autores justificam tais dificuldades devido à complexidade que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática podem oferecer, o que muitas vezes, vai muito além da visibilidade do observador.

Sobre isso, Santos (2019) afirma que o conteúdo de frações tem sido muito temido dentro das escolas, mal compreendido e mal aprendido pelos estudantes, implicando, pois, as dificuldades e os desafios percebidos em sala de aula no que compete à aprendizagem significativa e efetiva em frações. Dentro desse mesmo contexto, a autora entende que a ideia central de compreender uma fração como um número, tem sido escondida e poluída, dadas a sua particularidade e abordagens de ensino empregadas pelos professores no Ensino Fundamental.

Por outro lado, os professores utilizam, geralmente, apenas o significado "parte-todo" para conceituar a fração, apresentando figuras retangulares, previamente divididas em partes de mesmo tamanho, e sendo considerada alguma ou algumas dessas partes para elucidação do conceito (SANTOS, 2019). Nesses casos, os professores realizam a associação da fração com a figura, a fim de construir uma imagem que possibilite aos estudantes compreenderem a lógica e a ênfase conceitual de fração. Nessa mesma perspectiva, Landim e Morais (2019) afirmam que realizar essa explanação somente dessa forma tem sido insuficiente para expressar o que está implícito na compreensão do conceito de número fracionário, pois os estudantes devem compreender que o surgimento desses números se deve ao fato de que os números naturais já não são suficientes para solucionar alguns problemas cotidianos.

Percebe-se que os estudantes não apresentam dificuldades em fazer essa associação da fração com a figura; no entanto, quando se avança em situações-problema distintas do significado parte-todo, no que tange aos outros significados de fração, observam-se alguns obstáculos na compreensão e resolução dos problemas propostos por parte dos estudantes.

É natural, assim, que essas dificuldades se manifestem em sala de aula, pois se entende que apenas a compreensão do significado "parte-todo" não é suficiente para a resolução de todas as problemáticas, sendo, para tanto, necessário uma ampliação maior dos significados, quais sejam: medida, quociente, razão e operador.

Sobre isso, Santos (2019) afirma que esse modelo de ensino, limitando a compreensão sobre o conceito de frações somente por meio do significado "parte-todo", sem qualquer contextualização significativa para o estudante do EF, poderá ser o responsável pelo fracasso da aprendizagem desse conteúdo.

Evidentemente, outros fatores, também, contribuem para aumentar os obstáculos no desenvolvimento do saber de fração, em especial a velocidade no momento de explanação e abordagem do conteúdo, passando-se, em seguida, para a bateria de exercícios e, por sua vez, ausência em apresentar os outros significados relativos ao conceito de fração, tratados nos livros didáticos. Isso se deve provavelmente ao comprometimento da formação dos professores.

O Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) recomenda, ainda, nos anos iniciais do EF, que o professor ofereça uma diversidade de contextos para facilitar a elaboração do conceito, além de explorar as frações fundamentais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, etc.) e realizar as aplicações dos algoritmos das operações fundamentais com as frações de forma gradativas e fundadas em situações significativas, evitando, dessa maneira, a automatização de aplicação de regras.

Nos anos finais do EF, o referido documento orienta que os números racionais, a exemplo dos significados de fração (parte-todo, o quociente entre os dois números inteiros, medida; razão e operador) sejam ampliados e aprofundados, não no sentido de estabelecer memorização de procedimentos de cálculos, mas sim que sejam compreendidos os significados que a justifiquem.

No âmbito da BNCC (BRASIL, 2018), orienta-se aos docentes que os significados "parte-todo" e "quociente" sejam contemplados na matriz curricular e pedagógica do 6º ano do EF e significados como "parte de inteiros", "resultado da divisão", "razão" e "operador", por sua vez, sejam trabalhados apenas no 7º ano do EF.

Observa-se, dentro desse ambiente de discussão e de reflexão sobre a temática, que a BNCC recomenda a realização de progressão das habilidades do conhecimento, pois, na ótica do documento, contempla-se a concepção de que:

Essa maneira é conveniente para comparar as habilidades de um dado tema a ser efetivadas em um dado ano escolar com as aprendizagens propostas em anos anteriores e também para reconhecer em que medida elas se articulam com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista

que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescente (BRASIL, 2018, p. 298-299).

Santos (2019) afirma que o ensino de Matemática ofertado nas escolas, ainda, se limita ao ensino tradicional, com a simples explanação dos conteúdos (os estudantes na condição de meros receptores), listas longas e repetidas de exercícios, problemas sem significados e a ausência de conexão entre teoria e prática.

Ainda, essa compreensão é trabalhada de forma rápida e passando, em seguida, para o processo de memorização de algoritmos operatórios, sem uma aparente preocupação em compreender as especificidades inseridas que as justifiquem, conforme Santos (2019).

Diante da importância de oportunizar ao estudante desenvolver o conceito de fração, este trabalho irá apresentar os significados de fração, com base em Silva e Almouloud (2018), a saber: parte-todo, medida, quociente, razão e operador.

2.1 SIGNIFICADO PARTE-TODO

A concepção parte-todo, além de desenvolver suas habilidades específicas, é importante para a construção e compreensão dos outros significados de fração. Silva e Almouloud (2018, p. 98) apontam que “a concepção parte-todo está presente em todas as discussões que envolvem as outras concepções necessárias para a compreensão e conceituação dos números racionais, sendo, portanto, fundamental”.

Silva e Almouloud (2018) afirmam, ainda, que os professores, assim como os livros didáticos iniciam o conceito de fração, utilizando o significado parte-todo, apresentando uma figura retangular (para representar uma unidade), dividem a figura em partes iguais (de mesma área, conceito esse não citado pelo professor na maioria das vezes) e pintam algumas ou todas (dependendo do que vai considerar) as partes da figura.

Sobre o inteiro que será dividido e o que será considerado, Santos (2019, p. 80) diz que “a natureza do inteiro, como ele pode ser dividido e o que será considerado uma parte são pontos que merecem atenção, pois desses pontos dependerão as diferenças de tratamento necessárias para a resolução de cada uma dessas situações.”.

Santos (2019), ainda, chama a atenção para o significado parte-todo da fração a/b , o numerador a (poderá ser menor ou igual ao denominador b , ou seja, o número racional não poderá ser maior que um) indica o número de partes que serão consideradas em relação ao quantitativo em que a figura foi dividida (desde que em partes de mesma área) representada pelo denominador b .

Assim, a compreensão desse significado irá depender de situações-problema diversificadas sobre a divisão de uma grandeza contínua ou discreta. Santos (2019, p. 35) define essas grandezas como:

[...] contínuas, ou seja, quando podem aumentar ou diminuir por graus tão pequenos quanto se queira, por exemplo, um segmento de reta; ou discreta, isto é, quando aumentam ou diminuem por unidades ou graus determinados, por exemplo, uma coleção de bolas.

Para situações relacionadas às grandezas discretas, o todo pode ser considerado não apenas um objeto, mas um conjunto de figuras idênticas diversificadas com situações variadas. Por exemplo, João tem 10 bolinhas de gude idênticas, deu 3 bolinhas para seu irmão mais novo; a fração que representa a parte das bolinhas que João deu para seu irmão em relação ao total de bolinhas que ele tinha é $3/10$. Veja que esse exemplo não está se referindo apenas a uma unidade, mas a um conjunto de objetos idênticos.

Outro ponto importante é que a unidade, nesse caso, não poderá ser repartida, pois irá descaracterizar o objeto. Portanto, na situação apresentada, o objeto, no caso a bolinha de gude, não poderá ser particionado, porque, caso isso aconteça, irá deixar de ser uma bolinha de gude.

É importante salientar que foi apresentado apenas um exemplo para situar o significado parte-todo relacionado com grandezas discretas, mas, existem outras situações fundamentais para a construção de conceitos relativos a esse significado.

Para situações relacionadas às grandezas contínuas, é necessário compreender que a divisão de uma figura (a unidade) não precisa, necessariamente, que ela seja congruente, apenas que possua a mesma área, e que esse processo de dividir a figura em partes de mesma área exige outras habilidades. Para Silva e Almouloud (2018) a realização deste trabalho necessitará de um planejamento com os estudantes, com o intuito de contemplar os conceitos de área, medição de segmentos e utilização dos instrumentos de medida de comprimento.

Por exemplo, para dividir uma barra de chocolate (em formatos de retângulos) em duas partes de uma mesma área, o estudante terá que identificar os pontos médios dos pares opostos paralelos da barra, para, posteriormente, realizar o corte, que liga os dois pontos. Silva e Almouloud (2018) dizem que, diferentemente das grandezas discretas (em que a unidade não poderá sofrer divisões), a unidade em situações relacionadas às grandezas contínuas poderá ser particionada, pois o objeto não sofrerá descaracterização. Portanto, caso o chocolate seja repartido, não deixará de ser chocolate e não perderá suas especificidades.

Percebe-se que, na maioria das vezes, o professor utiliza a divisão das figuras utilizando os conceitos sobre pontos médios e traçando retas. No entanto, é importante que o professor possa estimular o estudante a ampliar o leque de possibilidades sobre outras formas de dividir a figura de maneira que possua a mesma área e contemple o significado parte-todo.

2.2 SIGNIFICADO DE MEDIDA

Nas situações-problema relacionadas ao significado de medida, Silva e Almouloud (2018, p. 108) afirmam que “[...] a fração a/b é associada, geralmente, a um ponto situado sobre um segmento de reta tomado como unidade, que foi dividido em b partes de mesma medida (ou em um múltiplo de b) das quais foram tomadas a partes.”.

Segundo Silva e Almouloud (2018), o significado medida tem como uma das características que a fração $1/b$ é utilizada de maneira repetida para determinar uma distância. Dessa maneira, faz, geralmente, com que venha acompanhada de uma reta numérica ou de um esquema de medida. A esse respeito, Santos (2018, p. 39) acrescenta que:

[...] o processo de medida consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie, por exemplo, dois comprimentos, dois volumes, entre outros. E para medir é preciso, na maioria das vezes, subdividir uma das grandezas em um número finito de partes (unidade de medida), de modo que essa unidade de medida caiba um número inteiro de vezes em ambas as grandezas a serem comparadas.

Com isso, o grande desafio dos professores é fazer com que os estudantes compreendam que a fração $1/b$ serve como uma unidade de medida e deve ser utilizada repetidamente de forma que possa determinar o comprimento desejado.

Além disso, entender que a fração a/b indica a vezes a ocorrência da unidade $1/b$, de forma que a medição deve iniciar do zero e seguir na direção da reta, conforme Silva e Almouloud (2018). Nota-se que os estudantes apresentam dificuldades na compreensão da unidade $1/b$ de medida.

É importante salientar que a fração não representa a região indicada ou um conjunto de objetos, apesar de utilizar a concepção parte-todo para identificar o ponto. Segundo Patahuddin, Usman e Ramful (2018), os estudantes enfrentam dificuldade de representar ou interpretar números racionais em linhas numéricas; algumas interpretações consistem em contar as marcações em vez de intervalos e considerar a reta numérica inteira como a unidade, ao invés do intervalo entre 0 e 1. Os autores, ainda, afirmam que a reta numérica depende de uma integração de representações gráficas e simbólicas.

Segundo Silva e Almouloud (2018, p. 109), “o entendimento de tal representação exige conhecimentos a respeito de escala, pois requer a presença de um zero absoluto como ponto de partida e intervalos iguais, que não são facilmente construídos pela criança.”

Nessa perspectiva, Silva e Almouloud (2018) dizem que, na fração a/b , o numerador a poderá ser menor, igual ou maior que o denominador b . O numerador a , sendo menor que o denominador b , representa um valor menor que uma unidade e maior do que zero, caso o numerador a seja igual ao denominador b representará exatamente igual a uma unidade e, por último, caso o numerador a seja maior que o denominador b , isso significará um valor maior que uma unidade.

Conforme Patahuddin, Usman e Ramful (2018), o estudante que não consegue compreender as partições na reta numérica, implicará a limitação pelo próprio objeto estudado. Todavia, essa limitação não implicará necessariamente um obstáculo à aprendizagem; entretanto, poderá desfazer a aprendizagem. Os autores concluem que, a depender da interpretação do observador, um objeto matemático estudado levará consigo uma condição ou restrição.

Portanto, apesar de se mostrar simplista (no sentido de existir uma reta com partições e números) e didaticamente atrativo (no sentido de dar concretude ao objeto estudado), inicialmente, para os professores e estudantes, percebe-se que a compreensão em determinar medidas fracionárias por meio de uma reta numérica

possui camadas de complexidades devidas, essencialmente, aos vários recursos que ele carrega.

Com o objetivo de compreender o conceito sobre a utilização de uma unidade de medida, o professor poderá iniciar o trabalho com os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental utilizando unidades não convencionais para determinar certa medida, a exemplo do palmo, do pé e do passo. Nesse sentido, Santos (2019, p. 86) afirma que: “É importante ainda que se utilizem unidades de medidas diferentes para que o aluno perceba que a quantificação do comprimento depende da unidade escolhida, ou seja, o número que representa a medida varia de acordo com a unidade escolhida.”

Diante dessa variedade de unidades, os estudantes irão perceber a necessidade de utilizar uma unidade invariável, pois evitará divergência de valores ao determinar certa distância. Percebendo essa necessidade, o professor poderá apresentar as unidades de medida de comprimentos padronizadas.

Por outro lado, Santos (2019) aponta que a variedade de metodologias dinâmicas e flexíveis poderá facilitar a construção do conhecimento sobre representação fracionária na concepção de medida e levar aos estudantes a reflexão sobre as situações apresentadas e ajudá-los na tomada de decisão. Dentre essas metodologias, podem-se utilizar os materiais manipuláveis (exemplo do *Tangram*), os jogos matemáticos, as sequências didáticas, usos das tecnologias digitais, etc.

Nessa perspectiva de variedades de metodologias, Santos (2019, p. 86) aborda que:

[...] para que haja uma efetiva construção do conhecimento, faz-se necessário uma constante atualização por parte do professor para reformulação de suas práticas pedagógicas em relação aos conteúdos que irá ensinar e de materiais que o auxiliie em seu trabalho docente, para que de fato o professor possa realizar um trabalho de qualidade com seus futuros alunos.

Portanto, percebendo essa necessidade de poder oferecer ao estudante essa variedade de metodologias, o professor deverá buscar formações continuadas, atualizações sobre as novas tendências em Educação Matemática, etc. Ao propor essas metodologias, não quer dizer que as oferecidas anteriormente (consideradas tradicionais) não sejam importantes, mas entender que, além delas, é preciso

oferecer outras, oportunizando ao estudante construir suas ideias e conhecimento de acordo com o caminho em que se sinta mais confortável e acomodável.

2.3 SIGNIFICADO DE QUOCIENTE

Diferentemente do significado parte-todo, a representação fracionária a/b poderá ser utilizada para grandezas diferentes (por exemplo, a distribuição de uma quantidade de balas para uma quantidade de crianças); percebe-se que, nessas situações, o numerador a poderá ser menor, igual ou maior que o denominador b .

Silva e Almoond (2018, p. 113) dizem que “essa representação visual depende de um trabalho cuidadoso a respeito de seu entendimento, pois o a , em vez de representar partes de um inteiro, representa algo que será dividido em um número b de partes.”.

Na fração a/b , a maioria das situações-problema do significado quociente estará relacionada à operação de divisão $a \div b$, portanto poderá determinar a divisão do número natural por outro número natural. Sobre isso, Santos (2019, p. 82) apresenta como o significado de quociente é compreendido:

Aqui a fração é vista como o resultado da divisão de dois números inteiros ($p : q = p/q$; com $q \neq 0$), ou seja, o numerador será dividido pelo denominador. Normalmente, é usada quando se deseja obter o número decimal correspondente. Portanto, a fração é o quociente (resultado) da divisão.

Um exemplo que ilustra esse significado seria uma criança que gostaria de distribuir 12 balas de chocolates igualmente para quatro amigos da escola e desejasse saber quantas balas cada amigo iria receber. Perceba que, nessa situação, não gostaríamos de saber qual fração representa quanto cada um iria receber, mas o quociente entre o número de balas e o número de amigos, que representa a quantidade de balas, que cada amigo irá receber.

Nessa mesma perspectiva, Santos (2019, p. 82) conclui que “o significado de fração como quociente de uma divisão está associado à ideia de repartição, subdivisão ou distribuição de grandezas, na qual o numerador da fração é dividido pelo número de partes determinado pelo denominador”.

Diante desse significado, o professor poderá propor uma variedade de situações-problema na qual os estudantes encontrarão o quociente da divisão do numerador a pelo denominador b .

2.4 SIGNIFICADO DE RAZÃO

O significado de razão difere dos significados anteriores abordados que estão mais relacionados à partição, pois este terá a ideia de comparação entre duas grandezas distintas. Sobre isso, Silva e Almouloud (2018, p. 118) afirmam que:

Neste caso, não existe uma unidade ou inteiro como nos outros casos e podemos entender esta concepção como uma comparação bidirecional, a partir da qual podemos perceber as relações todo-todo, em que as comparações descrevem uma relação de um inteiro com outro inteiro, por exemplo nas escalas, ou parte-parte, em que as comparações descrevem a relação entre partes de um inteiro-por exemplo, a relação entre meninos e meninas de um grupo.

Na representação fracionária a/b , o denominador b e o numerador a podem transmitir a ideia de par ordenado de dois números naturais; em alguns casos, poderão não significar quociente e esses valores serão objetos diferentes. Portanto, o numerador a poderá não ser uma parte do denominador b e nem representar um número racional, em que a divisão entre o número natural a pelo b pode não significar nada para a situação.

Veloso e Landim (2022) afirmaram que alguns pesquisadores questionam a relação de fração e razão, principalmente por violarem algumas propriedades importantes na construção desse conceito; um exemplo, as razões admitem o denominador ser nulo, portanto, nem sempre as razões são números racionais.

Para ilustrar esse significado, pode-se utilizar a ideia de proporção; por exemplo, ao saber que, em uma turma, a razão entre o número de meninas e de meninos é $3/2$, ou seja, para cada três meninas na turma tem-se 2 meninos, observa-se que o quociente entre o numerador e o denominador não terá significado algum, pois o que se pretende analisar é a proporção ou comparação na turma entre o número de meninos e o número de meninas.

Outro ponto importante consiste na alteração da leitura da fração, na qual não seria adequado ler “três meios” e sim “três para dois”. Além da ideia de proporcionalidade, têm-se outras situações relacionadas ao significado de razão

como problemas de redução e ampliação de figuras ou objetos, aplicação do Teorema de Tales em receitas culinárias, unidades com razões entre grandezas diferentes, entre outros.

Dentre várias competências que o significado de razão poderá proporcionar, Santos (2019, p.84) afirma que as:

Atividades com razões poderá propiciar ao aluno: um melhor entendimento sobre equivalência de frações; ampliar o conhecimento para a proporcionalidade, uma vez que qualquer alteração feita em *pé acarretará* mudanças previsíveis e o desenvolvimento de uma excelente ferramenta para a resolução de problemas.

Portanto, o desenvolvimento do significado de razão poderá possibilitar o surgimento de outras habilidades essenciais para a formação Matemática, no sentido de proporcionar o pensamento reflexivo, a sistematização do pensamento matemático e a tomada de decisão relacionada aos problemas cotidianos.

2.5 SIGNIFICADO DE OPERADOR

Segundo Silva e Almouloud (2018), a representação fracionária a/b com o significado de operador tem como objetivo central a transformação ou alteração de um estado inicial para um estado final; um exemplo disso seria o número fracionário atuando como operador sobre um segmento de comprimento representado por um número fracionário.

Ao realizar a multiplicação do operador de representação fracionária sobre outra fração, obtém-se outro segmento com uma nova medida, ou seja, inicialmente, tinha-se um estado inicial e, após atuação do operador, resultou em um novo estado com uma nova medida. Santos (2019, p.84) afirma que "no caso da fração com significado de operador, tem-se que p/q são manipulados de fato como números simplificando a compreensão da multiplicação entre frações."

Para Silva e Almouloud (2018, p. 129), "tal compreensão faz com que o número racional tenha uma interpretação algébrica, como uma função de transformação, que provocará um efeito sobre um objeto, produzindo um novo objeto". Observa-se na representação fracionária a/b na perspectiva de operador, que, quando a for maior que o operador, terá função de ampliação do objeto; quando

a for menor que b , terá atuação de redução do objeto e, quando a for igual a b , terá atuação de conservação do objeto.

Quando um operador fracionário atua sobre um determinado objeto (transformando-o em um estado final) e caso deseje voltar para o estado inicial, Silva e Almouloud (2018) orientam utilizar a fração inversa do operador que atuou inicialmente. Diante das situações-problema relacionadas a essa concepção, percebe-se que o operador, na sua representação fracionária, é tratado como um número.

Na próxima seção, serão abordados os procedimentos metodológicos da revisão sistemática e intervenção em sala de aula.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

De acordo com a conceituação apresentada por Prodanov e Freitas (2013), a metodologia busca estudar, compreender e avaliar a variedade de métodos disponíveis para a realização de uma pesquisa científica. Os autores, ainda, afirmam que, em nível aplicado, a metodologia examina, descreve e avalia métodos e as técnicas da pesquisa que propiciam o processamento de informações e a coleta de dados, com o objetivo de encaminhar e resolver os problemas e/ou questões da investigação.

Ainda, nesse mesmo aparato, os autores definem o método científico como conjunto de procedimentos adotados com o intuito de alcançar determinado fim e/ou conhecimento. Concluem que “a Metodologia é aplicação de procedimentos e técnicas que devem ser notados na construção do conhecimento, com o propósito de comprovar a sua validade e utilidade em diversos âmbitos da sociedade” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 14).

3.1 TIPOLOGIAS E ABORDAGENS

Do ponto de vista dos objetivos, a presente pesquisa foi exploratória, pois buscou propor mais informações e facilitação da demarcação sobre a temática em estudo. Conforme entendimento de Prodanov e Freitas (2013, p. 51-52), a pesquisa é exploratória quando:

[...] se encontra na fase preliminar, tem como finalidade proporcionar mais informações sobre o assunto que vamos investigar, possibilitando sua definição e seu delineamento, isto é, facilitar a delimitação do tema da pesquisa; orientar a fixação dos objetivos e a formulação das hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto.

Os autores afirmam, também, que a pesquisa exploratória tem seu planejamento flexível, permitindo analisar o tema de diferentes ângulos e redirecionamento dos trabalhos. Este tipo de pesquisa abrange levantamento bibliográfico, entrevistas com pessoas com experiências com o problema e a análise de exemplos.

Com relação à natureza, a pesquisa foi aplicada, pois, conforme Prodanov e Freitas (2013, p. 51), ela objetiva gerar conhecimentos para a aplicação prática

dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”. Na busca de identificar as lacunas no desenvolvimento dos significados de fração, a pesquisa aplicada poderá encontrar metodologias que venham favorecer o processo de aprendizagem dos estudantes.

Conforme Zucatto, Freitas e Mazzoni (2020), na pesquisa aplicada, o conhecimento produzido terá aplicações práticas e busca resultados concretos, tendo a possibilidade de gerar novos produtos, inovações em diversas áreas e entre outros avanços científicos. Os autores complementam que a pesquisa aplicada visa, por meio dos conhecimentos adquiridos da pesquisa básica, encontrar atividades práticas que venham beneficiar a sociedade.

Em relação à abordagem do problema, esta pesquisa foi qualitativa, pois buscou resultados por meio de percepções e análises dos dados coletados. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 70), a pesquisa qualitativa considera que existe “[...] uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números.” Ainda, apontam algumas características da pesquisa qualitativa, tais como: não exige o uso de métodos e técnicas estatísticas; a fonte direta da coleta de dados é o ambiente natural; o instrumento principal é o pesquisador; a análise dos dados feita pelo pesquisador é indutivo; sendo o foco principal dessa abordagem o processo e o seu significado e não o produto; não se tem preocupação em comprovar as hipóteses, previamente, estabelecidas durante a análise dos dados coletados.

3.2 ESTRUTURAÇÃO DA REVISÃO SISTEMÁTICA: A MODELAGEM PRISMA

Na presente pesquisa, foi utilizada uma Revisão Sistemática, com o objetivo de analisar e discutir artigos de forma sistematizada. Consoante entendimento de Mendes e Pereira (2020), realizar pesquisas bibliográficas relacionadas à temática estudada é essencial para identificar o que já foi produzido na literatura. Para a realização da pesquisa bibliográfica, tem-se uma gama de possibilidades, dentre elas, a revisão sistemática, que apresenta um desenvolvimento objetivo.

Para Mendes e Pereira (2020), uma revisão de literatura, para que seja considerada sistemática, precisa ser baseada em uma pergunta claramente

formulada, deve identificar estudos relevantes, avaliar a qualidade dos trabalhos e realizar um resumo sobre as evidências utilizando uma metodologia explícita. Nessa mesma perspectiva, Galvão, Pansani e Harrad (2015, p. 335), definem a revisão sistemática como:

[...] uma revisão de uma pergunta formulada de forma clara, que utiliza métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar e avaliar criticamente pesquisas relevantes, e coletar e analisar dados desses estudos que são incluídos na revisão.

Mendes e Pereira (2020) compreendem que a revisão sistemática busca evidenciar, tomando como referência os pontos de interesse contemplados na literatura, o que já foi feito em relação a um determinado assunto (por meio de um processo de seleção) para, então, determinar novos rumos de investigação, de forma que siga, rigorosamente, toda uma organização.

Assim, com o objetivo de contribuir com os pesquisadores no desenvolvimento de revisões sistemáticas e de meta-análises, é sugerida a utilização de um guia chamado Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses (PRISMA), que consiste em *checklist* com 27 itens e fluxograma de quatro etapas. As quatro etapas apresentados por Galvão, Pansani e Harrad (2015) no fluxograma PRISMA de forma sintetizada são:

1. Identificação: que aponta o número de relatos identificados no banco de dados de buscas e em outras fontes;
2. Seleção: essa etapa mostra o número de relatos após eliminar os duplicados, em seguida, o número de relatos rastreados e os excluídos;
3. Elegibilidade: trata-se da etapa que apresenta o número de artigos avaliados para a elegibilidade e passando para a segunda seleção de número de artigos completos excluídos (com as devidas justificativas);
4. Inclusão: a última etapa identifica o número de estudos incluídos por meio de uma síntese qualitativa e quantitativa (meta-análise).

Além dessa contribuição, o PRISMA pode ser útil para a avaliação crítica de revisões sistemáticas publicadas; todavia, não pode ser utilizada como instrumento

de avaliação de qualidade de revisão sistemática conforme Galvão, Pansani e Harrad (2015).

Dessa maneira, a revisão sistemática, com base no modelo de análise e discussão, segue etapas que os pesquisadores precisam compreender e seguir para que o trabalho seja bem feito, a fim de minimizar os problemas que podem dificultar ou corromper o relatório final (MENDES; PEREIRA, 2020).

3.3 CRITÉRIOS DE ELEGIBILIDADE DA REVISÃO SISTEMÁTICA: INCLUSÃO E EXCLUSÃO DOS ESTUDOS LEVANTADOS

No levantamento dos estudos relativos ao ensino de frações por meio da revisão sistemática, na análise desses trabalhos, foram confrontadas as hipóteses apontadas inicialmente, por exemplo, os estudos e as metodologias relacionados aos significados de fração. Após a realização da revisão sistemática, não foram utilizadas técnicas estatísticas, por se tratar de uma pesquisa qualitativa, conforme entendimento de Prodanov e Freitas (2013), não tendo a obrigatoriedade do uso dessas.

A busca para a realização desta pesquisa foi no Portal de Periódicos CAPES por artigos científicos. As palavras-chave utilizadas para a pesquisa e o levantamento com o uso dos operadores *booleanos* foram as seguintes: “fração” AND “significado” AND “ensino”. Enquanto os critérios de inclusão e de exclusão definidos são apresentados no Quadro 1, para a seleção e também a identificação dos artigos e dissertações, visando à realização do estudo dos significados de fração.

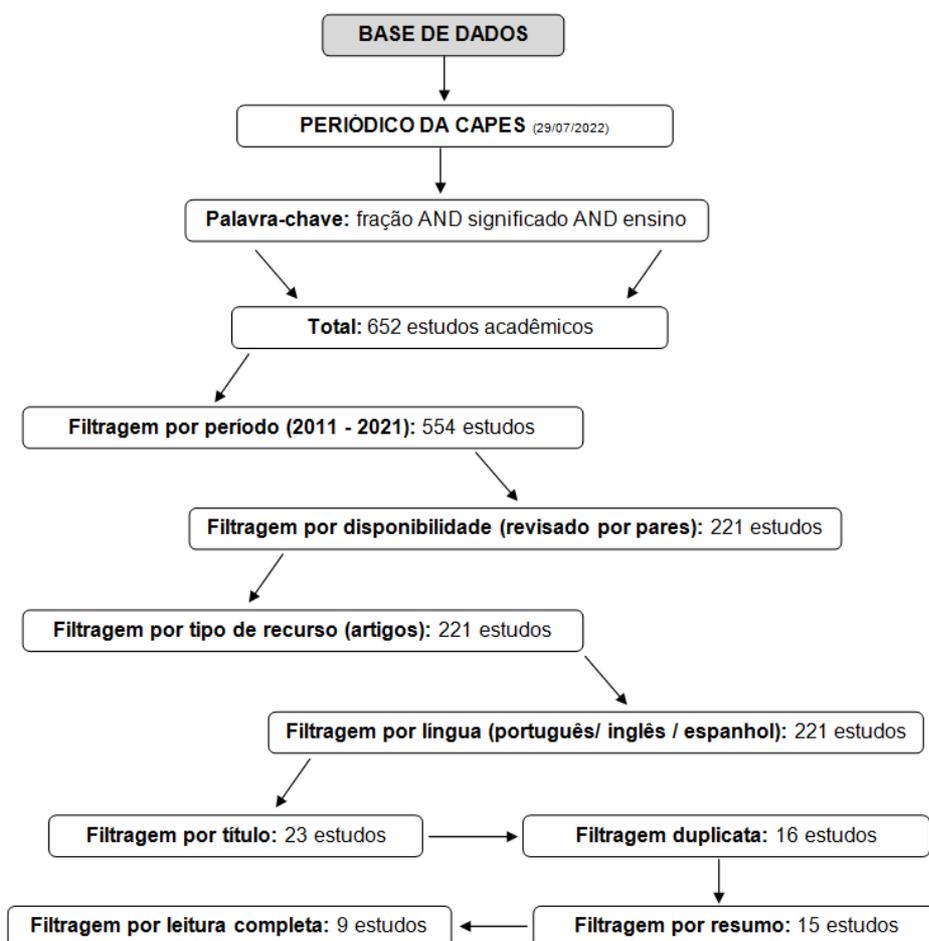
Quadro 1 – Critérios de inclusão e de exclusão

INCLUSÃO	EXCLUSÃO
Estudos relacionados aos significados de fração.	Estudos escritos em idiomas que não sejam português, inglês e espanhol.
Estudos relacionados à metodologia de ensino dos significados de fração.	Estudos duplicados (unicidade).
Estudos publicados no período de 2011 a 2021.	Estudo cujo objeto matemático principal não está relacionado com os significados de frações.

Fonte: Elaboração própria (2022).

Após a aplicação dos critérios de inclusão, restaram apenas nove artigos para análise, sendo apresentado o resultado do processo de seleção e análise para a realização desta revisão sistemática na Figura 1.

Figura 1 – Filtragem na base de dados CAPES



Fonte: Elaboração própria (2022).

É importante ressaltar que o levantamento dos estudos foi feito apenas na base de dados do Portal de Periódicos Capes, conforme mostrado na Figura 1, quando são aplicados filtros tipo de recurso (artigo) e língua (português/inglês/espanhol) não houve alteração no número de trabalhos, pois, ao ser aplicada a filtragem por disponibilidade (revisada por pares), já havia atendido esses dois filtros, embora sejam categorias distintas.

3.4 INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA

Diante dos resultados da revisão sistemática, na qual foi identificada uma quantidade reduzida de trabalhos sobre o tema e a limitação na exploração dos diferentes significados de fração. Para isso, foi elaborada e aplicada uma intervenção em sala de aula, a qual foi composta por dois momentos: no primeiro momento, a vivência de aulas sobre os cinco significados de fração (ver Apêndice A) e no segundo, a aplicação de um questionário sobre a temática (ver Apêndice B). O trabalho foi desenvolvido em uma escola pública do município de Juazeiro no estado da Bahia (BA), que oferta ensino na Modalidade Regular nos anos iniciais (do 1° ao 5° anos) e anos finais (do 6° ao 9° anos) do Ensino Fundamental, nos turnos matutino e vespertino, além da Modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) nos anos finais do EF no turno noturno.

Apesar de os documentos curriculares orientarem que as habilidades relacionadas aos significados de frações sejam trabalhadas nos sextos e sétimos anos do Ensino Fundamental, foi decidido realizar a intervenção em turmas dos oitavos anos devido a percepção do pesquisador dos prejuízos educacionais nos últimos dois anos (2020 e 2021) causados pela epidemia do coronavírus, tendo em vista que as aulas foram remotas e que muitos estudantes não tiveram acesso nem mesmo a esse formato de aula no decorrer da pandemia da Covid-19.

Assim, a presente pesquisa foi vivenciada em dois momentos, totalizando 10 aulas (45 minutos cada aula) em duas turmas (5 aulas em cada turma) do 8° ano do Ensino Fundamental (EF), com o objetivo de trabalhar os diferentes significados de fração. Apesar de a escola possuir três turmas de 8° ano (turma A no turno matutino e turmas B e C no turno vespertino), como o pesquisador é professor da escola campo da pesquisa e atua somente nas turmas B e C, o trabalho foi desenvolvido apenas nessas duas turmas.

O presente estudo contou com a participação de 24 estudantes da turma B e 16 da turma C e, por questões éticas, a identificação dos estudantes foi preservada, sendo cada estudante identificado pela letra B (quando estiver se referindo a um estudante da turma B) ou C (quando referido à turma C) acompanhado por um número (definido por meio de ordem alfabética) de 1 a 24 (relativo à turma B) ou 1 a

16 (relativo à turma C). Por exemplo, à medida que a descrição B1 corresponde ao estudante 1 da turma B, C16 está se referindo ao estudante 16 da turma C.

A preparação da aula de intervenção e do questionário foram desenvolvidos a partir do “Números Racionais: Concepções, representações e situações” dos autores Silva e Almoutand (2018) . Outro material utilizado foi o livro didático de Matemática do 7º ano do autor Souza (2018), em especial o capítulo 4, que contempla os números racionais.

Como proposta de introdução da aula de intervenção (ver Apêndice A) teve como temática as baterias dos *smartphones*; em seguida, foram apresentadas 15 situações-problema relacionadas aos diferentes significados de fração (parte-todo, medida, quociente, razão e operador), nas quais foram trabalhados 3 problemas de cada significado.

Em seguida, foi aplicado um questionário (ver Apêndice B), contendo 5 problemas relacionados aos diferentes significados (parte-todo, medida, quociente, razão e operador) de fração, na qual, em cada problema, foi abordado um significado.

Na próxima seção, serão mostrados os resultados e discussões relacionadas à revisão sistemática.

4 RESULTADOS DA REVISÃO SISTEMÁTICA

O Quadro 2 apresenta os estudos que foram selecionados para a realização desta revisão sistemática, trazendo informações como título do trabalho, autores, ano de publicação, instituição que publicou e o estado em que foi realizada a publicação. Durante a análise dos artigos, foi utilizada uma numeração indicada na primeira coluna do Quadro 2, por exemplo, quando estiver se referindo ao estudo “Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionadas ao ensino das frações” será indicado como “Artigo 1”.

Quadro 2 – Tipo de obra, título, autores, ano, instituição de vínculo dos autores e Estado.

Nº	TÍTULO	AUTOR (A) E ANO DE PUBLICAÇÃO	INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DOS AUTORES E ESTADO
1	Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre fração: o inteiro	Lopes e Silva (2020)	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo Espírito Santo, Brasil
2	A matemática do ensino e o ensino de matemática: as frações nos primeiros anos escolares, segunda metade do século XIX	Valente (2020)	Universidade Federal de São Paulo São Paulo, Brasil
3	Atividades matemáticas de Francisco Ferreira de Vilhena Alves na revista pedagógica a escola (Belém/Brasil) entre 1900 e 1905	Mendes (2020)	Universidade Federal do Pará Pará, Brasil
4	Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionados ao ensino das frações.	Jucá (2019)	Universidade do Estado do Pará Pará, Brasil
5	Uma reflexão a respeito do ensino de números fracionários racionais a partir da música	Pinto e Silva (2019)	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo São Paulo, Brasil

6	Conhecimento especializado do professor que ensina Matemática: uma análise do livro didático no âmbito das Frações.	Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018)	Universidade Estadual de Campinas São Paulo, Brasil
7	Como ensinar frações? Práticas que (in)formam o professor que ensina matemática	Pozzobon e Oliveira (2018)	Universidade Federal do Pampa e Universidade de Santa Cruz do Sul Rio Grande do Sul, Brasil
8	Abordagens pedagógicas na literatura sobre a aprendizagem móvel no Ensino Fundamental	Nascimento e Castro Filho (2017)	Universidade Federal do Ceará Ceará, Brasil
9	Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas, envolvendo números racionais numa abordagem exploratória	Ponte e Quaresma (2014)	Universidade de Lisboa Lisboa, Portugal

Fonte: Elaboração própria (2022).

Os artigos selecionados tiveram ano de publicação 2014, 2017, 2018, 2019 e 2020, já que o período determinado para filtragem dessa revisão sistemática foi o intervalo entre 2011 a 2021. A ordem estabelecida para a análise (apresentada no Quadro 2) foi definida a partir dos estudos mais recentes para os mais antigos, conforme o período preestabelecido. Percebe-se que, dentre os estudos selecionados no ano 2020, concentrou o maior número de estudos publicados, totalizando três trabalhos.

4.1 ANÁLISE DO ARTIGO 1

Lopes e Silva (2020) apresentam o resultado de uma pesquisa de mestrado, que teve como objetivo analisar o movimento formativo dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre os diferentes significados de fração e suas relações com o ensino em formação docente, especificamente a ideia de fração como parte-todo a partir da parte.

Este trabalho foi desenvolvido a partir de um curso de extensão intitulado “(Re)descobrimos frações e seus significados” oferecido pelo Instituto Federal do Espírito Santo e de um projeto de pesquisa de um dos autores. Os participantes da pesquisa e do curso de extensão foram 22 professores do Ensino Fundamental de escolas públicas por meio de encontros presenciais e da plataforma moodle.

Uma das atividades propostas solicitava que os professores identificassem qual seria o inteiro a partir de uma parte. No primeiro caso, seria a metade de um círculo que representava $\frac{2}{3}$ de inteiro e eles precisariam determinar qual seria esse inteiro. Os professores tiveram bastante dificuldade para encontrar a figura que representava o inteiro; por estarem acostumados em determinar o círculo como o inteiro, fugindo de sua prática docente, não conseguiam perceber que a metade de um círculo poderia também ser $\frac{2}{3}$ de um inteiro e que o inteiro não seria um círculo, mas sim um setor circular, nesse caso, $\frac{3}{4}$ do círculo.

Em outra atividade, um biscoito em forma de rosquinha passou a representar um inteiro. Daí foi questionado sobre a possibilidade de ela ser considerada um inteiro, devido existir um furo no meio, lembrando uma coroa circular. A partir de várias discussões, percebeu-se que um inteiro, não necessariamente, precisa ser uma figura completa ou fechada para então ser considerado um inteiro e, portanto, chegaram à conclusão de qual seria o inteiro da questão anterior, isto é, o inteiro da figura em que a metade de um círculo era considerada $\frac{2}{3}$ do inteiro.

A ideia das atividades foi trabalhar o significado parte-todo a partir da parte desse inteiro. Dessa forma, os professores perceberam que os inteiros não precisam ser nenhum objeto conhecido, existente ou apenas as situações indicadas nos livros didáticos; de modo que é possível apresentar diferentes formas de um inteiro a partir de uma parte. Diante dessa diversidade de situações, os autores apontaram que os professores começaram a ter uma melhor compreensão sobre o significado parte-todo a partir dessa ideia de se encontrar o todo por meio de parte do objeto.

Concluíram, ainda, que alguns participantes não tiveram o mesmo sucesso na aprendizagem do significado parte-todo relacionado à fração. Por exemplo, não conseguiram associar ou comparar com outras atividades que requeriam a mesma habilidade. Mesmo assim, os professores puderam ampliar seus conhecimentos sobre a ideia parte-todo a partir da parte.

Também, as formações e discussões coletivas mostraram-se uma grande oportunidade para troca de experiências com os colegas que ensinam Matemática. Os autores encerram sugerindo que o significado operador multiplicativo e as operações, envolvendo frações, precisam ser mais trabalhados tanto na formação inicial quanto na formação continuada.

4.2 ANÁLISE DO ARTIGO 2

O estudo de Valente (2020) teve como objetivo desenvolver projetos coletivos de trabalho. Esses projetos têm a finalidade de analisar a história das mudanças do saber profissional de professores que ensinam Matemática em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente o estudo sobre as frações.

A questão norteadora desse estudo (VALENTE, 2020, p.33) foi: “Como caracterizar a Matemática do ensino de frações na segunda metade do século XIX?” Essa pergunta foi respondida por meio do uso de livros didáticos utilizados naquele período.

O estudo analisou a sequência, o significado, a graduação e os exercícios em que o tema frações é tratado. No que se refere à sequência, o autor pretendeu identificar o lugar ocupado do conteúdo de frações no conjunto de temas da aritmética. Em relação aos significados, o autor pretendeu analisar como o conceito de frações era definido, como o professor comunica o significado de fração trabalhado com os alunos ou qual ideia de frações esses estudantes devem ter em relação a frações. Já na análise dos livros sobre a graduação, pretendeu-se observar o passo a passo de como o ensino de frações deve ser trabalhado pelo professor e quais temas são ligados para o entendimento da ideia de frações.

O autor escolheu dois livros didáticos para o desenvolvimento do trabalho. Em relação à sequência, houve uma diferença entre as duas obras, a primeira delas obedeceu à seguinte ordem: Operações fundamentais; Frações Ordinárias, Frações Decimais e Sistema Métrico. Já na segunda obra, a sequência foi: Operações Fundamentais, Frações Decimais, Sistema Métrico Decimal e Frações Ordinárias.

Nessas obras analisadas, não foi possível identificar as justificativas para a utilização dessas sequências. No entanto, em um dos manuais pedagógicos do livro didático (Curso Prático de Pedagogia, do autor francês Daligault, publicado em

1870), foram encontrados argumentos que justificam cada sequência. O manual justifica a primeira sequência devido a indispensabilidade do estudo das frações utilizando a redução à unidade para a resolução de problemas relativos à regra de três, juros, etc. Já a segunda sequência, o manual de Souza Lobo defendia a inversão dessa sequência, justificava que seria para atender à legislação vigente de 1862, na qual as escolas teriam um período de dez anos para a adoção dessa sequência.

Em relação aos significados das frações, o autor afirma que o ensino de um significado dependia da sequência em que era adotado. Na sequência operações-frações-decimais, as frações adotavam o significado de operador. Já na sequência operações-decimais-frações, o significado razão era o utilizado nos processos de ensino e de aprendizagem e na resolução dos problemas.

A sequência como os conteúdos eram trabalhados, também, norteava o passo a passo. Se a sequência fosse operações-frações-decimais, a ordem a ser seguida era definição de fração ordinária-nomenclatura-propriedades-denominador comum-operações com frações. Já se a sequência utilizada fosse operações-decimais-frações, a ordem graduada era definição-nomenclatura-sistema métrico decimal-divisores dos números-operações com frações.

Na análise dos exercícios e problemas, o autor apresenta o que os professores esperavam que os estudantes aprendessem ao término do processo, nas situações em que frações antecederam os decimais, eles tinham expectativas no sentido de que os estudantes soubessem resolver problemas relativos aos cálculos de partição, se conheciam uma parte e determinavam o todo ou mais partes desse todo. Se os números decimais antecederam as frações, os professores esperavam que os estudantes resolvessem situações problemas relativos à regra de três.

Valente (2020) concluiu que os professores buscavam sempre apresentar atividades que tinham relação com a vida dos estudantes, pois, dessa maneira, eles conseguiriam utilizar os conhecimentos adquiridos na escola em sua vida, tornando, assim, o conhecimento útil.

O autor termina afirmando que o ensino de frações na segunda metade do século XIX revelou mudanças relativas à opção de frações ordinárias e números

decimais e, a depender da finalidade apresentada para a escola, a Matemática do ensino de frações é reconfigurada.

4.3 ANÁLISE DO ARTIGO 3

O estudo de Mendes (2020) apresenta discussões relativas aos saberes elementares matemáticos no ensino primário no início do século XX, especificamente no período de 1900-1905, sobre as atividades escolares propostas pelo educador do Estado do Pará Francisco Ferreira de Vilhena Alves.

A questão de pesquisa deste trabalho foi: Quais os saberes elementares matemáticos do ensino primário abordados nas atividades escolares propostas por Francisco Ferreira de Vilhena Alves, na revista “A Escola: Revista Oficial de Ensino, entre os anos de 1900 e 1905”.

Este estudo relatou o trabalho realizado por Francisco Ferreira de Vilhena Alves na elaboração e divulgação de atividades Matemáticas destinadas para professores, na referida revista, sendo esse material escolhido devido o educador citado ter sido o redator responsável pelas orientações pedagógicas aos professores do ensino primário e da escola normal. A realização das análises das fontes de pesquisas foi feita em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados com as devidas interferências e interpretações. A finalidade do estudo foi verificar como os saberes elementares aritméticos e geométricos no ensino primário publicados na revista estavam sendo refletidos nas atividades ou exercícios propostos.

O autor comentou sobre os saberes aritméticos e geométricos identificados em publicações do educador em edições da revista. Devido ao foco deste estudo, foram analisadas e apresentadas apenas as sugestões que a revista propõe ao estudo do ensino das frações naquele período.

Em uma das edições da revista, na seção sobre o ensino de aritmética, é abordado o estudo das frações. A seção inicia definindo as frações ordinárias e frações decimais, dando uma atenção maior na identificação dos numeradores e denominadores de uma fração, sua escrita, nomenclatura e redução das frações para mesmo denominador com o objetivo de realizar adições e subtrações entre frações.

Mendes (2020) concluiu que o educador Francisco Ferreira deu várias contribuições para a educação de seu estado, citando que a maior delas foi na produção do compêndio sobre o sistema decimal. Com a realização desta pesquisa, percebeu-se que a aritmética foi considerada como um dos saberes elementares, que mais se fez presente nas publicações da revista, como maneira de contribuir nas orientações aos professores.

4.4 ANÁLISE DO ARTIGO 4

O artigo de Jucá (2019) teve como objetivo investigar os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionadas às frações; o autor justifica que esse público foi escolhido por serem os profissionais que trabalham com estudantes que iniciam o primeiro contato com os números fracionários. Já a questão de pesquisa desse estudo foi: Quais os principais saberes e, também, práticas dos professores dos anos iniciais em relação às frações?

Assim, o estudo buscou conhecer de que maneira os professores lidam com esse conteúdo dentro da sala de aula, bem como a forma com que abordam e as metodologias utilizadas. Para tal, realizou-se uma pesquisa com 69 professores que atuam em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental de diferentes municípios do Estado do Pará.

Esses profissionais participaram da formação continuada do projeto Aprender Mais promovido pela Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC), com o objetivo de promover a formação dos professores dos 4º e 5º anos em Matemática e Língua Portuguesa. Os dados foram coletados no período de 2016 a 2018 durante a participação dos professores nas formações do projeto supracitado, quando eram discutidos aspectos teóricos e metodológicos das frações nessas turmas.

O meio utilizado para a coleta de dados foi um questionário, contendo perguntas abertas e fechadas sobre as práticas e os saberes pedagógicos dos professores que ensinam fração, aplicadas antes de terem iniciado as formações. Outros instrumentos de coleta de dados foram observação, diálogos e discussões informais durante a realização das atividades desenvolvidas nas formações.

Jucá (2019) observou que os professores não tiveram a oportunidade, nem na formação inicial, tampouco na formação continuada, de participar de discussões

sobre frações, acarretando dificuldades em compreender todos os significados e comprometendo o ensino desse tema. Como consequência, esse prejuízo na formação parece justificar a reprodução de métodos que lhes foram apresentados quando eram estudantes da Educação Básica.

Nos resultados obtidos sobre o conhecimento dos professores sobre os significados de fração e quais as suas dificuldades em ensinar frações, a maioria respondeu que conhecia o significado parte-todo. Por outro lado, uma parte considerável mostrou pouco conhecimento dos outros significados e manifestaram dificuldade em propor metodologias variadas.

Jucá (2019) acredita que esses resultados são consequências da ênfase dada nos livros didáticos, que costumam enfatizar apenas o significado parte-todo e dos cursos de formação inicial e continuada, que parecem não realizar uma reflexão sobre os diferentes significados de fração nos variados contextos.

Com relação aos recursos metodológicos mais utilizados nas aulas para o ensino de fração, foram citados: jogos, livros didáticos, materiais concretos e cópias de materiais. Durante o período das formações continuadas do Projeto Aprender Mais, o autor percebeu dificuldades e fragilidades dos professores na compreensão do conceito e nas operações com as frações, eles observaram uma predominância do ensino de forma mecanizada e uma ênfase nos algoritmos operatórios, sem a devida preocupação com o conceito.

O autor concluiu que, talvez, essas dificuldades dos professores estejam interferindo na aprendizagem dos estudantes. Diante desse cenário, Jucá (2019) salienta que os professores devem buscar diferentes maneiras, ferramentas e metodologias que possam trabalhar todos os significados de fração, oferecendo aos estudantes novas possibilidades, flexibilizando modelos antigos de ensino, como apresentar problemáticas significativas.

4.5 ANÁLISE DO ARTIGO 5

Pinto e Silva (2019) apresentam o recorte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo discutir sobre a utilização do contexto musical no ensino dos números racionais na representação fracionária, em que o problema de pesquisa foi:

Como a utilização da música e suas notações podem contribuir para o ensino de números fracionários racionais?

Percebendo a necessidade em trabalhar situações-problema que contemplassem os diferentes significados de fração (parte-todo, medida, quociente, razão e operador), esse trabalho buscou articular os elementos musicais presentes na estrutura rítmica da escrita musical ocidental com esses significados e verificar quais deles estão presentes nas estruturas musicais. Na realização das situações propostas, foi observada a altura das notas e, principalmente, o tempo de duração de cada nota, pois podem ser representadas por números racionais a partir da representação de uma escrita musical na forma de um pentagrama.

Nas situações sobre durações de sons e pausas, o estudo indicou que, na representação das figuras rítmicas e adição de tempos nas notas musicais, os participantes conseguiram mobilizar o significado parte-todo e esta última consegue também, trabalhar a ideia equivalência, mediante a multiplicação de um outro na forma fracionária.

Pinto e Silva (2019) concluíram que as atividades, que articulam números racionais fracionários com aspectos rítmicos da música, podem potencializar as habilidades dos estudantes na introdução dos números racionais. No entanto, eles perceberam que apenas os elementos musicais, isto é, a duração das figuras mensuráveis musicais, a equivalência entre figuras mensuráveis musicais, o ponto de aumento e a fórmula de compasso não são suficientes para o ensino dos números racionais na representação fracionária, visto que não permitem a mobilização de todos os significados importantes e essenciais à conceituação desse conteúdo.

Os autores não descartam a possibilidade de a música conseguir contemplar todos os significados, mas para isso teria que existir uma análise mais aprofundada sobre o estudo musical ou abordá-los por meio de outros pontos de vista. No entanto, para que isso acontecesse deveria existir uma articulação colaborativa entre o professor de Matemática e o de Artes.

4.6 ANÁLISE DO ARTIGO 6

Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018) apresentam algumas discussões e reflexões relativas à maneira como as frações são abordadas no livro didático do Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos (EJA) Moderna (VERIDIANO *et al.*, 2013), mostrando a importância do conhecimento do professor sobre esse conteúdo. O estudo teve como questão de pesquisa: “que conhecimento especializado do professor que ensina Matemática se encontra envolvido (mobilizado e requerido) na e para a compreensão e a implementação de tarefas do livro didático no âmbito das frações?”.

Os autores analisaram o terceiro capítulo do livro, que abordava alimentação como tema gerador, para iniciar o estudo sobre fração, subdividindo o capítulo em cinco seções: “Números racionais na forma de fração”, “Fração de uma quantidade”, “Frações Equivalentes”, “Adição e subtração de frações” e “Porcentagem”.

Ademais, observaram que o livro apresenta uma variedade de tarefas propostas e que o material busca relacionar as atividades com o cotidiano do estudante da EJA, na tentativa de contemplar os significados parte-todo, quociente, operador e razão. No entanto, apesar de a obra apresentar diversos problemas, envolvendo os significados de fração, o estudante recorre apenas ao significado parte-todo. O professor, também, não busca refletir ou questionar sobre qual significado essa fração está envolvida naquela situação-problema.

Dessa forma, Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018) acreditam que isso ocasionará a impossibilidade de os estudantes não compreenderem as diferentes significações dos números racionais na forma fracionária, provocando prejuízos à aprendizagem dos estudantes e dificultando a resolução de problemas diversos desse conteúdo. O estudo, ainda, aponta que os professores que ensinam Matemática precisam entender e implementar atividades que distingam os diferentes significados de fração, mostrando as diferentes maneiras de se resolver um mesmo problema, que sejam capazes de identificar conceitos implícitos nas tarefas propostas no livro e de perceber as conexões entre um significado e outro ou um significado e outro conteúdo.

4.7 ANÁLISE DO ARTIGO 7

Pozzobon e Oliveira (2018) analisam a formação dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no que se refere à abordagem das frações. E o problema da pesquisa foi: Quais as perspectivas de formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, em especial no que tange ao ensino de frações?

Para a produção do trabalho foi analisado um caderno de planejamento de uma professora de Didática da Matemática da década de 1970, que atuou como formadora de professores, que lecionavam no Ensino Médio; o segundo material analisado foi o caderno de “Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental” e o último material foi uma entrevista com a professora detentora do primeiro material analisado (caderno de planejamento).

Na análise do caderno de planejamento, foi verificado o passo a passo ou as etapas para o ensino de frações, que se inicia com a abordagem de fração por meio das Frações Ordinárias, sendo consideradas a sua significação, os aspectos didáticos, as operações, as frações mais utilizadas no dia a dia, o uso dos materiais concretos ou desenhos e a definição.

Pozzobon e Oliveira (2018) suspeitaram, a partir da análise dos materiais, que a professora acreditava que, para a aprendizagem de fração acontecer, o estudante deveria manusear e observar materiais concretos; recomenda a descrição e representação em forma de desenhos. Em uma das seções do caderno, são utilizadas situações-problema no tratamento de fração por meio do significado razão.

No caderno de “Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental”, o ensino das frações é abordado de maneira diferente (por meio de situações concretas e representando uma determinada situação de forma diversificada) dos outros conteúdos, pois o autor acredita que esse tema costuma apresentar maior dificuldade por parte dos estudantes. Esse caderno foi produzido pelo Governo Federal destinado para os professores dos anos iniciais do EF.

Na análise da entrevista feita com a professora, os autores perceberam a preocupação em retomar conceitos e significados de fração. Apesar disso, a

professora pontua que os estudantes apresentavam dificuldades na aprendizagem das frações quando eram trabalhadas no Ensino Médio, pois acreditava que a falta de retomada desse conteúdo nos anos que se seguiram após os anos iniciais do EF, sendo abordado novamente somente no Ensino Médio.

Diante desse prejuízo, a compreensão dos outros conteúdos eram, também, afetados, pois acreditava que a fração era conhecimento essencial e utilizado como alicerce para a aprendizagem de outros temas. O estudo alerta sobre a impossibilidade da mudança no uso das frações de um contexto para outro e observada que é possível apenas realizar aproximações entre os usos. Também, foi observado a necessidade dos diferentes usos das frações em contextos variados percebidos pelos estudantes.

4.8 ANÁLISE DO ARTIGO 8

No estudo de Nascimento e Castro Filho (2017), esses apresentam o resultado de uma revisão sistemática sobre a aprendizagem móvel no Ensino Fundamental, a partir de estudo, que teve como objetivo apresentar evidências no uso de dispositivos móveis, que contribuem nos processos de ensino e de aprendizagem de docentes e estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Nascimento e Castro Filho (2017, p. 193) definiram como questão principal da pesquisa: “Qual o panorama atual das publicações científicas nacionais e internacionais sobre a aprendizagem móvel na prática colaborativa e a utilização de dispositivos móveis no Ensino Fundamental?”. Para responder a essa questão, foram definidos e analisados as metodologias e os resultados utilizados em cada estudo selecionado com o objetivo de atender aos objetivos propostos nessa revisão sistemática.

Os bancos de dados utilizados para a realização do levantamento científico das pesquisas foram o banco de teses e periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Scientific Electronic Library Online – SciELO (nacional e internacional) e Web Science2 (internacional).

Diante dos resultados sobre as contribuições das tecnologias móveis em todas as áreas do conhecimento, foi identificada a atividade colaborativa de Matemática em que um professor utilizou um aplicativo *From-A-One* (FAO), que

utiliza as frações na forma de representações gráficas, buscou estratégias em combinar setores circulares com pares de frações complementares em uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental.

Os autores afirmaram que as tecnologias facilitaram a compreensão e a resolução dos problemas, uma vez que os estudantes foram capazes de visualizar as frações dos outros colegas e isso contribuiu nas justificativas das hipóteses elaboradas por eles. Ainda, salientam que o professor teve um papel importante no desenvolvimento da atividade, de forma que, em cada etapa, questionava as respostas, orientava em relação aos novos problemas, incentivava os estudantes a percorrerem a sala de aula e a negociarem possíveis respostas com os outros colegas.

Outra pesquisa selecionada na revisão sistemática com relação ao ensino de frações foi o uso da ferramenta Tecnologia Mediada de Aprendizagem assistida por Pares (*Technology-Mediated Peer-Assisted Learning – TechPALS*) com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental em uma escola de São Francisco, na Califórnia, EUA.

Nascimento e Castro Filho (2017) afirmaram que os estudantes interagiram na resolução dos problemas propostos e uns com os outros no processo de aprendizagem das frações. A investigação revela que os usos dos dispositivos móveis contribuem bastante para o ensino e a aprendizagem em sala de aula, pois apresenta alternativa atrativa para o estudante e tem a oportunidade de oferecer variedade de atividades dentro e fora da escola.

Também, destacavam a importância da mediação do professor durante a promoção de atividades coletivas, visto que quando a atividade não é bem planejada e orientada em todos os passos, haverá uma grande chance tanto do professor quanto dos estudantes ficarem perdidos no desenrolar da proposta. Finalmente, conclui-se que, ainda, existem poucos estudos sobre o uso dos dispositivos móveis voltados a estudantes do Ensino Fundamental.

4.9 ANÁLISE DO ARTIGO 9

Ponte e Quaresma (2014) analisaram as representações e raciocínios de estudantes do 6º ano do EF na resolução de atividades que contemplam números

racionais em aula numa abordagem exploratória. Para isso, elaboraram a seguinte questão de pesquisa: Em uma aula de cunho exploratório, quais as principais representações e os raciocínios de alunos do 6º ano na resolução de tarefas com números racionais?

O estudo foi realizado por meio de discussões coletivas na turma de um dos autores. Na ocasião, foi feita análise dos trabalhos de estudantes, especificamente em atividades relacionadas à comparação de frações e ao uso da fração como operador, observando quais representações eles preferiam usar na resolução das tarefas com números racionais, quais generalizações e as justificativas utilizadas nos problemas com números racionais.

Também, foi realizado um diagnóstico, em que foram abordados os seguintes conteúdos: comparação de números racionais, multiplicação de um número inteiro por uma fração e a fração como significado de operador. Uma das tarefas apresentadas foi sobre a comparação entre frações, e os autores perceberam que a maioria transformou a representação fracionária em número decimal, ou seja, utilizando a ideia de quociente para compreensão de fração a fim de resolver o problema. Em relação à escolha por essa estratégia, as autoras acreditam que isso aconteceu devido a representação decimal ser forte no currículo de Matemática nos primeiros anos em Portugal, onde foi realizado o estudo.

Outra atividade proposta envolveu a resolução de problemas em que os estudantes utilizavam as frações como operador multiplicativo, em situações que envolviam partes de um todo, solicitando a justificativa e cujo objetivo era desenvolver o significado de operador das frações. Na resolução dessa atividade, alguns estudantes utilizaram a representação pictórica e fracionária e, também, utilizou-se a ideia de quociente de uma fração na transformação para a representação decimal. Nessa atividade, os estudantes mostram dificuldades para justificar as suas estratégias.

Ponte e Quaresma (2014) concluíram que os estudantes, na maioria das vezes, utilizam a representação decimal para a resolução das atividades por se sentirem mais familiarizados e confortáveis. Os cálculos e os contraexemplos eram as maneiras mais utilizadas para apresentar as justificativas e eles não produziram muitas generalizações. Após o desenvolvimento do trabalho, as autoras acreditam que é possível colocar em prática as recomendações curriculares e, para que isso

aconteça, é necessário considerar os tipos de tarefas propostas e valorizar a negociação de significados.

4.10 ANALISANDO AS RELAÇÕES ENTRE OS ESTUDOS SELECIONADOS

Os estudos N2, N3, N6 e N7 apresentam convergências no sentido de propor o passo a passo de como o ensino de frações deveria ser norteado, apesar de cada trabalho explicitar objetivos diferentes. O estudo N2 relata que a maneira como o ensino de frações deveria ser trabalhado dependia do momento em que o conteúdo frações era trabalhado em relação aos outros conteúdos, ou seja, se vinha antes ou depois de outros conhecimentos. O N3 orientou que o ensino de frações seguiria a seguinte ordem de definição das frações ordinárias e, em seguida, sobre as frações decimais, enfatizando a identificação dos numeradores e denominadores, a escrita, a nomenclatura e redução de frações das frações para o mesmo denominador.

A ordem estabelecida no N6 era iniciar o ensino de frações apresentando a existência dos números racionais na forma fracionária; em seguida, de fração de uma quantidade, frações equivalentes, adição e subtração de frações e encerrando com porcentagem. Já o estudo N7 recomendava o ensino de frações apresentando as frações ordinárias, seguido das operações com frações, identificação das frações mais utilizadas no dia a dia dos estudantes e encerrando com a definição de fração.

Os estudos N1, N3, N4, N5, N6, N7, N8 e N9 também possuem convergências, no sentido de propor maneiras diferentes para o ensino de frações. No estudo N1, recomenda-se o ensino do significado parte-todo de uma fração por meio de situações-problema diversificadas. No estudo N3, foi apresentado que existia uma revista pedagógica com o intuito de colaborar no trabalho do professor em sala de aula; dentre essas contribuições, maneiras de como ensinar frações.

No estudo N4, foi apontada uma diversidade de recursos metodológicos utilizados pelos professores para o ensino de frações; dentre eles, seria o uso de jogos, livros didáticos e materiais concretos. No estudo N5, foi proposto o uso da música para o ensino de frações, especificamente os significados de fração. Já o estudo N6 preocupou-se com o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações, utilizando situações-problema do cotidiano dos estudantes.

No estudo N7, mostrou-se o uso de materiais concretos para o ensino de frações. O estudo N8 mostrou a possibilidade de utilizar dispositivos móveis para o ensino de frações. Enquanto isso, o estudo N9 apresentou a adoção de uma aula exploratória para o ensino de fração.

Os estudos N1, N2, N5, N6, N7 e N9 tiveram convergências na perspectiva de apresentarem algum significado de fração. O estudo N1 mostrou a possibilidade de desenvolver o significado parte-todo. Já no estudo N2 relatou-se a ideia de frações por meio dos significados operador e razão. No estudo N4, teve-se como resultado da pesquisa que a maioria dos professores conheciam apenas o significado parte-todo.

O estudo N5 teve a proposta de desenvolver todos os significados de fração por meio da música; no entanto, conseguiu contemplar apenas o significado parte-todo. No estudo N7, foram apontados os trabalhos dos significados parte-todo, quociente, operador e razão para o ensino de fração. Por sua vez, o estudo N7 se preocupou em desenvolver o significado razão de uma fração por meio de situações-problema, enquanto o estudo N9 utilizou a ideia de fração a partir do significado operador.

Diante desses resultados, nos quais se obteve uma quantidade reduzida de trabalhos sobre esse tema e a limitação na exploração dos significados de fração, é percebido que o estudo sobre essa temática ainda é bem reduzido, o que demonstra a necessidade de realização de mais pesquisas.

A próxima seção irá abordar sobre a atividade de intervenção aplicada em sala de aula.

5 ATIVIDADE DE INTERVENÇÃO APLICADA EM SALA DE AULA

Esta seção apresenta os resultados das atividades de intervenção aplicadas em sala de aula e para uma melhor organização das informações ficou estruturada em duas subseções, sendo que a primeira relata a vivência da aula sobre os cinco significados das frações e a segunda trata da análise dos dados obtidos com o questionário aplicado após a intervenção.

5.1 VIVÊNCIA DA AULA EXPLORANDO OS CINCO SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO

O tema gerador da aula foi sobre a “A vida longa às baterias dos aparelhos *smartphones*”, relatando o aumento do número de *smartphones* no mundo e apontando a infinidade de funcionalidades que esses aparelhos podem oferecer. Devido à variedade de recursos oferecidos, eles acabam consumindo carga maior da bateria e com isso exigindo dos fabricantes baterias mais eficientes suportando maior tempo de uso.

Conforme Valente (2020), ao apresentar situações-problema relacionados à vida dos estudantes, esses conhecimentos adquiridos na escola poderão se tornar úteis e aplicados no seu cotidiano. Nesse sentido, durante a aula, foram apresentadas algumas dicas úteis sobre a duração das baterias, vida útil e segurança dos *smartphones*. Além disso, foram apontadas sugestões sobre algumas precauções na utilização desses aparelhos, no aspecto da maneira de recarregar a bateria e sobre o perigo do uso de carregadores falsificados ou não autorizados pelo fabricante.

Com isso, observou-se que os estudantes ficaram entusiasmados com a temática da aula devido ao protagonismo que esses aparelhos estão tendo na vida de cada um. Observou-se, ainda, uma participação efetiva na aula, compartilhando suas experiências na utilização desses aparelhos. Além disso, ficaram curiosos sobre as orientações dadas sobre dicas úteis para a preservação das baterias.

Após a introdução sobre os *smartphones*, em especial as baterias desses aparelhos, foram apresentadas quinze situações-problema (ver Apêndice A) para trabalhar os diferentes significados de fração (parte-todo, medida, quociente, razão e operador). A esse respeito, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que os professores

realizem esse trabalho de apresentar situações-problema em que os números naturais já não são suficientes para solucionar determinados problemas, provocando a necessidade de abordar novos números.

Esses problemas consideraram todos os significados de fração, pois, conforme Silva e Almouloud (2018), caso o professor trabalhe apenas um dos significados de fração, não será possível desenvolver por completo a compreensão do conceito dos números racionais.

5.1.1 Situação 01

A situação 01 mostrou o nível de carregamento de uma bateria representado por uma fração (ver Apêndice A), em que ela estaria dividida em 10 partes de mesma área, sendo 4 partes pintadas (representando o nível de carga ainda existente) e foi solicitado aos estudantes que informassem qual número fracionário poderia representar essa situação, estando em conformidade com Silva e Almouloud (2018), quando apontam, que ao desenvolver o conceito de números racionais, na forma fracionária, tem-se a oportunidade de trabalhar, também, o estudo da medida de área.

Foi observado que apenas três estudantes das duas turmas (dois da turma B e um da turma C) responderam oralmente à representação solicitada, que, nesse caso, seria $4/10$. Contudo, os demais estudantes mostraram desconhecimento desses números, apesar de a BNCC (BRASIL, 2018) orientar aos professores o trabalho com números racionais tanto na forma decimal quanto na forma fracionária já nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O estudante B14 perguntou se a representação percentual não poderia ser utilizada como resposta, já que os aparelhos utilizam essa maneira para informar ao usuário sobre o nível de bateria. Então, foi informado que ele estava correto na sua consideração; no entanto, o objetivo da aula foi usar a representação fracionária. Já o estudante C2 apresentou como resposta o número decimal quatro décimos (0,4), considerando que cada parte pintada seria um décimo e a bateria com carga total representaria o número 1. Sobre isso, Ponte e Quaresma (2014) afirmam que os números decimais, frequentemente, são a alternativa mais utilizada para solucionar problemas, devido os estudantes se sentirem mais familiarizados e confortáveis.

Após a participação dos alunos, foi apresentada para toda a turma a representação fracionária do problema, bem como a definição de numerador e denominador. Em seguida, foram mostradas outras três baterias (ver Apêndice A), cada uma apresentando divisões diferentes, com a mesma finalidade de solicitar aos alunos qual representação fracionária expressava cada uma delas e foi percebido um avanço significativo dos estudantes na apresentação da fração, pois de todos os estudantes nas turmas apenas cinco (quatro da turma B e um da turma C) responderam de forma incorreta.

5.1.2 Situação 02

Subsequente às situações das baterias dos *smartphones*, na Situação 02, solicitou-se que a turma fosse dividida em cinco grupos, sendo entregue a cada grupo uma barra de chocolate de marcas, tamanhos e divisões diferentes. Em seguida, foi solicitado a cada grupo que informasse qual fração representa cada “quadrado” demarcada na barra, conforme pode ser visto no Apêndice A.

Todos os grupos (em ambas as turmas) responderam corretamente; no entanto, apenas o estudante B8 apresentou como solução a fração $2/24$. Ele justificou afirmando como o quadrado que ele apontou estava na posição dois da barra de chocolate, então o numerador deveria ser 2 (ele não considerou uma unidade como $1/24$) e definiu denominador como 24, porque havia esse total na barra. Percebeu-se que o estudante não compreendeu a ideia correta do numerador. Diante dessa constatação, foi revisada pelo professor a definição de numerador e denominador quando está relacionada a problemas sobre significado parte-todo.

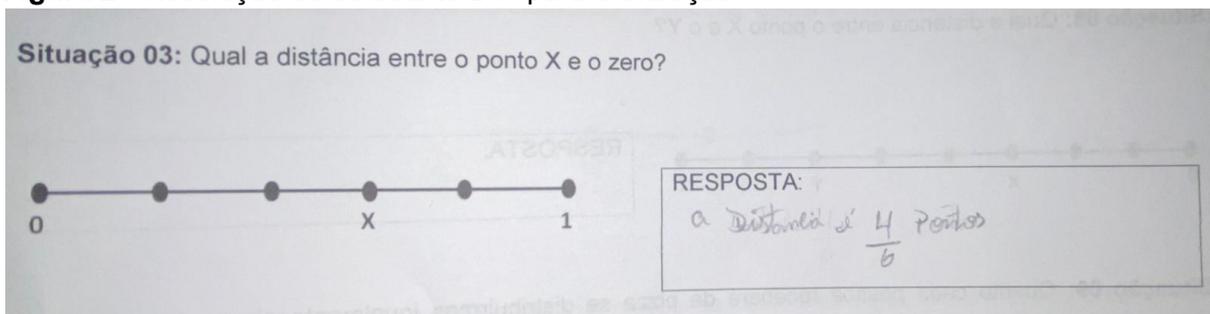
5.1.3 Situação 03

Na Situação 03 (ver Apêndice A), foi proposto que os participantes determinassem a distância do ponto zero a outro ponto chamado X, que estava localizado antes do ponto um; a unidade tinha sido dividida em cinco partes de mesma medida (contendo no total seis pontos do ponto zero ao ponto um) e o ponto X estava no quarto ponto. Portanto, a distância era de $3/5$. Infelizmente, nenhum estudante conseguiu apresentar uma fração que representasse aquela distância;

seis estudantes da turma B e um da turma C apresentaram corretamente como solução o número decimal seis décimos, afirmando que a distância de dois pontos consecutivos equivaleria a dois décimos.

Por outro lado, oito estudantes da turma B e sete da turma C responderam $\frac{4}{6}$, pois estavam considerando como unidade fracionária cada ponto e não o intervalo entre um ponto e outro. Observa-se, na Figura 2, a resposta do estudante B11 como exemplo ilustrativo desse erro cometido pelos estudantes.

Figura 2 - Resolução do estudante B11 para a Situação 03



Fonte: Elaboração própria (2022).

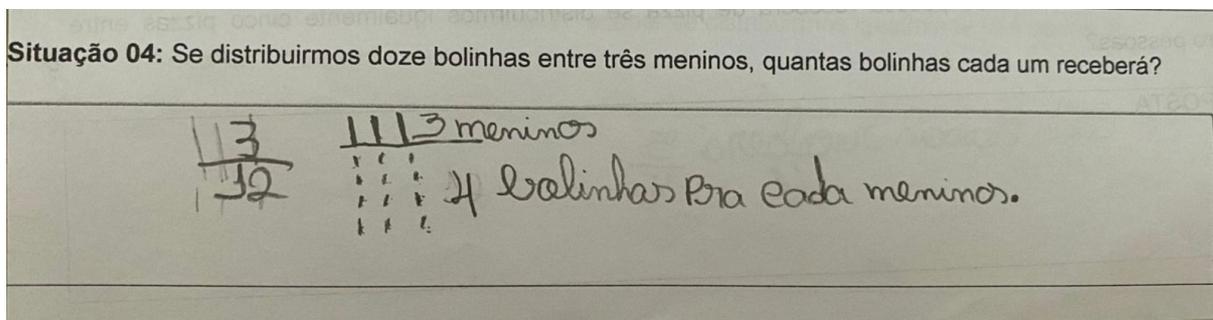
Diante dessas respostas, acredita-se que tais estudantes, ainda, não construíram o conceito de unidade de comprimento. Mediante esse equívoco, foi esclarecido para a turma que se devem considerar como unidade de medida os intervalos de um ponto a outro e não cada ponto. A esse respeito, Patahuddin, Usman e Ramful (2018) afirmam que os estudantes enfrentam dificuldades em representar os números racionais em retas numéricas, pois, em vez de considerar os intervalos de um ponto a outro como unidade, eles utilizaram os pontos ou marcações.

5.1.4 Situação 04

Na Situação 04, apresentou-se um problema em que foram distribuídas doze bolinhas entre três crianças e perguntou-se a quantidade de bolinhas que cada uma iria receber (ver Apêndice A). Os resultados desse problema foram os seguintes: dezenove estudantes da turma B e seis da turma C resolveram a situação utilizando apenas a operação de divisão sem usar a representação fracionária; um de cada turma resolveu recorrendo à fração inicialmente para representar o problema; em

seguida, realizaram a divisão; no entanto, inverteram o valor do numerador (escrevendo 3) com o valor do denominador (escrevendo 12), mas apresentaram o resultado corretamente, ou seja, igual a quatro. Observe, na Figura 3, a maneira como o estudante C13 apresentou a fração.

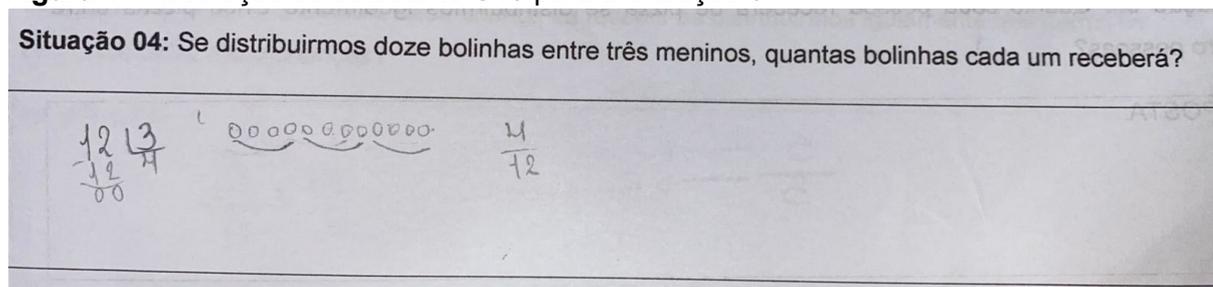
Figura 3 - Resolução do estudante C13 para a Situação 04



Fonte: Elaboração própria (2022).

Eles justificaram essa inversão dos valores do numerador e denominador por acharem estranho o valor do numerador ser maior que o denominador. Corroborando com isso, Silva e Almouloud (2018) pontuam que situações relacionadas ao significado quociente depende de um trabalho cuidadoso relativo à sua compreensão, pois o numerador, nessas situações, representa algo que será dividido em um número dado de partes (denominador). Por fim, três estudantes da turma B e sete estudantes da turma C apresentaram a fração 4/12 como resultado. Veja, na Figura 4, a resolução do estudante C10.

Figura 4 - Resolução do estudante C10 para a Situação 04



Fonte: Elaboração própria (2022).

Na Figura 4, o estudante C10 não utilizou a representação da ideia de quociente de uma fração na resolução do problema; no entanto, no momento de

apresentar a resposta usou a ideia prototípica de fração para representar a parte das bolinhas que cada criança iria receber.

5.1.5 Situação 05

Já a Situação 05 (ver Apêndice A) contemplou o significado de razão de uma fração, contextualizando o problema sobre a importância do acesso à água potável para a saúde do ser humano, apesar de bilhões de pessoas, ainda, não terem esse acesso. A situação solicitava a razão, sabendo que para cada pessoa sem água potável, que vive em áreas urbanas, havia quatro pessoas em áreas rurais. Sobre o desempenho dos participantes, foi observado nas duas turmas que ninguém apresentou a resposta esperada, evidenciando desconhecimento desse significado para a fração.

Diante disso, o professor mediador da aula explicou que, em situações que solicitam a comparação entre duas grandezas, faz-se necessário mobilizar o significado de razão de uma fração e que a leitura para esses tipos de problemas deve ser feita de forma diferente, ou seja, não “um quarto” e sim “um para quatro”. Assim, o problema oportunizou também desenvolver o conhecimento inicial de proporção, pois, para Santos (2019), as atividades relacionadas à razão favorecem a ampliação do conhecimento de proporcionalidade.

5.1.6 Situação 06

Na Situação 06, apresentada na sala de aula, foi solicitado que alunos determinassem quantos dias correspondem a $\frac{3}{5}$ do mês de junho, ou seja, $\frac{3}{5}$ de 30 dias, que se refere à quantidade de dias de férias das crianças do problema (ver Apêndice A).

Os resultados obtidos foram os seguintes: os estudantes B6, C1 e C5 consideraram que cada $\frac{1}{5}$ do mês de junho corresponderia a uma semana, definindo, assim, que essa quantidade de dias tinha, exatamente, cinco semanas. Então, como o problema solicitava $\frac{3}{5}$ do mês de junho, eles responderam que seriam, portanto, três semanas (21 dias) ou podem ter associado a escrita $\frac{3}{5}$ a uma informação do tipo “3 semanas de 5”, o que parece vincular-se ao que,

frequentemente, apresenta-se na instrução escolar. Observe, na Figura 5, a resolução do estudante C5 para essa situação.

Figura 5 - Resolução do estudante C5 para a Situação 06

Situação 06: As crianças da tirinha estão aproveitando as férias. Na escola em que elas estudam $\frac{3}{5}$ dos dias do mês de junho correspondem às férias escolares. Quantos dias de férias elas têm em junho?

RESPOSTA:

$\frac{3}{5} = \text{semana de férias}$	$\frac{3}{5} = \text{semana de férias}$
$\frac{5}{5} = \text{semana do mês}$	

Fonte: Elaboração própria (2022).

Contudo, o estudante C14, para determinar $\frac{3}{5}$ dos dias de junho, inicialmente, encontrou $\frac{1}{5}$ dos 30 dias (dividindo 30 por 5) achando como resultado 6 dias e, posteriormente, para determinar $\frac{3}{5}$, multiplicou esse resultado por três, encontrando, assim, 18 dias. Observe, na Figura 6, a resolução pelo estudante C14.

Figura 6 - Resolução do estudante C14 para a Situação 06

Situação 06: As crianças da tirinha estão aproveitando as férias. Na escola em que elas estudam $\frac{3}{5}$ dos dias do mês de junho correspondem às férias escolares. Quantos dias de férias elas têm em junho?

RESPOSTA:

$3 \times \frac{30}{5} = 18$	as férias escolares equivalem a 18 dias de todo o mês
------------------------------	---

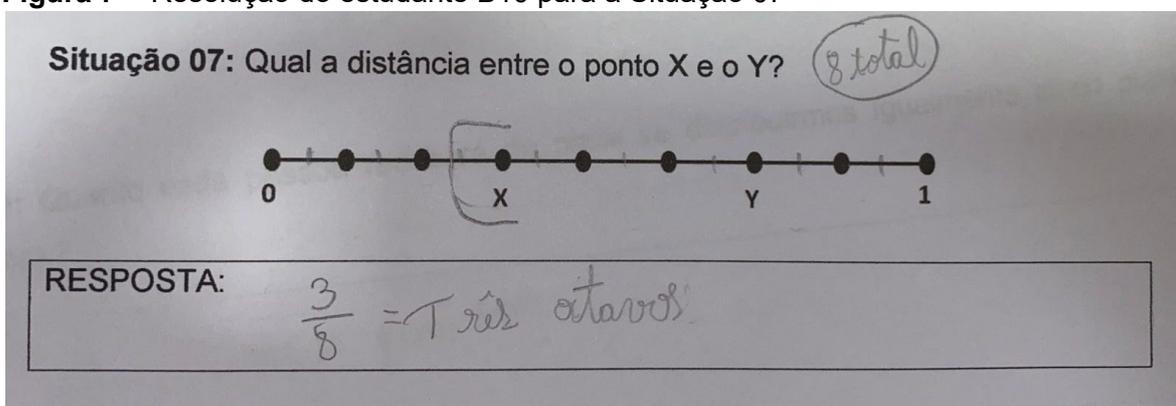
Fonte: Elaboração própria (2022).

Já o estudante C10 utilizou a mesma estratégia; no entanto, ao dividir 30 por 5, afirmou que o quociente seria 7 dias e tendo resultado final 21 dias relativo a $\frac{3}{5}$ de 30 dias. É possível que essa já fosse uma hipótese inicial do estudante, de modo que 7 seja consequência da quantidade de dias da semana, entendendo que $\frac{3}{5}$ equivaleriam a 3 semanas (21 dias).

5.1.7 Situação 07

Na Situação 07 (ver Apêndice A), apresentou-se um segmento de uma unidade de comprimento, em que esse foi dividido em oito partes de mesmo tamanho, contendo nove pontos equidistantes e solicitava-se a distância entre os pontos X e Y (localizados no quarto e sétimo ponto, respectivamente). Observou-se que apenas sete estudantes da turma B e seis da turma C conseguiram apresentar $\frac{3}{8}$ como solução correta, conforme pode ser visto na Figura 7 a partir da resolução do estudante B10.

Figura 7 - Resolução do estudante B10 para a Situação 07



Fonte: Elaboração própria (2022).

Cinco estudantes da turma B e três da turma C trouxeram $\frac{4}{9}$ como solução. Eles utilizaram os pontos equidistantes e não os intervalos; portanto, persistindo nos mesmos erros apresentados na situação 03. Veja, na Figura 8, a resposta do estudante B11. Esse tipo de interpretação, embora não seja efetiva para alcançar a resposta correta por si só, não demonstra dificuldade na ideia de fração. Talvez, demonstre que essa não é uma tarefa comum à sua experiência escolar.

Então, foi percebida, durante a aula, a dificuldade dos estudantes em solucionarem situações como a apresentada na Figura 8, principalmente, ao definir a unidade de medida, que, nessa situação, seria $\frac{1}{8}$. Segundo Silva e Almoond (2018), ao definir a unidade de medida que foi determinada ao subdividir uma unidade em um número finito de partes, os estudantes parecem encontrar dificuldade em construir esse conhecimento.

Observe que, ao apresentar essa resposta, pode-se evidenciar o forte apelo escolar ao significado parte-todo, pois a resposta aproxima-se da instrução escolar, embora a prática cotidiana provoque outra expectativa. E não houve uma relação com as situações do dia a dia, nas quais é comum que cada parte corresponda a mais do que “um inteiro”.

O estudante C16 achou estranho o valor do numerador ser maior que o denominador. Diante desse estranhamento, o professor explicou a existência das frações impróprias, nas quais o numerador é maior que o de denominador.

5.1.9 Situação 09

Na Situação 09, foi pedido aos alunos que calculassem a razão entre a quantidade de figuras de coração do conjunto A (conjunto, contendo 3 figuras corações e 5 figuras emoji) e a quantidade de luas do conjunto B (conjunto, contendo 5 figuras luas e 3 figuras sol), conforme o Apêndice A. A esse respeito, Silva e Almouloud (2018) afirmam que o significado razão tem como finalidade a comparação bidirecional entre duas grandezas distintas. Nesse problema, pôde-se perceber a relação parte-parte, ou seja, a comparação de partes dos objetos do conjunto A com partes dos objetos do conjunto B.

Diante da situação proposta, quatro estudantes da turma B e sete da turma C conseguiram mostrar, corretamente, a fração $3/5$. A Figura 10 aponta a resposta do estudante C5.

Figura 10 - Resolução do estudante C5 para a Situação 09

Situação 09: Determine a razão entre a quantidade de figuras de coração do conjunto A e a quantidade de figuras de lua do conjunto B.

A

B

RESPOSTA:

A $\frac{3}{5}$ → Coração
5 → Lua
3 para 5

Fonte: Elaboração própria (2022).

Observa-se que o estudante colocou uma seta para informar que o numerador representa o número de corações e outra no denominador para indicar o número de luas, além de apresentar a leitura correta da frase. Ainda, 20 estudantes da turma B e nove da turma C apresentaram, equivocadamente, duas frases para responder o problema, conforme indicado na Figura 11 tratada na resolução do estudante B21.

Figura 11 - Resolução do estudante B21 para a Situação 09

Situação 09: Determine a razão entre a quantidade de figuras de coração do conjunto A e a quantidade de figuras de lua do conjunto B.

RESPOSTA:
 A) CORAÇÃO e EMOJI: $\frac{3}{7}$
 B) LUA e Sol: $\frac{5}{8}$

Fonte: Elaboração própria (2022).

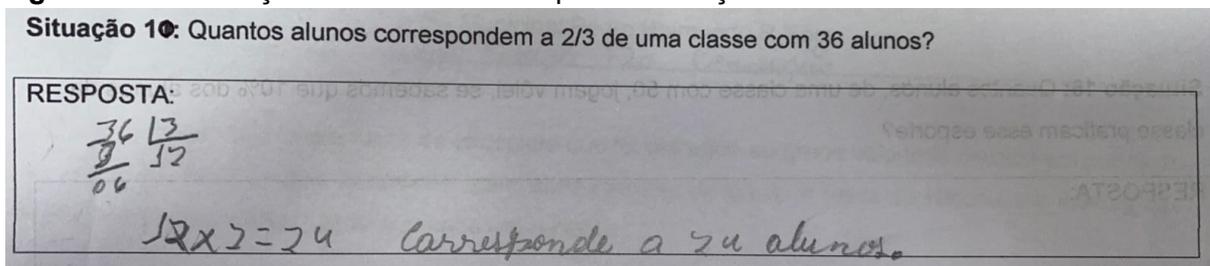
O estudante B21 apresentou a fração $\frac{3}{7}$ (representando a quantidade de figuras de coração tomando referência apenas o conjunto A) e a fração $\frac{5}{8}$ (representando a quantidade de luas tomando referência apenas o conjunto B). Essa resposta pode ter sido devido à existência de dois conjuntos e mais elementos além dos que foram citados no enunciado do problema.

5.1.10 Situação 10

Na sequência, abordou-se a Situação 10 (ver apêndice A), na qual foi solicitado que determinasse quanto correspondia $\frac{2}{3}$ de uma classe com 36 alunos. Assim, obtiveram-se os seguintes resultados: 12 estudantes da turma B e 9 da turma C resolveram o problema da maneira do estudante C10. Observe a Figura 12 que apresenta a resolução desse estudante.

Inicialmente, o estudante C10 encontrou $\frac{1}{3}$ da turma, realizando a divisão de 36 por 3 (portanto, $\frac{1}{3}$ de 36 resultaria em 12) e, posteriormente, multiplicou o resultado por 2 para determinar $\frac{2}{3}$ (resultando em 24 alunos).

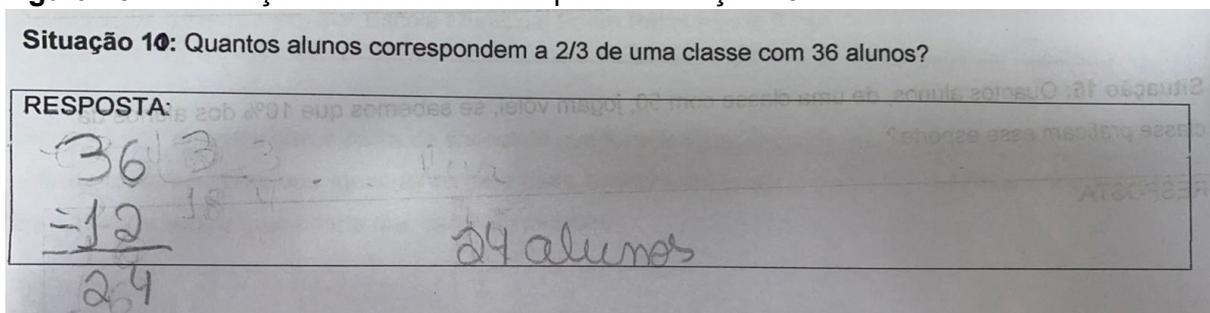
Figura 12 - Resolução do estudante C10 para a Situação 10



Fonte: Elaboração própria (2022).

Já o estudante B22 solucionou o problema de maneira diferente, conforme a Figura 13.

Figura 13 - Resolução do estudante B22 para a Situação 10



Fonte: Elaboração própria (2022).

Observa-se que o estudante B22 encontrou, inicialmente, quanto correspondia $\frac{1}{3}$ de 36, resultando em 12 e, em seguida, realizou a diferença entre 36 (que representa $\frac{3}{3}$ da classe) e 12 para determinar $\frac{2}{3}$ de 36, chegando ao resultado 24.

5.1.11 Situação 11

Na Situação 11, foi solicitado que o estudante pintasse $\frac{3}{4}$ de 12 bolinhas, organizadas em três linhas e quatro colunas, conforme o Apêndice A. Esse problema foi solucionado de diferentes maneiras. O Quadro 3 apresenta o número de acertos e a forma de resolução em cada turma.

Quadro 3 – Estratégias de resolução adotadas pelos estudantes para Situação 11

Estratégia de resolução	Quantidade de estudantes turma B	Quantidade de estudantes turma C
Utilizaram a ideia de operador para determinar a quantidade de bolinhas que deveriam ser pintadas, ou seja, encontrou inicialmente $\frac{1}{4}$ das bolinhas (dividindo 12 por 4, resultando em 3 bolinhas) e, posteriormente, encontrando $\frac{3}{4}$ (multiplicando o resultado de $\frac{1}{4}$ por 3 resultado em 9 bolinhas).	1	1
Definir cada coluna como $\frac{1}{4}$ das bolinhas, portanto pintaram três colunas das quatro, totalizando em 9 bolinhas pintadas.	10	8
Para cada quatro bolinhas em cada linha, eles pintaram três bolinhas, totalizando no final nove bolinhas pintadas, portanto eles utilizaram a ideia de razão de uma fração.	8	4

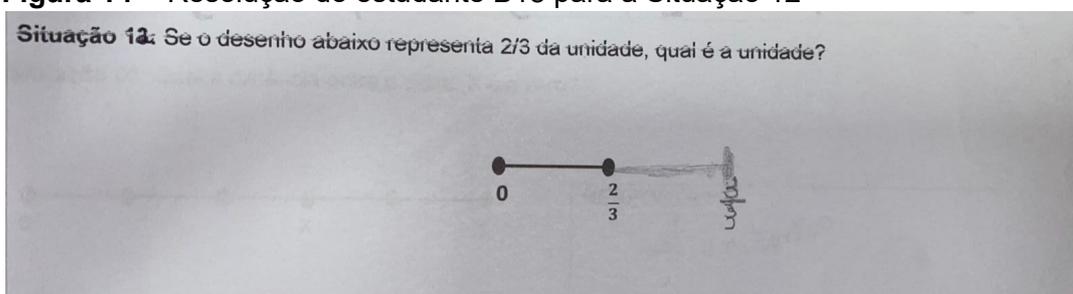
Fonte: Elaboração própria (2022).

Diante da diversidade de maneiras de resolver um mesmo problema, Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018) afirmam que professores precisam, realmente, implementar atividades diversificadas com diferentes significados, conscientizando que é possível solucionar um mesmo problema de várias formas, permitindo, assim, que os estudantes percebam as conexões de um significado para o outro. Durante a aula, foram discutidas com toda a turma as diferentes estratégias identificadas dentre os estudantes.

5.1.12 Situação 12

Na Situação 12 (ver Apêndice A), foi solicitado que os alunos representassem a unidade de um segmento, da qual o problema informava, inicialmente, $\frac{2}{3}$ dela. Nenhum estudante das duas turmas conseguiu responder corretamente. Todavia, 12 estudantes da turma B e 3 da turma C dobraram o segmento $\frac{2}{3}$ para representar a unidade; no entanto, essa solução era equivocada, pois, ao dobrarem eles estavam encontrando $\frac{4}{3}$ da unidade. Observe, na Figura 14, a resolução do estudante B18, que ilustra essa ideia.

Figura 14 - Resolução do estudante B18 para a Situação 12



Fonte: Elaboração própria (2022).

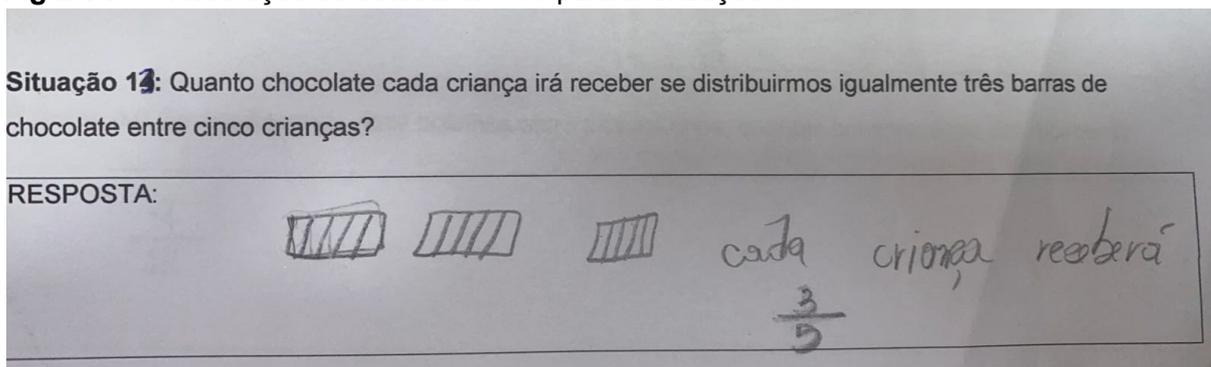
O estudante B18 justificou afirmando que o problema solicitava a unidade; nesse caso, seria $\frac{3}{3}$. Como havia dois pontos no segmento dado, ele apenas acrescentou mais um segmento de mesma medida acompanhado de mais uma marcação, com o objetivo de totalizar 3 pontos. Dessa forma, ele acreditava que estava encontrando a unidade $\frac{3}{3}$.

Diante dessa dificuldade dos estudantes, foi explicado que uma sugestão de estratégia possível para solucionar o problema seria acrescentar $\frac{1}{3}$ do segmento no segmento $\frac{2}{3}$, pois pretendia-se determinar a unidade, ou seja, $\frac{3}{3}$ do segmento. Para isso, poderia identificar o ponto médio do segmento $\frac{2}{3}$ desta unidade para mensurar $\frac{1}{3}$ do segmento e, em seguida, apenas acrescentar o segmento $\frac{1}{3}$ no segmento $\frac{2}{3}$, encontrando a unidade, ou melhor, $\frac{3}{3}$. Sobre isso, Lopes e Silva (2020) afirmam que é possível apresentar diferentes maneiras de determinar um inteiro a partir de uma parte desse inteiro.

5.1.13 Situação 13

Com o objetivo de trabalhar o significado de quociente de uma fração, a Situação 13 solicitava a quantidade de chocolate que cada criança iria receber, sabendo que existiam três chocolates para dividir igualmente entre cinco crianças, conforme o Apêndice A. Entre as duas turmas, somente o estudante C16 conseguiu solucionar, corretamente, o problema, conforme pode ser visto na Figura 15.

Figura 15 - Resolução do estudante C16 para a Situação 13



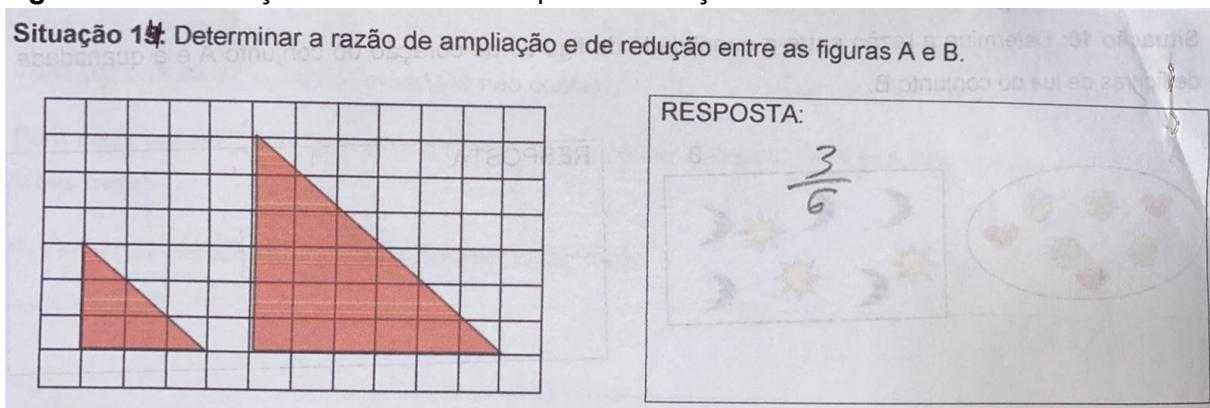
Fonte: Elaboração própria (2022).

Ele iniciou dividindo cada barra de chocolate em cinco partes de mesmo tamanho, afirmando que cada parte representava $\frac{1}{5}$ de um chocolate; em seguida, distribuiu $\frac{1}{5}$ de cada barra para cada criança e concluiu o problema afirmando que cada criança receberia $\frac{3}{5}$ do total das três barras.

5.1.14 Situação 14

Já a Situação 14 (ver Apêndice A) tinha o objetivo de contemplar o significado de razão de uma fração, a qual solicitava a razão de ampliação e redução entre os triângulos retângulos A e B, de base e altura iguais a três unidades de comprimentos para o triângulo A e base e altura iguais a seis unidades de comprimento para o triângulo B. Somente dois estudantes da turma B e dois da turma C conseguiram determinar a razão de ampliação. Veja, na Figura 16, a resposta do estudante B5. Ao questionar o restante dos estudantes sobre as dificuldades, eles afirmaram que, ao citarem-se os termos ampliação e redução ficaram confusos em compreender o problema.

Figura 16 - Resolução do estudante B5 para a Situação 14



Fonte: Elaboração própria (2022).

Acredita-se que a instrução do problema pode ter dificultado o entendimento, pois existiam duas perguntas (uma sobre ampliação e outra sobre redução). Então, o professor explicou que, para solucionar o problema, eles deveriam observar medida dos lados dos triângulos, dados esses necessários para determinar as razões.

No caso da ampliação, a correspondência seria do triângulo menor (triângulo A) para o triângulo maior (triângulo B), resultando em $\frac{3}{6}$, ou seja, “três para seis”. Já no caso da redução, a correspondência seria do triângulo maior (triângulo B) para o triângulo menor (triângulo A), e a razão seria $\frac{6}{3}$, ou seja, “seis para três”.

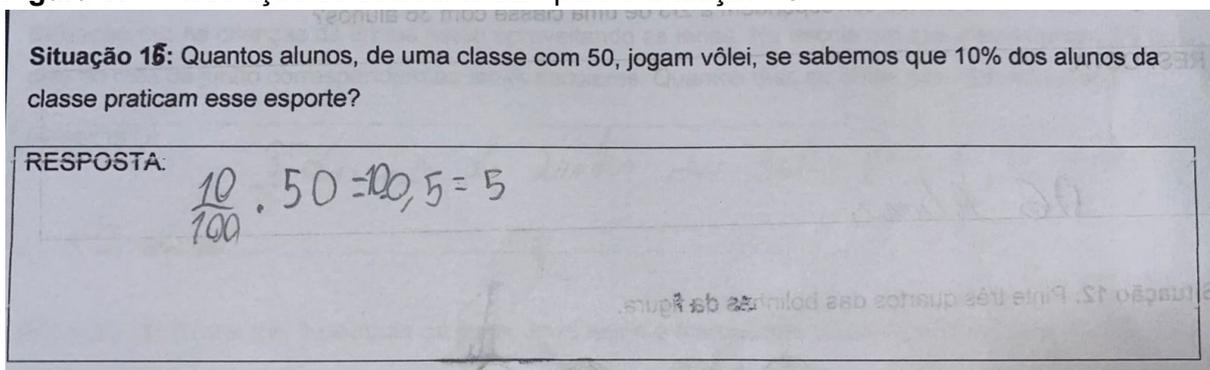
Apesar de poucos estudantes terem respondido ao problema, após a explanação feita pelo professor, os participantes sinalizaram que tinham compreendido e relataram a facilidade no entendimento. Nesse sentido, Santos (2019) afirma que atividades relacionadas à razão poderão proporcionar aos alunos uma excelente ferramenta para a resolução de problemas.

5.1.15 Situação 15

Com o objetivo de trabalhar o significado de operador de uma fração, a Situação 15 (ver Apêndice A) pedia para determinar a quantidade de alunos que jogavam vôlei, sabendo que havia 50 estudantes na classe, mas apenas 10% praticava esse esporte. Nesse item, foram obtidos os seguintes resultados: cinco estudantes da turma B e um da turma C conseguiram solucionar o problema corretamente, pois eles utilizaram a ideia de operador de uma fração, transformando

a representação percentual na forma fracionária (10% para 10/100). Em seguida, multiplicaram a fração por 50 (total de estudantes). Para realizar a multiplicação, eles dividiram 50 pelo denominador 100, resultando em cinco décimos (0,5); depois, multiplicaram esse resultado pelo numerador 10 da fração, encontrado 5 como resultado do número de alunos que jogavam vôlei. A Figura 17 apresenta a resolução do estudante B21, que ilustra essa estratégia.

Figura 17 - Resolução do estudante B21 para a Situação 15



Fonte: Elaboração própria (2022).

Corroborando com essa ideia, Silva e Almouloud (2018) afirmam que uma fração com significado de operador age sobre um estado inicial (na situação apresentada: o total de 50 alunos) alterando em um estado final (nesse caso, os 5 alunos que praticam vôlei).

5.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO APLICADO APÓS A INTERVENÇÃO

Ao término da aula, foi aplicado, nas duas turmas, um questionário, contendo 5 problemas. Cada problema contemplava um significado de fração, conforme mostrado no Quadro 4.

Quadro 4 - Frequência relativa de acertos do Questionário

PROBLEMA - SIGNIFICADO	% DE ACERTOS DO 8° ANO B (%)	% DE ACERTOS DO 8° ANO C (%)
1 - Parte-todo	79%	94%
2 - Medida	29%	56%
3 - Quociente	79%	75%
4 - Razão	83%	81%
5 - Operador	(21%)	(25%)

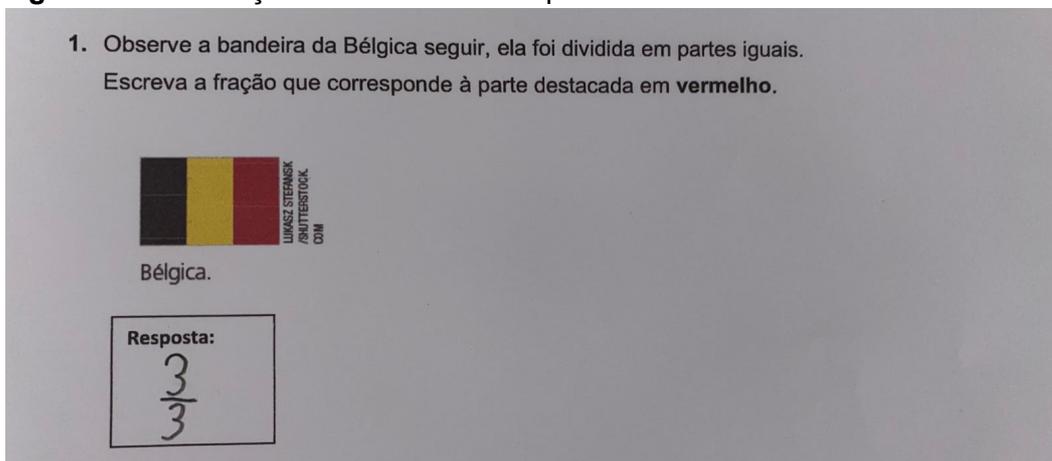
Fonte: Elaboração própria (2022).

5.2.1 Problema 1

O Problema 1 (ver Apêndice B) contemplava o significado parte-todo e solicitava aos estudantes que apresentassem qual a fração representa a parte vermelha da bandeira da Bélgica. Percebeu-se que, nesse problema, as duas turmas tiveram um excelente desempenho (ver Quadro 4). A turma C só não teve 100% de acerto no Problema 1, porque o estudante C6 ficou sem responder a essa questão. Na turma B, dois estudantes colocaram como resposta $1/2$, justificando o numerador com valor um, por existir apenas uma parte em vermelho e, no denominador, o valor dois, por possuir outras duas partes de cores diferentes (preto e amarelo). Na figura 18, tem-se a indicação do modo como o estudantes B21 respondeu a esse problema.

O estudante B21 justificou a resolução afirmando que como a parte vermelha está localizada na terceira posição (observando da esquerda para a direita), então, a fração que representa esse problema seria $3/3$, ou seja, ele construiu a ideia do numerador como a parte em que está posicionada e não quantas partes a serem consideradas, conforme afirma Santos (2019). Além do estudante B21, B22, também, utilizou a mesma ideia para responder ao problema.

Figura 18 - Resolução do estudante B21 para o Problema 1



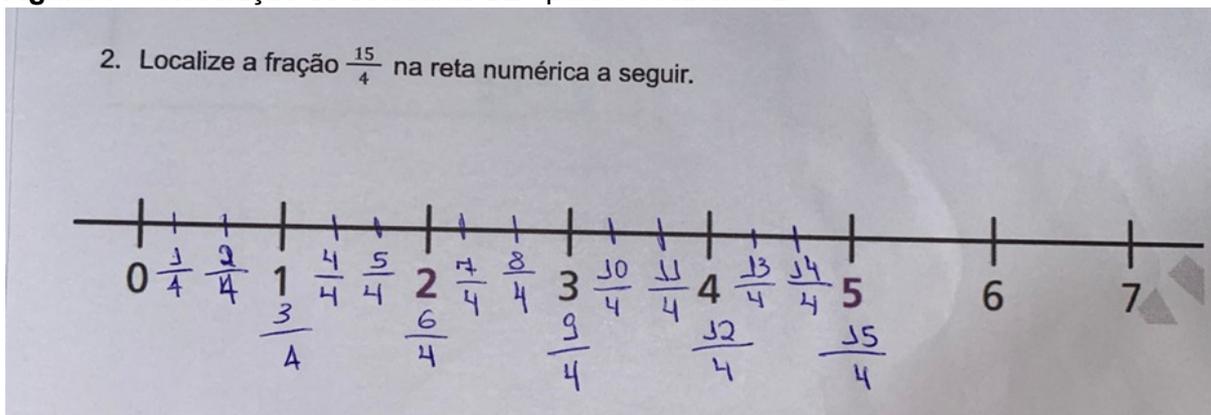
Fonte: Elaboração própria (2022).

O número de estudantes que acertaram o Problema 1 indica que eles não possuem dificuldades na resolução de problemas relacionados ao significado parte-todo, tendo em vista que esse é o significado mais abordado nas aulas.

5.2.2 Problema 2

O Problema 2 pedia para localizar a fração $\frac{15}{4}$ na reta numérica (ver Apêndice B), com o objetivo de trabalhar o significado de medida de uma fração. Esse problema obteve o segundo pior índice em ambas as turmas, ficando atrás apenas do Problema 5 (Apêndice B), que abordou o significado de operador de fração. Tem-se, na Figura 19, a forma como o estudante B25 resolveu o problema.

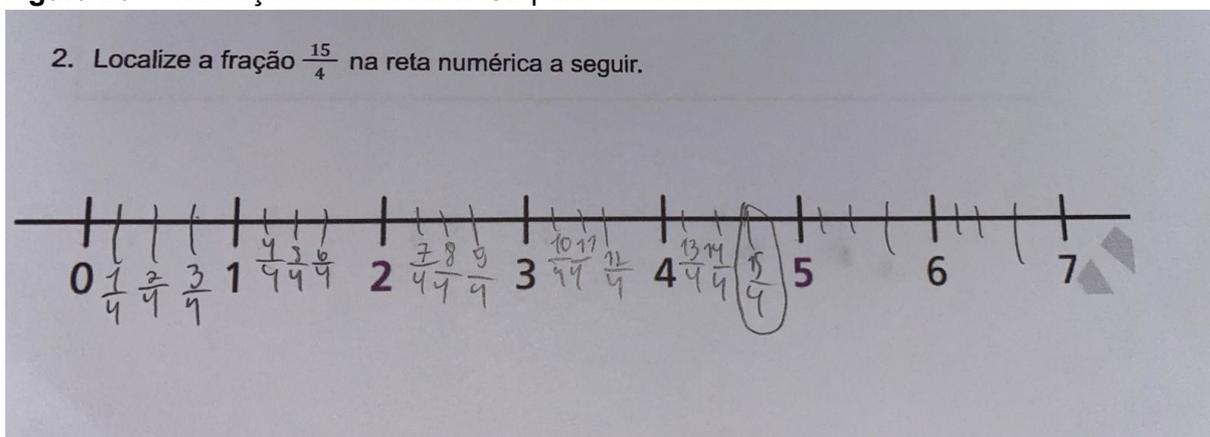
Figura 19 - Resolução do estudante B25 para o Problema 2



Fonte: Elaboração própria (2022).

Na resolução do estudante B25, mostrada na Figura 19, observa-se que ele utilizou cada número como divisão e não o intervalo entre um número e outro. Assim, dividiu cada unidade de medida em três partes, considerando cada unidade fracionária como $1/4$. Outro estudante da turma C e nove da turma B, também, usaram essa mesma estratégia na resolução do problema. Acredita-se que isso se deve à não construção do conceito de unidade de medida. Na turma C, três estudantes dividiram, corretamente, cada unidade; no entanto, erraram no momento de localizar a fração na reta numérica, enquanto que outros três não conseguiram nem iniciar a resolução do problema. Já na turma B, seis estudantes erraram no momento de dividir cada unidade de medida e dois nem iniciaram a resolução do problema. A Figura 20 traz resolução do estudante C2 para esse problema.

Figura 20 - Resolução do estudante C2 para o Problema 2



Fonte: Elaboração própria (2022).

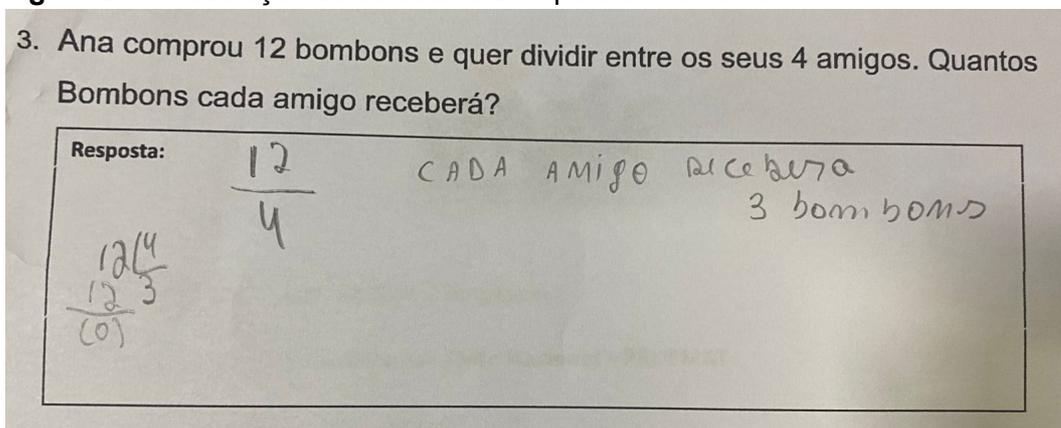
Observe (ver Figura 20) que o estudante C2, no momento de localizar as frações, pulava os números inteiros. Por exemplo, onde deveria colocar a fração $4/4$ na marcação identificada pelo inteiro 1, ele não o fez, transferindo-a para a seguinte, isto é, marcou $4/4$ onde seria $5/4$.

5.2.3 Problema 3

O Problema 3 (ver Apêndice B) abordou o significado de quociente de uma fração. O seu enunciado informava que Ana teria que distribuir 12 bombons para quatro amigos e perguntava a quantidade de bombons que cada amigo iria receber. Esse problema teve um número alto de acertos nas duas turmas (ler Quadro 4).

Dentre os que acertaram esse problema, na turma B, apenas um estudante utilizou a representação de fração para representar a situação e o restante resolveu utilizar apenas o algoritmo da divisão. Já na turma C, três estudantes utilizaram fração para representar o problema e o restante também utilizou apenas a ideia de divisão, conforme pode ser visto na Figura 21 a partir da resolução do estudante B10.

Figura 21 - Resolução do estudante B10 para o Problema 3



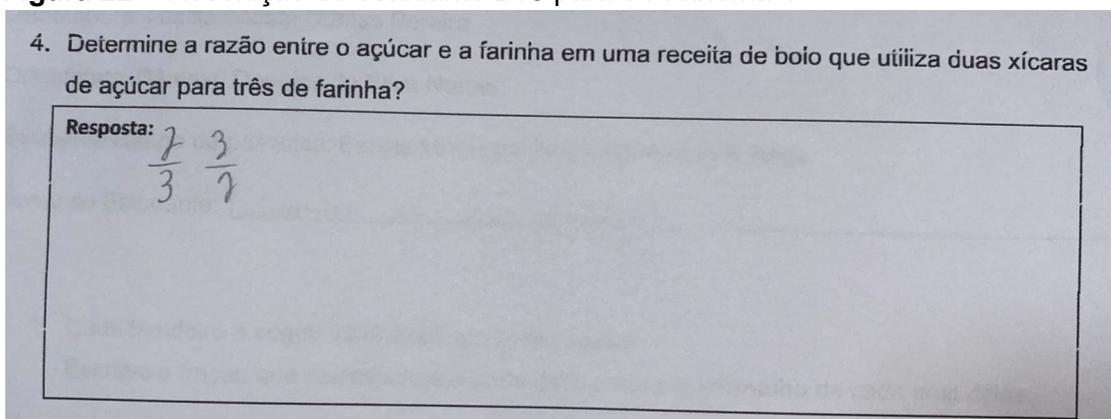
Fonte: Elaboração própria (2022).

Percebeu-se que o estudante B10 (ver Figura 21) iniciou a resolução do problema apresentando a fração; depois, utilizou-se do significado de quociente da fração, montando, assim, o algoritmo da divisão e concluiu encontrando a solução do problema. Portanto, esse estudante parece compreender que a fração pode adotar o significado de quociente em algumas situações, conforme destacado por Santos (2019).

5.2.4 Problema 4

O Problema 4 abordou o significado de razão de uma fração, o qual solicitava a razão entre a quantidade de açúcar e a de farinha em uma receita de bolo, sabendo que utiliza duas xícaras de açúcar para três de farinha, conforme o Apêndice B. Dois estudantes da turma B apresentaram duas frações para representar o problema: a primeira fração $\frac{2}{3}$ e a outra $\frac{3}{2}$. Observa-se, na Figura 22, a resposta do estudante B15.

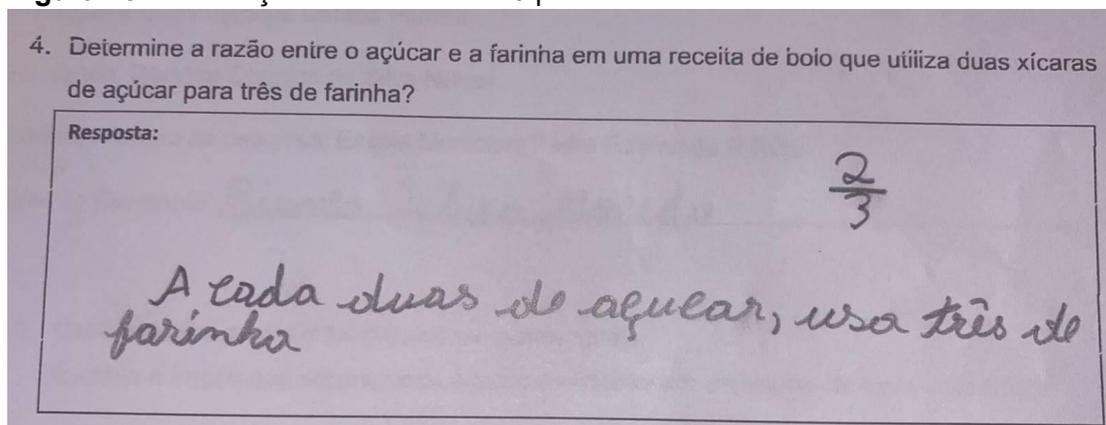
Figura 22 - Resolução do estudante B15 para o Problema 4



Fonte: Elaboração própria (2022).

Os dois estudantes justificaram que, invertendo o valor do numerador com o valor do denominador, teriam o mesmo sentido e acharam importante apresentar as duas frações. A Figura 23 destaca que o estudante B6, além de mostrar a fração que representa o problema, concluiu a resolução escrevendo a leitura correta da fração para essa situação.

Figura 23 - Resolução do estudante B6 para o Problema 4



Fonte: Elaboração própria (2022).

Nota-se (ver Figura 23) que o estudante B6 realizou a escrita correta de como se lê essa fração para a situação proposta (por se tratar do significado de razão de uma fração), pois, para essa situação, a leitura correta não seria “dois terços” e sim “dois para três” ou “para cada duas xícaras de açúcar seriam necessárias três de farinha”. Assim, vale destacar que é uma das expectativas para os estudantes do Ensino Fundamental propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) a fim de que eles consigam realizar a leitura e a escrita dos números racionais.

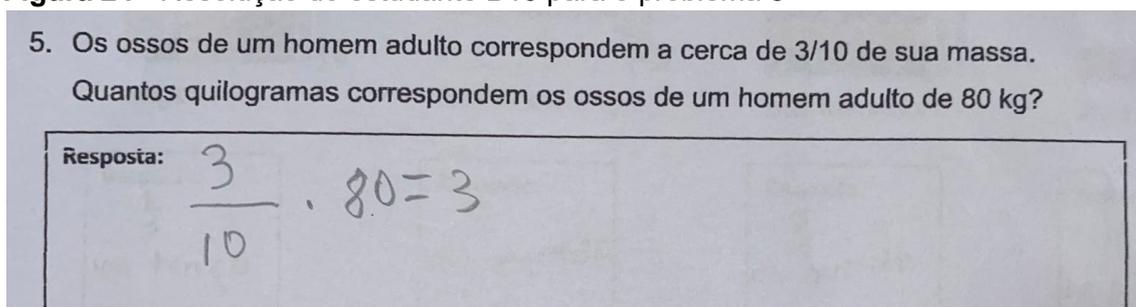
Além de trabalhar o significado de razão de uma fração, nesse problema, é possível trabalhar a ideia de proporção, recomendada por Santos (2019), contribuindo para um melhor entendimento sobre proporcionalidade, pois a realização de alterações em uma das grandezas acarretará mudanças na outra grandeza, sendo essa uma possível estratégia para a resolução de problemas.

5.2.5 Problema 5

O enunciado desse problema (ver Apêndice B) solicitava a quantidade de quilogramas de ossos de um adulto de 80kg, sabendo que $\frac{3}{10}$ da massa de um homem corresponde à massa de seus ossos. Esse problema teve um baixo índice de acertos em ambas as turmas (ver Quadro 4). A esse respeito, Patahuddin, Usman e Hamful (2018) ressaltam que, apesar de todos os esforços dos professores, não é garantia que os estudantes irão compreender os conceitos pretendidos em sua dimensão peculiar. Isso se deve ao fato da complexidade que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática podem oferecer.

Dois estudantes da turma B e três da turma C não conseguiram nem iniciar a resolução do problema. No entanto, dois da turma B e cinco da C conseguiram representar, corretamente, o problema, multiplicando a fração pelo valor da massa do homem, mas tiveram dificuldades em realizar a operação de divisão. No entanto, é preciso considerar que houve uma indicação de um processo de aprendizagem em curso, possivelmente resultado da intervenção. A Figura 24 aponta a resposta do estudante B10.

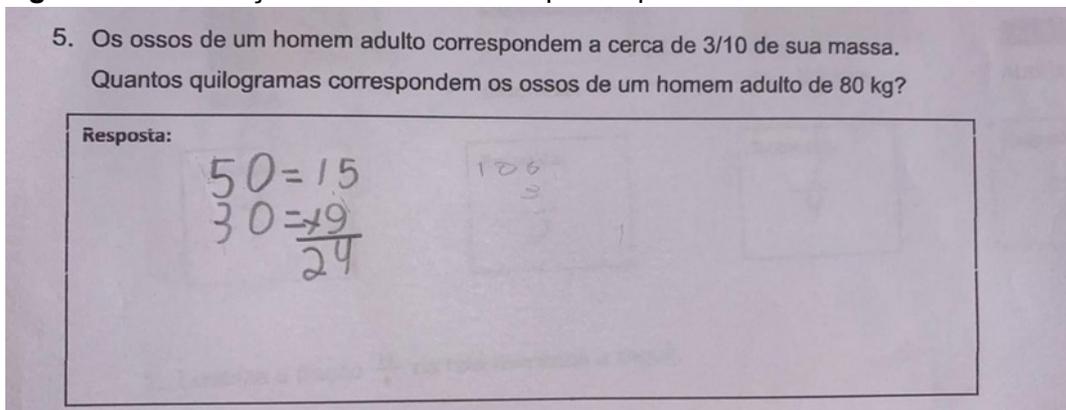
Figura 24 - Resolução do estudante B10 para o problema 5



Fonte: Elaboração própria (2022).

Nesse sentido, diante do cenário de dificuldades dos estudantes, Lopes e Silva (2020) orientam que o significado operador multiplicativo precisa ser mais trabalhado, também, entre os professores que ensinam Matemática, tanto na formação inicial quanto na formação continuada. A figura 25 indica como o estudante B14 resolveu o problema proposto.

Figura 25 - Resolução do estudante B14 para o problema 5



Fonte: Elaboração própria (2022).

O estudante B14 explicou que considerou a fração $\frac{3}{10}$ como trinta por cento; então, tinha que encontrar o percentual de 30% de 80 kg. Inicialmente, ele dividiu o peso em duas parcelas (50kg e 30kg) para encontrar o percentual separadamente. Para encontrar quanto era 30% de 50kg, ele afirmou que, se 30% de 100kg é 30kg, então, 30% de 50kg seriam 15kg, concluindo a primeira etapa. Para determinar quanto era 30% de 30kg (segunda parcela), ele primeiro encontrou 10% de 30kg. Nesse caso, seria 3kg; em seguida, ele multiplicou esse resultado por três para identificar 30% de 30kg, chegando assim a 9 kg. Para finalizar a resolução do problema, somou 15 kg com 9 kg, chegando corretamente a 24 kg como solução.

Do ponto de vista prático, é uma resposta, ainda, mais aceitável, já que exige uma precisão e torna-se mais econômica e significativa. Percebe-se que os estudantes resolveram o problema de diferentes maneiras, conforme recomenda o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), o qual destaca que, ao proporem-se atividades matemáticas ricas e produtivas, os estudantes terão oportunidades de pensar de diferentes maneiras na tentativa de solucionar o problema, servindo como estímulo para o pensamento e a sistematização do conhecimento matemático.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se responder à seguinte questão de pesquisa: De que maneira uma intervenção voltada para a construção dos diferentes significados do conceito de frações, elaborada a partir de uma revisão sistemática, pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental?

A análise dos artigos da revisão sistemática indicou que o ensino do conceito de fração, ainda, é limitado ao significado parte-todo, que é o mais utilizado por parte dos professores. Apesar de alguns trabalhos apontarem outros significados (quociente, operador e razão) em materiais didáticos relativos ao ensino de fração, ainda, é pouco abordado com os estudantes e parece ser desconhecido por parte dos professores.

Devido a esse desconhecimento de todos os significados de fração por parte dos professores, os estudantes, na maioria das situações que envolvem diferentes significados, ainda, recorrem ao significado parte-todo (significado esse transversal a todos os outros significados) para solucionar o problema; enquanto os professores não oferecem uma reflexão sobre quais significados estão envolvidos.

Os estudos apontaram poucos recursos metodológicos que pudessem abordar os diferentes significados de fração e os que surgiram nos trabalhos conseguiram apenas contemplar um único significado. Um exemplo foi um dos artigos (Artigo 5) que mostrou o uso do contexto musical para trabalhar os significados de fração. No entanto, só foi possível empregar o significado parte-todo e para saber a possibilidade, também, de utilizar os outros significados seria necessário um estudo mais aprofundado sobre música. Portanto, os professores precisam implementar metodologias que permitam abordar os diferentes significados de fração.

Ademais, para que os estudantes desenvolvam o conceito de fração, é necessário que sejam trabalhados todos os significados de fração, o que requer um avanço em metodologias que favoreçam a compreensão e a apropriação dos professores. Esse campo de pesquisa direcionado aos diferentes significados de fração, ainda, é pouco explorado, visto que foram encontrados apenas 9 estudos. Por isso, faz-se necessário que mais estudos relacionados a essa temática sejam desenvolvidos, contribuindo para um ensino de Matemática de qualidade.

É importante destacar que os estudantes estiveram bem envolvidos durante a intervenção em sala de aula. A princípio, foi percebido que eles tinham pouco conhecimento sobre as frações e aqueles que respondiam aos problemas traziam possíveis soluções na forma decimal apenas. No entanto, durante o percurso da aula, apresentaram avanços na construção do conceito de fração, especificamente nos significados, e situações que envolviam as ideias parte-todo, quociente e razão; os estudantes tiveram um alto índice de acertos na resolução desses problemas, participando de forma ativa da aula, das discussões e das reflexões.

Em uma das situações (Situação 11) apresentada na intervenção, os estudantes conseguiram mobilizar diferentes significados para solucionar o mesmo problema, compreendendo que é possível e necessária a relação entre um significado e os outros. Todavia, nas situações que envolviam o significado de operador, foi perceptível que os estudantes tinham dificuldades em realizar a operação de multiplicação da fração por número inteiro e, naquelas relacionadas ao significado de medida, eles apresentavam dificuldades em determinar a unidade de medida.

Já os resultados dos questionários ratificaram a percepção da intervenção em sala de aula, pois, mesmo apresentando e explicando as diversas situações, percebeu-se que não foram suficientes para compreensão de todos os significados de fração, tendo em vista que se obteve um número alto de acertos nos resultados dos problemas relacionados a significados de parte-todo, de quociente e de razão e poucos acertos nos de operador e de medida.

Os objetivos deste estudo foram, de fato, alcançados, visto que foi possível identificar as abordagens do ensino de frações, verificar, por meio da revisão sistemática, as lacunas relativas à aprendizagem dos significados de fração. Ademais, foi analisada a orientação quanto ao ensino e à aprendizagem dos significados de frações e observou-se que o mais comum foi o significado parte-todo. No entanto, os outros significados foram pouco citados, além de não ser apresentada sugestão de recursos metodológicos que favorecessem a aprendizagem e foi possível realizar uma intervenção em sala de aula voltada para o ensino dos diferentes significados de fração.

Para trabalhos futuros, sugerem-se mais pesquisas sobre metodologias ou, até mesmo, a produção de materiais pedagógicos que contribuam para a construção

dos conceitos relativos aos significados de operador e de medida, justamente nos quais os estudantes apresentaram mais dificuldades.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 15 set. 2021.
- FERREIRA, Aurélio. **Míni Dicionário Aurélio Século XXI**: O minidicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2001.
- FIGUEIRA, Ana; Lopes, Natércia; ALVES, Evanilson. **Formação docente, educação inclusiva e matemática (Org.)** – Arapiraca: Unear, 2022.
- GALVÃO, Thais; PANSANI, Tais; HARRAD, David. Principais itens para relatar Revisões sistemáticas e Meta-análises: recomendação PRISMA. **Epidemiologia e serviços de saúde**, v. 24, n. 3, 2015.
- IEZZI, Gelson, *et al.* **Matemática**: volume único. Atual, 2002.
- JUCÁ, Rosineide. Os saberes e práticas dos professores dos anos iniciais relacionados ao ensino das frações. **Revista Cocar**, v. 13, n. 26, 2019.
- LANDIM, Evanilson; MORAIS, Maria das Dores. Análise praxeológica da abordagem de frações em um livro didático do 4º ano do ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 5, p. 555-565, 2019.
- LITOLDO, Beatriz; ALMEIDA, Marieli; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento especializado do professor que ensina matemática: uma análise do livro didático no âmbito das frações. **TANGRAM-Revista de Educação Matemática**, v. 1, n. 3, 2018.
- LOPES, Aparecida; SILVA, Sandra. Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre fração: o inteiro. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 10, 2020.
- MENDES, Iran. Atividades matemáticas de Francisco Ferreira de Vilhena Alves na revista Pedagógica A Escola (Belém/Brasil) entre 1900 e 1905. **Ediciones Universidad de Salamanca**, v. 39, 2020.
- MENDES, Luiz; PEREIRA, Ana. Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 22, n. 3, 2020.
- NASCIMENTO, Karla; CASTRO, José. Abordagens pedagógicas na literatura sobre a aprendizagem móvel no Ensino Fundamental. **HOLOS**, v. 8, 2017.

PATAHUDDIN, Sitti; USMAN, Heill; RAMFUL, Ajay. Affordances from number lines in fractions instruction: Students' interpretation of teacher's intentions. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 16, n. 5, 2018.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco - Ensino Fundamental**. Recife: SEE, 2019. 612 p

PINTO, Ailton; SILVA, Maria. Uma reflexão acerca do ensino de números fracionários racionais com a música. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 31-51, 2019.

PONTE, João; QUARESMA, Marisa. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. **Uni-pluri/versidad**, v. 14, 2014.

POZZOBON, Marta; OLIVEIRA, Cláudio. Como ensinar frações? Práticas que informam o professor que ensina matemática. **Roteiro**, v. 43, n. 3, 2018.

PRODANOV, Cleber; FREITAS, Ernani. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e trabalho acadêmico** - 2 ed. Editora Feevale, 2013.

SANTOS, Solange. **O uso do tangram como proposta no ensino de frações**. 2019. 134 f. 2019. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional)-Universidade Federal de Goiás, Jataí.

SILVA, Maria; ALMOULOU, Saddo. Números racionais: concepções, representações e situações. In: **Educação Matemática: epistemologia, didática e tecnologia**. São Paulo: Editora da Física, p. 81-141, 2018.

SOUZA, Joamir. **Matemática: realidade e tecnologia**. São Paulo: FTD, 2018.

VALENTE, Wagner. A matemática do ensino e o ensino de matemática: as frações nos primeiros anos escolares, segunda metade do século XIX. **Historia de la Educación**, v. 39, n. 5, 2020.

VELOSO, Lázaro Manoel; LANDIM, Evanilson. Estudo da produção do conhecimento acerca de fração, número fracionário e número racional nos anos finais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 5, p. 555-565, 2019.

ZUCATTO, Luis; FREITAS, Rodrigo; MAZZONI, David. Pesquisa básica e pesquisa aplicada: análise a partir da produção científica sobre COVID-19. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 11, 2020.

APÊNDICE A

VIVÊNCIA DA AULA SOBRE SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES



Universidade Federal do Vale do São Francisco
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
Orientador: Lucília Batista Dantas Pereira
Orientando: Dâmaso Douglas da Silva Nunes

Vida longa às baterias dos aparelhos *smartphones*



Os aparelhos *smartphones* estão cada vez mais presentes em nosso dia a dia. No Brasil, por exemplo, ao final de 2016, cerca de 166 milhões de unidades desses aparelhos estavam em uso.

Navegar na internet, fazer fotografias, acessar redes sociais, assistir a vídeos, ouvir músicas, jogar *videogame*, realizar pesquisas, trocar mensagens instantâneas, realizar chamadas telefônicas e, até mesmo, monitorar atividades físicas são apenas alguns exemplos do que é possível fazer com os *smartphones*.

No entanto, todos esses recursos acabam consumindo muito a carga da bateria.

Produzir *smartphones* com cada vez mais tecnologias e funções e, ao mesmo tempo, com uma bateria que suporte tudo isso é um grande desafio aos fabricantes.

No dia a dia, pensando na duração da bateria, vida útil e segurança, algumas dicas podem ser úteis. Observe:



- Apesar de a maioria dos aparelhos deixar de receber energia quando a carga da bateria atinge 100%, o ideal é não deixar o aparelho carregando de um dia para o outro.
- Evitar deixar o carregador na tomada sem o aparelho estar sendo carregado.
- De acordo com a iluminação do ambiente, ajustar a luminosidade do aparelho.
- Quando possível, desabilitar o localizador do aparelho, a rede de dados móveis, as conexões sem fio, entre outros recursos ou aplicativos.

Prolongando a vida útil da bateria



- Manter a carga da bateria entre 40% e 80%. O ideal é carregar o aparelho em pequenos intervalos durante o dia.
- Evitar que a carga oscile de zero a 100% frequentemente. Isso pode prejudicar seu desempenho com o tempo.
- Não deixar o aparelho em ambientes muito quentes. Se mantidas a 25 °C, por exemplo, as baterias perdem cerca de 20% de sua capacidade por ano.

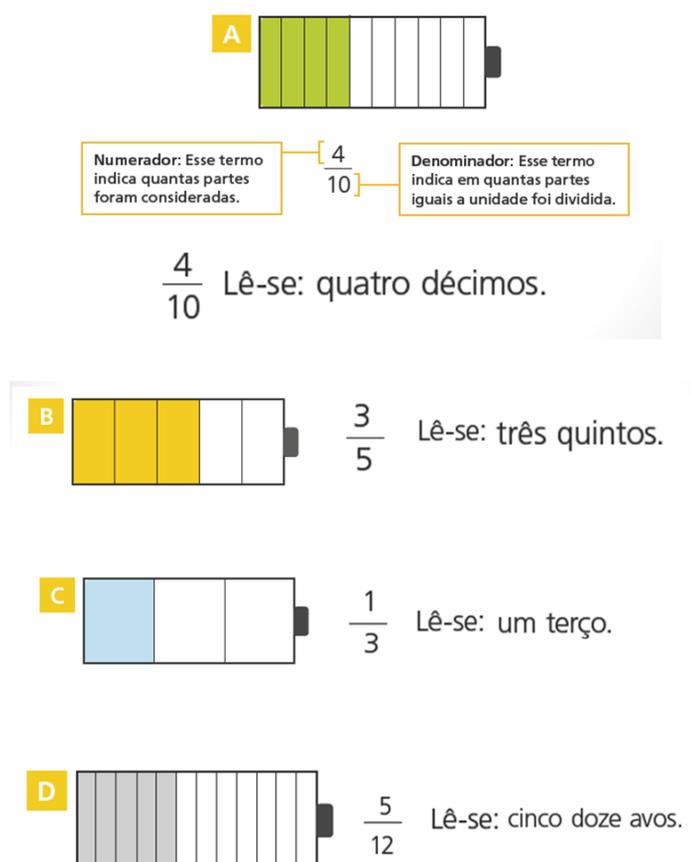
Precauções

- Retirar o *smartphone* imediatamente da tomada caso a bateria esquite muito. Uma maneira de evitar esse aquecimento é retirar a capa de proteção do aparelho quando for carregar.

- Não utilizar carregadores falsificados ou não autorizados pelo fabricante, pois muitos não estão de acordo com as normas de segurança e podem colocar o usuário em risco.

Vimos algumas informações sobre a bateria dos aparelhos *smartphones*.

Situação 01: Observe agora alguns exemplos, em que o nível de carga das baterias de diferentes aparelhos desse tipo está representado por meio de uma fração.



Situação 02: Perceba que a barra de chocolate que foi entregue ao grupo veio toda dividida em partes do mesmo tamanho. Distribua igualmente para cada membro do grupo a barra de chocolate e indique que fração representa a quantidade que cada um recebeu.

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

Situação 03: Qual a distância entre o ponto X e o zero?



SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

$$3/5$$

Situação 04: Se distribuirmos doze bolinhas entre três meninos, quantas bolinhas cada um receberá?

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

$$\frac{12}{3} = 12 \div 3 = 4$$

Cada menino irá receber 4 bolinhas.

Situação 05: O acesso à água potável é fundamental para promover a saúde de uma população. Contudo, bilhões de pessoas no mundo não contam com esse recurso, principalmente nas áreas rurais.

Para cada pessoa sem água potável que vive nas áreas urbanas, há 4 pessoas sem água potável nas áreas rurais.

Essa razão pode ser representada pela seguinte fração:

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

$$\frac{1}{4}$$

Quantidade de pessoas sem água potável nas áreas urbanas.

Quantidade de pessoas sem água potável nas áreas rurais.

Leitura da fração:

- Um para quatro

ou

- Para cada pessoa sem água potável que vive nas áreas urbanas, há 4 pessoas sem água potável nas áreas rurais.

Situação 06: As crianças da tirinha estão aproveitando as férias. Na escola em que elas estudam $\frac{3}{5}$ dos dias do mês de junho correspondem às férias escolares. Quantos dias de férias elas têm em junho?

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

Para resolver esse problema faz-se necessário calcular $\frac{3}{5}$ de 30, sabendo que, em junho, tem-se 30 dias.

1ª) Inicialmente, dividimos 30 por 5, ou seja, 30 dias em 5 grupos.

$$30 : 5 = 6$$

quantidade de dias de junho denominador da fração $\frac{3}{5}$

$\frac{1}{5}$ dos dias de junho

2ª) Depois, multiplicamos por 3 o resultado obtido.

$$3 \cdot 6 = 18$$

numerador da fração $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5}$ dos dias de junho

$\frac{3}{5}$ dos dias de junho

Assim, as crianças têm 18 dias de férias em junho.

Situação 07: Qual a distância entre o ponto X e o Y?

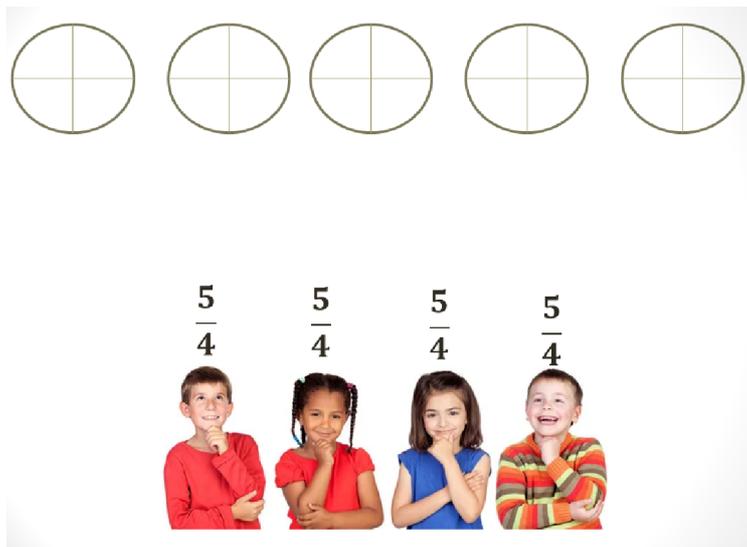


SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

$$\frac{3}{8}$$

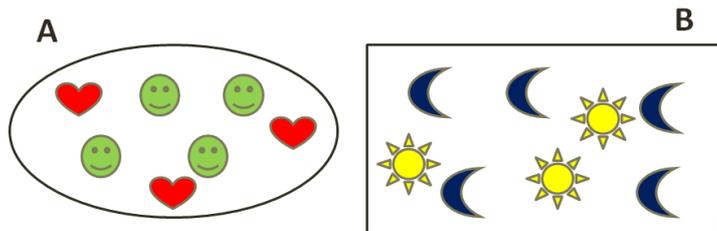
Situação 08: Quanto cada pessoa receberá de pizza se distribuirmos igualmente cinco pizzas entre quatro pessoas?

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:



Cada pessoa receberá $5/4$ de pizza.

Situação 09: Determine a razão entre a quantidade de figuras de coração do conjunto A e a quantidade de figuras de lua do conjunto B.



SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

$$3/5$$

Leitura: Para cada grupo de três corações no conjunto A, corresponde um grupo de cinco luas no conjunto B.

Situação 10: Quantos alunos correspondem a $2/3$ de uma classe com 36 alunos?

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

Inicialmente, dividimos 36 por 3, ou seja, 36 alunos em 3 grupos.

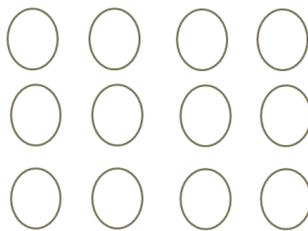
$$36 : 3 = 12$$

Em seguida, multiplicamos por 2 o resultado obtido.

$$12 \cdot 2 = 24$$

Portanto, $\frac{2}{3}$ de uma classe com 36 alunos corresponde a 24 alunos.

Situação 11: Pinte três quartos das bolinhas da figura.



Situação 12: Se o desenho abaixo representa $\frac{2}{3}$ da unidade, qual é a unidade?



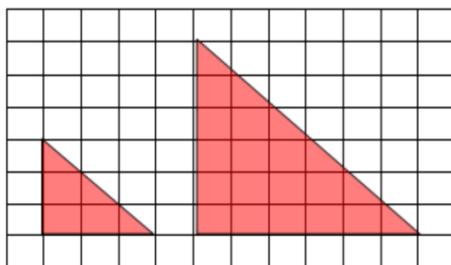
Situação 13: Quanto chocolate cada criança irá receber se distribuirmos igualmente três barras de chocolate entre cinco crianças?

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:



Assim, cada criança ganharia $\frac{3}{5}$ de um chocolate.

Situação 14: Determinar a razão de ampliação e de redução entre as figuras A e B.



SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

Ampliação A para B: $\frac{3}{6}$

Redução B para A: $\frac{6}{3}$

Situação 15: Quantos alunos, de uma classe com 50, jogam vôlei, se sabemos que 10% dos alunos da classe praticam esse esporte?

SUGESTÃO DE SOLUÇÃO:

Inicialmente, foi alterada a representação percentual para fracionária.

$$10\% = 10/100$$

Em seguida, dividimos 50 por 100.

$$50 : 100 = 0,5$$

Finalizando, multiplicamos por 10 o resultado obtido.

$$10 \cdot 0,5 = 5$$

Logo, 5 alunos, de uma classe com 50, jogam vôlei.

APÊNDICE B
QUESTIONÁRIO



Universidade Federal do Vale do São Francisco
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
Orientador: Lucília Batista Dantas Pereira
Orientando: Dâmaso Douglas da Silva Nunes

1. Observe a bandeira da Bélgica seguir, ela foi dividida em partes iguais.
Escreva a fração que corresponde à parte destacada em **vermelho**.



Bélgica.

Resposta:

2. Localize a fração $\frac{15}{4}$ na reta numérica a seguir.



3. Ana comprou 12 bombons e quer dividir entre os seus 4 amigos. Quantos Bombons cada amigo receberão?

Resposta:

4. Determine a razão entre o açúcar e a farinha em uma receita de bolo que utiliza duas xícaras de açúcar para três de farinha?

Resposta:

5. Os ossos de um homem adulto correspondem a cerca de $\frac{3}{10}$ de sua massa. A quantos quilogramas correspondem os ossos de um homem adulto de 80 kg?

Resposta: