UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

ADRIANO DE SOUZA SANTOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA E LANÇAMENTO OBLÍQUO EM UMA PERSPECTIVA INTERDISCIPLINAR

Juazeiro – BA

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT/UNIVASF

ADRIANO DE SOUZA SANTOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA E LANÇAMENTO OBLÍQUO EM UMA PERSPECTIVA INTERDISCIPLINAR

Dissertação apresentada à Coordenação local do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/UNIVASF, campus Juazeiro como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Professor Anibal Livramento da Silva Netto.
Coorientador: Professor Felipe Wergete Cruz.

Juazeiro – BA
2013

Santos, Adriano de Souza.

S237e Ensino e aprendizagem de funções afim e quadrática e lançamento oblíquo em uma perspectiva interdisciplinar / Adriano de Souza Santos. -- Juazeiro, 2013.

101f.: il. 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro–BA, 2013.

Orientador: Prof. Dr. Anibal Livramento da Silva Netto.

1. Matemática – estudo e ensino. 2.Física – estudo e ensino. I. Título. Silva Netto, Anibal Livramento da. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco

CDD 510.07

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Renato Marques Alves

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT/UNIVASF

FOLHA DE APROVAÇÃO

ADRIANO DE SOUZA SANTOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA E LANÇAMENTO OBLÍQUO EM UMA PERSPECTIVA INTERDISCIPLINAR

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Anibal Livramento da Silva Netto

Prof. Dr. Anibal Livramento da Silva Netto - (UNIVASF) **(Presidente da Banca)**

Severino Cirino de Lima Neto

Prof. Dr. (Severino Cirino de Lima Neto) – (UNIVASF) **(Membro Interno)**

Lucília Batista Dantas Pereira

Prof. Dr. (Lucília Batista Dantas Pereira) – (UPE) **(Membro Externo)**

Juazeiro, 16 de abril de 2013.

DEDICATÓRIA

À minha noiva Jaqueline Nazaré Siqueira Costa.

Minha mãe Doralice de Souza Santos.

Meu pai Onofre José dos Santos.

Meus irmãos Fabíola, Advaldo e Gildo.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por sempre ter me dado forças e ter me proporcionado a realização desse curso.

Aos professores Anibal e Felipe pelo incentivo, apoio e grande dedicação e competência na orientação da pesquisa.

À minha noiva que nesses dois anos de luta sempre me apoiou e abraçou essa luta.

Aos meus pais e irmãos que sempre me incentivaram durante a realização desse curso.

Aos professores do curso, com os quais compartilhamos dois anos de convivência educacional.

Aos colegas do curso, pelo companheirismo e auxílio nos momentos de necessidades.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES e à Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, por terem proporcionado condições para realização desta pesquisa.

Ao corpo diretivo do Colégio Estadual Antonieta Xavier Siqueira Santos por ter concedido a permissão para as coletas de dados.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta pesquisa.

As leis da natureza nada mais são que
pensamentos matemáticos de Deus.
(Johannes Kepler)

RESUMO

Este estudo foca na discussão sobre a necessidade de novas estratégias para ensino de Física e Matemática. Com este propósito, primeiro, discutimos, a partir de levantamento bibliográfico, alguns aspectos sobre o ensino de Matemática e de Física, respectivamente, e os resultados (ruins) atingidos por estudantes do Ensino Médio no Colégio Estadual Antonieta Xavier Siqueira na cidade de Euclides da Cunha, estado da Bahia, no ano de 2012. A pesquisa apontou que o alunado não consegue transferir para avaliações externas aquilo que foi abordado em sala de aula, pois esse aprendizado na maioria das vezes é simplesmente mecânico. Tal fato é decorrência da influência de vários fatores, entre eles o livro didático, inadequado para a promoção do saber, e os professores com uma formação que não dá a preparação adequada para a atuação em sala de aula. A partir dessa constatação foi apresentada uma sequência didática numa perspectiva interdisciplinar como nova proposta de ensino, cujo objetivo foi promover um trabalho conjunto entre os professores de Matemática e Física nos conteúdos funções afim e quadrática (em Matemática) e o lançamento oblíquo (em Física). A partir da aplicação dessa proposta, espera-se que o alunado desenvolva o interesse pelo estudo dos conteúdos e assim venha a ter mais facilidade em aprender os conteúdos de forma integral.

Palavras-chave: Funções. Cinemática. Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

This work focus on discussion about need of new strategies concerning Physics and Mathematics teaching. With this goal, first, we discuss, from a bibliographic research, some aspects about the teaching of Mathematics and Physics, respectively, and the (bad) results achieved by students in the State High School Antonieta Xavier Siqueira at Euclides da Cunha city, Bahia state, during the year of 2012. The research showed that students weren't able of transfering to the external exams everything has been approached in the classes, because this learning, in the most, is simply mechanical. This fact is a result of influence of many aspects, for example, the unsuitable textbooks for promoting the knowledge, and the teachers, with a background which is unseemly for playing their roles (of teaching). From this observation, it was presented a pedagogical sequence, in a interdisciplinary view, as a new teaching proposal, whose goal is promoting a combined task between Mathematics teachers and Physics teachers when they have to discuss affine and quadratic functions (in Mathematics) and projectile motion (in Physics). Putting this proposal in practice, it is expected the students can increase their motivation about this kind of matter, and, this way, can learn the contents more easily and in an integral way.

Keywords: Functions. Kinematic. Interdisciplinarity.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	
Sigla	Nome
CEAXSS	Colégio Estadual Antonieta Xavier Siqueira Santos
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MUV	Movimento Uniformemente Variado
OBF	Olimpíada Brasileira de Física
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PA	Progressão Aritmética
SESU	Secretaria de Educação Superior
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O desdobramento do tema “Ensino e aprendizagem de funções e lançamento oblíquo em uma perspectiva interdisciplinar” surgiu a partir da atuação em sala de aula no Ensino Médio desde 2007, lecionando as disciplinas Matemática e Física. Foi nesse período que se despertou a curiosidade e a necessidade de procurar alternativas para superar as barreiras enfrentadas no processo de ensino-aprendizagem no que diz respeito ao trabalho com estas duas disciplinas. Durante o período já citado, procurou-se realizar um trabalho em parceria com os professores que lecionavam as mesmas disciplinas, constatando que estes docentes enfrentavam os mesmos problemas: o alunado em sua maioria não aprende Matemática e Física, aqueles que aprendem os conteúdos e se dão bem em provas não conseguem transferir esse desempenho ou algo similar para as avaliações externas (Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), vestibulares, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e Olimpíada Brasileira de Física (OBF)).

A experiência citada corrobora com a ideia de que há lacunas no processo de ensino e aprendizagem no que se refere à Física e Matemática. De modo geral, percebe-se que o aprendizado é insatisfatório e quando acontece está mais relacionado a uma prática mecânica de memorização de técnicas treinadas em um período que oferece a capacidade de repeti-las em exercícios semelhantes. Para sanar essa dificuldade nota-se que é preciso partir do princípio, ou seja, a primeira série do Ensino Médio, oportunidade em que o discente irá estar diante de conteúdos que nortearão todo o curso e que são sempre frutos de baixos rendimentos, a citar as funções na Matemática e a cinemática na Física. Desse modo, a escolha desses conteúdos como objetos de estudo dessa pesquisa, se dá devido à importância que estes possuem em todo o ensino médio, já que favorecem o entendimento de diversos conteúdos.

Por compreender que o estudo da cinemática é uma aplicação física do conceito de funções, viu-se a necessidade de escolher o conteúdo lançamento oblíquo para trabalhar junto às funções, pois estes estão interligados. O conceito de funções sem aplicação torna-se mecânico e o lançamento oblíquo sem o conceito de funções é incompreensível.

Pelas razões expostas se faz necessária a compreensão por parte do professor, que precisa conceber a necessidade de mudanças metodológicas, passando a atuar de forma interdisciplinar visando o progresso do ensino da Física e Matemática na Educação Básica conforme salientam os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, (PCN's):

> O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural. É na proposta de condução de cada disciplina e no tratamento interdisciplinar de diversos temas que esse caráter ativo e coletivo do aprendizado afirmar-se-á (1999, p.7-8).

Entende-se, portanto, a necessidade da interdisciplinaridade como forma de redirecionar a educação e a partir da contextualização e desenvolvimento de modelos matemáticos adequadas à vivência do aluno pode-se introduzir os conteúdos de modo mais aceitável para o universo da assimilação do discente. Ver-se, portanto, a necessidade de mudança, pois os conhecimentos físicos e matemáticos precisam chegar de maneira diferenciada até o educando, de modo a provocar a reflexão que possa ser transformada em aprendizado e transferida para as avaliações internas e externas, preparando não somente para tais testes, mas para a vida, permitindo assim compreender os fenômenos que precisem de tais conhecimentos.

Dada a justificativa do tema a que se propõe essa pesquisa, é importante pensar nos seguintes questionamentos: Por que os estudantes do 1º ano do Ensino Médio apresentam tantas dificuldades no estudo das funções (Matemática) e lançamento oblíquo (Física)? Já que o estudo do lançamento oblíquo está relacionado com o estudo das funções, será que um trabalho interdisciplinar entre as duas disciplinas seria uma alternativa de sucesso diante da situação descrita? Estas indagações nortearão o trabalho que será realizado a partir de uma pesquisa bibliográfica em que serão consultadas diversas teorias relacionadas à discussão travada nesse estudo.

Para responder esses questionamentos faremos uma análise da situação atual no que concerne ao ensino, pensando o currículo e o livro didático, procurando expor a proposta de uma atuação interdisciplinar. Assim, o objetivo principal deste estudo é mostrar uma sequência didática numa perspectiva interdisciplinar que promova um trabalho conjunto entre os professores de Matemática e Física nos conteúdos de Funções afim e quadrática e Lançamentos oblíquos, com questionamentos contextualizados que estimulem o aluno a observar a importância desses conteúdos e demonstrar o interesse em aprendê-los na sua essência. Diante dessa situação utilizar-se-á o wxMaxima como suporte metodológico computacional para construção gráfica, pois trata-se de um software de código livre e em português que é fácil de aprender e que promove a visualização das construções gráficas.

Em busca dessa meta foram desenvolvidos os seguintes objetivos específicos: conscientizar o professor a refletir diante de sua prática; incentivar a utilização de práticas interdisciplinares entre as disciplinas em estudo; instigar o aluno em buscar na Física e Matemática as respostas para questionamentos de problemas de seu cotidiano e mostrar aos mesmos que as disciplinas têm muito em comum e facilita a compreensão de vários fenômenos do mundo que os cerca.

Para explorar os objetos desse estudo e discutir os caminhos que levarão a responder às questões norteadoras, o presente trabalho foi dividido em três capítulos, capítulos estes que trazem uma discussão embasada nos PCN’s de (Física e Matemática) e recortes teóricos concernentes a cada tópico proposto.

O primeiro capítulo mostrará uma abordagem do ensino de Matemática no Ensino Médio, procurando dar maior ênfase à discussão do ensino de funções no 1º ano, para isso será preciso enfatizar o modo como os conteúdos estão dispostos no livro didático e a formação do professor. Para fundamentar tais aspectos far-se-á buscas bibliográficas baseadas em estudos de pesquisadores, entre eles: Francisco Canindé de Oliveira em sua dissertação: *Dificuldades na construção de gráficos de funções* (2006); Marcos José Ardenghi na dissertação: *Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil* **(**2008); Rogéria Gaudencio do Rêgo em sua tese: *Um estudo sobre a construção do conceito de função*. (2000); Viviane Rocha Costa Cardim em sua dissertação: *Saberes sobre a docência na formação inicial de professores de Matemática* **(**2008), entre outros que se dedicaram a mostrar a realidade do processo de ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio durante as últimas décadas. Esses estudos têm colaborado para ajudar a desarticular a teoria tradicional das salas de aula.

O segundo capítulo de modo similar ao primeiro irá discutir o ensino de Física no contexto atual principalmente no que diz respeito ao lançamento oblíquo, com análise do livro didático e discussão da formação dos professores do Ensino Médio que atuam na área. Tais análises terão embasamento em estudos de pesquisadores, dentre os quais citamos: Álisson Antonio Martins na dissertação: *A formação do professor de Física entre a graduação e a atuação profissional: aprender atuando e atuar aprendendo* (2008); Celso Ribeiro Campos em sua dissertação: *O ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista* (2000); José Carlos Nogueira de Carvalho Júnior na dissertação: *Física e Matemática – Uma abordagem Construtivista: Ensino e Aprendizagem de Cinemática e Funções com auxílio do Computador* (2008); José Isnaldo de Lima Barbosa no trabalho denominado: *A formação do professor de Física: Cenário alagoano* (2010); Paulo M. V. B. Barone na obra denominada: *Formação de Professores de Física e de Ciências* entre outros que contribuíram em estudar a situação do ensino de Física nos últimos anos.

No último capítulo apresentar-se-á a ideia de mudança do paradigma com a inovação metodológica ao encontro da perspectiva interdisciplinar, buscando discutir sua importância e necessidade na busca da reestruturação e ressignificação do processo de ensino aprendizagem. Procura discutir o currículo escolar e ao mesmo tempo mostrar a análise de uma sequência didática que explore os conteúdos no novo contexto metodológico. Para finalizar será feito o confronto metodológico que irá responder aos questionamentos das questões norteadoras. Para consolidar essas pesquisas, será feita uma busca bibliográfica baseada nos seguintes estudos: Antoni Zabala no estudo: *A prática educativa* (1998); Clarissa Corrêa Fortes na obra intitulada *Interdisciplinaridade: Origem, conceito e valor*; J. Coroacy na pesquisa denominada *O planejamento como processo* (1972); Paulo Freire em seu livro: *Pedagogia da autonomia* (2006); Paulo Roberto Padilha no trabalho: *Currículo intertranscultural: Novos itinerários para a educação* (2004) entre outros que se dedicaram a discutir as inovações metodológicas do trabalho interdisciplinar em busca do sucesso no processo de ensino-aprendizagem.

Nesse contexto, delimita-se a problemática em busca de solucionar as questões norteadoras desta pesquisa, através do método da pesquisa científica, que segundo Rudio,

> [...] deve ser feita de modo sistematizado utilizando para isto método próprio e técnicas específicas e procurando um conhecimento que se refira à realidade empírica [...]. Chama-se “realidade empírica” tudo que existe e pode ser conhecido através de experiência (2004, p. 9-10).

Assim, a partir desse momento abre-se espaço para discussões no processo de ensino-aprendizagem das funções e do lançamento oblíquo. Tais reflexões não buscarão somente responder à problemática, mas também fornecer material de pesquisa para estudos posteriores com perspectivas de aplicações por parte do público leitor.

Capítulo 1

1 A MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

A Matemática no Ensino Médio apresenta papel fundamental na conduta da formação do cidadão. Esta deve dar suporte ao educando não somente para prosseguir seus estudos, mas para aqueles que pretendem encerrar sua formação nessa etapa garantirem possibilidade de compreender e agir matematicamente diante das situações de seu cotidiano. Conforme enfatizam os PCN's para o Ensino Médio:

> Referenda-se uma visão do Ensino Médio de caráter amplo, de forma que os aspectos e conteúdos tecnológicos associados ao aprendizado científico e matemático sejam parte essencial da formação cidadã de sentido universal e não somente de sentido profissionalizante (Brasil, 1999, p. 4).

Diante desse contexto, faz-se necessário discutir o atual modelo tradicional de ensino presente em nossas salas de aula que ainda privilegia a transmissão de conteúdos e não os concebe de forma integral e sim como um suporte para etapas posteriores.

Estudar matemática exige uma série de abstrações que dentro de exercícios não contextualizados são difíceis de ser compreendidas e que muitas vezes são apenas incorporadas pelo aluno de forma mecânica a fim de promover os resultados favoráveis nos exames escolares. No entanto, pouco é transferido para avaliações externas que exigem um maior índice de abstração, conforme salienta Rêgo:

> Como resultado de uma aprendizagem mecânica, centrada na memorização de definições, regras e algoritmos, verifica-se que mesmo entre a maioria dos alunos que são bem sucedidos em seus estudos entendendo como tal os que logram resultados positivos em avaliações formais, a construção dos conceitos fica em segundo plano e a capacidade de transferir

> conhecimentos, tomar decisões e realizar aplicações é limitada (2000, p. 12-13).

Fica evidente a necessidade de propor atividades que promovam a construção dos conceitos. Essa concepção irá consolidar e dar significado ao conteúdo. Quando se aprende um conceito e a partir dele passa a resolver as situações-problemas propostas a atividade ganha contexto e sua resolução se torna compreensível.

Para explorar o contexto da discussão, e enfatizar a problemática do aprendizado mecânico sem construção de conceitos e voltada apenas para obtenção de resultados imediatos, foi realizada uma pesquisa no Colégio Estadual Antonieta Xavier Siqueira Santos, (CEAXSS) no município de Euclides da Cunha, estado da Bahia. Através de uma análise das atas de resultados de 2012, procurou-se fazer um comparativo entre os alunos que obtiveram melhor desempenho (no que diz respeito a notas), e em seguida foi observado seus desempenhos na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Para efetivar a comparação, foram selecionados os nomes dos 25 alunos classificados para a segunda fase de OBMEP e em seguida feita uma busca nas atas de resultados finais e listados os 25 alunos com melhor desempenho (notas) em Matemática no ano letivo. Os dados mostraram a disparidade da situação entre os alunos que apresentaram melhores resultados em Matemática, nenhum se encontrava entre os classificados para a segunda fase da OBMEP, deixando claro que na maioria dos casos não há a construção dos conceitos necessários para a formação matemática do cidadão e dessa forma aquilo que é aprendido não oferece meios de ser aproveitado em avaliações externas.

A necessidade de mudança é evidente, o aluno não deve ser educado apenas para conquistar um resultado positivo em uma prova, educação é algo muito mais amplo e o saber matemático vai muito além dos resultados avaliativos, sendo necessário para toda a vida. De acordo com os PCN's:

> Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de

> resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (1999, p.40).

É notória a utilidade da Matemática no cotidiano. O aluno com uma boa formação matemática desenvolve uma capacidade de pensamento e raciocínio mais rápido que o possibilita resolver situações de seu cotidiano de modo mais fácil. Com uma maior visão científica, o mesmo encontra-se em condições de compreender as inovação científica e atuar em atividades que exijam detalhes e esforço mental. O mundo exige cada vez mais aptidões do cidadão, dessa forma, tem oportunidades aquele que está mais preparado para conceber bons resultados em sua atuação.

Ver-se que o saber matemático é fundamental na formação pessoal do cidadão e para esta ser assegurada com qualidade é necessário que o professor tenha uma boa formação e possa desfrutar de bom material de apoio, em especial de um bom livro didático que possa contribuir com a formação de cada estrutura de pensamento que possibilitará a construção dos conceitos por parte do estudante em processo de formação.

1.1 O livro didático de Matemática do Ensino Médio

O livro didático ainda é o material mais utilizado como suporte educacional pela maioria dos professores, portanto, torna-se necessário que o mesmo apresente uma linguagem apropriada ao discente, que seus conteúdos estejam organizados de modo a facilitar a compreensão e que os exercícios possam surgir de situações-problemas que explorem o aprendizado e não somente a mecanização, mas permitir, através destes, formar o conceito e compreender sua aplicação de forma integral.

Infelizmente, muito ainda deve ser feito para superar essa necessidade, pois muitos dos livros didáticos elaborados para o Ensino Médio deixam a desejar e consequentemente, por ser o principal recurso metodológico acaba por resultar em aulas que não favorecem uma aprendizagem ampla e significativa. Tais aspectos dessa defasagem prejudicam a formação do discente como cita Oliveira (1997) apud Oliveira:

> Podemos considerar que os obstáculos didáticos parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto do sistema educativo e resultam de uma transposição didática que o professor pode, dificilmente, renegociar ao quadro restrito da sala de aula. Isso significa que os mesmos nascem das escolhas das estratégias de ensino, o que permite formar, durante o processo de aprendizagem, conhecimentos equivocados, errôneos ou, muitas vezes, incompletos que se revelarão, posteriormente, como obstáculo ao desenvolvimento da conceituação pelos alunos (2006, p.25).

Concebendo o livro didático como um dos instrumentos que corroboram com o “quadro restrito” citado pelo autor, entende-se que este deve ser “renegociado”, ou seja, utilizado apenas como complemento para aplicação de alguns exercícios que o professor julgue adequados na perspectiva de sua prática. Diante da renegociação do material didático, torna-se necessário, portanto, que sejam pensadas estratégias e metodologias a serem utilizadas, de modo a se aproximar da perspectiva facilitadora do processo educativo.

A seguir, será exposta a análise de quatro livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio que foram apresentados pelas editoras no ano de 2011 no colégio campo de pesquisa citado anteriormente. Os livros utilizados para este estudo foram: Matemática Completa de Giovanni & Bonjorno (FTD); Matemática e suas tecnologias de Rubió e Freitas (IBEP); Matemática: Contexto e Aplicações de Dante (Editora Ática); Matemática de Manoel Paiva (Moderna). Entre estes, o último citado foi o livro escolhido pela escola onde foram colhidos os dados referentes ao desempenho dos alunos.

Através destes materiais didáticos será possível observar os seguintes aspectos: o modo de introduzir os conteúdos, as associações entre os conteúdos e outras áreas do saber, a contextualização dos exercícios e a interdisciplinaridade em especial no conteúdo de funções afim e quadrática.

1.1.1 A introdução aos conteúdos

A maneira de introduzir um conteúdo é fundamental para a construção dos conceitos por parte do aluno. Diante desse contexto, foi possível observar que os livros analisados apresentam disparidades com relação a esse aspecto.

O livro de *Rubió e Freitas* (2005) faz a introdução aos conteúdos através de situações problemas, porém, estes na sua maioria partem de suposições que não fazem pontes com a realidade, sendo geralmente problemas fictícios.

No exemplar de *Giovanni e Bonjorno* (2005), apenas poucos conteúdos são iniciados após uma situação problema, mas muitos assuntos que apresentam grande relação com a realidade não demonstram nenhuma conexão e os conceitos são apresentados no primeiro contato do discente com o conteúdo sendo que alguns deles são confusos, em especial, o conceito de função, onde segundo Lima *et all.*:

> Toda a introdução à ideia de função (pág. 48-50) é confusa. Como já foi observado (ver comentário relativo à pág. 45), o capítulo começa apresentando funções a partir de “relações” (no sentido comum da palavra), destacando corretamente a ideia de que “a cada valor de ... está associado um único valor de ...”. Mas logo em seguida a palavra “função” aparece na expressão “em função de”, e logo se fala de “fórmula matemática desta função”, ou seja, aparece um objeto “função” não descrito anteriormente. E não fica claro que a ideia de “fórmula matemática” não é essencial à ideia de função (2001, p. 169).

Esse comentário deixa claro que o conceito está mal apresentado e para um aluno recém - ingresso no Ensino Médio essa distorção irá comprometer o seu aprendizado e consequentemente esse terá dificuldades em outros conteúdos tanto matemáticos quanto de outras áreas do saber, que estão associados à noção de função.

O livro de *Paiva* (2005), que foi escolhido pela escola campo de pesquisa, como já enfatizado, trás poucos capítulos introduzidos a partir de uma situação contextualiza. Não são apresentados problemas graves nos conceitos, porém, os capítulos encontram-se muito fragmentados e muitos conteúdos são lançados para o aluno antes de uma preparação, o que é prejudicial principalmente quando a aluno tem dificuldades em aprender Matemática.

Por outro lado, o livro de *Dante* (2010) introduz os conteúdos através de situações-problemas relacionados ao contexto da vida do aluno. Antes de apresentar as fórmulas e conceitos, os alunos são desafiados a solucionar os questionamentos de uma situação da realidade. São poucos os casos que merecem correções, dentre eles pode-se citar: o termo “raiz da função”, pois quem tem raiz é equação, função tem zeros.

Nota-se que apenas um dos quatro livros observados, que não foi o adotado no CEAXSS, apresenta uma introdução aos conteúdos a partir de situações contextualizadas, conforme enfatizam os PCN’s (1999, p. 43) “Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras”.

É o modo como o autor apresenta os conteúdos que possibilita a quebra da fragmentação dos conceitos citada acima, dá suporte para a sua construção e estabelece uma ponte entre esses e a realidade.

1.1.2 As pontes estabelecidas entre os conteúdos e outras áreas do conhecimento

Os conteúdos matemáticos são de suma importância para compreensão de conceitos da Física, Química entre outras áreas do saber. Torna-se necessário, portanto, que estes, ao serem apresentados, enfatizem exemplos de áreas das Ciências onde eles possam ser aplicados.

A análise a seguir segue a mesma ordem no que diz respeito aos livros didáticos abordados.

O livro de *Rubió e Freitas* (2005) apresenta em cada capítulo, algumas associações com outras áreas do saber, porém de modo limitado, pois seria possível uma maior expansão. Os conteúdos de Funções afim e quadrática não fazem nenhuma interação com a Cinemática. Os livros de *Giovanni* e *Bonjorno* (2005) e *Paiva* (2005) não estabelecem pontes com conteúdos de outras áreas do conhecimento, buscado a interdisciplinaridade.

Apenas o livro de *Dante* (2010) expõe os conteúdos de maneira contextualizada, tanto procura explorar Ciências Sociais como outras áreas de exatas e da própria Matemática. As funções estão interligadas às escalas termométricas e aos movimentos uniforme e uniformemente variados.

Verifica-se mais uma vez que o livro didático deixa muito a desejar. Se o conteúdo não faz conexões com outras áreas do saber ou até mesmo da própria matemática, o discente não vai ter interesse em aprender algo no qual não ver utilidade.

1.1.3 Os exercícios

Os exercícios matemáticos sempre são foco de discussão entre matemáticos, educadores matemáticos e pedagogos. É preciso que os mesmos não sejam apresentados apenas com finalidade de treino mecânico, mas sim, na forma de situações-problemas que possibilitem a construção de esquemas, através dos quais o aluno aplique os conceitos construídos e possa chegar à validação dos caminhos aplicados na sua resolução.

Vejamos o que diz Lima *et all.* (2010) sobre o livro de *Giovanni e Bonjorno* (2005), "as atividades matemáticas que cabem ao aluno são aplicar fórmulas e receitas, e fazer contas". Nota-se que o livro desenvolve exercícios mecânicos e situações problemas, onde são explorados modelos matemáticos com poucas abordagens em outras áreas como, por exemplo, a Física. Com relação à cinemática, apenas algumas questões enfatizam o lançamento de projéteis. No livro de *Paiva* (2005) os exercícios estão contextualizados, mas estes não fazem menções às noções da cinemática.

O livro de *Dante* (2010) promove a contextualização dos exercícios e interação com várias áreas em especial a Física e com outros conteúdos matemáticos. De modo semelhante, *Rubió* e *Freitas* (2005) traz exercícios que na maior parte são desenvolvidos a partir de situações problemas, onde se procura relacionar com outros conteúdos de Matemática e com outras áreas do saber, em especial a Física.

1.1.4 O Manual do professor

O manual do professor é muito importante para o educador que não teve uma boa formação acadêmica e quer se aprofundar nas metodologias. Até mesmo quem teve uma graduação de destaque procura analisá-la como meio de confrontar suas metodologias com aquelas sugeridas pelo autor.

O manual de *Dante (2010)* faz uma ponte com os Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio Inovador e o novo Enem. Procura discutir o objetivo da Matemática para o Ensino Médio, dando orientações e sugestões de materiais e várias outras discussões, entre elas: calculadora em sala de aula; papel do professor; material a ser utilizado; Etnomatemática (arte de explicar a Matemática dentro do contexto cultural do discente); laboratórios de ensino de matemática, além de trazer comentários sobre cada capítulo.

O livro de *Rubió* e *Freitas* (2005) utiliza um material de apoio ao professor que faz algumas considerações relacionadas aos pressupostos do ensino e aprendizagem; tecnologia aplicada à Matemática e diretrizes gerais da avaliação escolar. Ao final do manual é exposto um plano de curso e discussões sobre cada capítulo.

Por outro lado, *Giovanni* e *Bonjorno* (2005) abordam na parte metodológica algumas referências às diretrizes curriculares e traz os objetivos de cada capítulo e algumas sugestões de exercícios. Enquanto *Paiva* (2005), em seu manual do professor expõe algumas discussões sobre interdisciplinaridade, sugestões de leitura e discussões sobre a avaliação. Há sugestões para o desenvolvimento das atividades em cada capítulo.

Conforme as situações enfatizadas e abordadas ver-se que os livros didáticos, na sua maioria, não são aptos a promover a formação matemática do cidadão. O professor precisa dispor de outros recursos que auxiliem sua prática e complementem aquilo que falta no livro didático, entre eles é possível citar, o acesso às tecnologias educacionais em sala de aula. No processo de escolha do livro didático é preciso que cada professor seja mais crítico e analise todos os aspectos possíveis.

O aluno não pode pagar por falhas do sistema, ou do professor, educação é para a vida, portanto, o material utilizado deve enfatizar esse aspecto e dessa forma possibilitar a formação adequada.

1.1 O professor de Matemática e sua formação

O atual sistema de ensino com as novas teorias de aprendizagem (construtivismo, interacionismo, entre outras) enfatiza que o aluno é o centro do processo educativo e o professor é o mediador, o elo entre o aluno e a aprendizagem, aquele que promove situações que facilitam a construção dos conceitos e consequentemente a compreensão dos conteúdos.

Na realidade ainda não é isso que se vê nas escolas de Ensino Médio. Na maioria dos colégios, os professores são os detentores do saber, o transmissor de informações. Dessa forma, o aluno se transforma em um receptor de conteúdos, treinados para repetir nos exames tudo o que foi transmitido.

A atuação tradicional do professor frente ao atual modelo de ensino não é culpa somente de imposições próprias, mas fruto principal de sua formação nos cursos de licenciatura, onde se observa uma discrepância entre o que é trabalhado nas disciplinas da área e o que o professor em formação realmente enfrenta quando está em sala de aula. De acordo com Fiorentini *et all.* apud Cardim, os cursos de licenciatura ainda são marcados pela existência,

> [...] de dicotomias entre teoria e prática e entre disciplinas específicas e pedagógicas; de distanciamento entre o que os futuros professores aprendem na licenciatura e o que realmente necessitam na prática escolar; de pouca articulação entre as disciplinas e entre os docentes do curso; de predominância de práticas de ensino e avaliações tradicionais, sobretudo de professores da área específica; de ausência de uma formação histórica, filosófica e epistemológica do saber matemático; de menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado [...] (2008, p.19).

O distanciamento predominante entre a parte pedagógica e a específica dos cursos de licenciatura, entre as teorias trabalhadas nas disciplinas específicas e o que ele precisa desenvolver na sua atuação profissional, enfatizados por Cardim (2008), é o grande entrave no processo educacional. Como um professor que teve formação inicial baseada em técnicas de transmissão de conteúdos e aplicação de avaliações tradicionais irá desenvolver uma prática diferenciada?

Responder a esse questionamento é uma tarefa árdua, pois o professor, na maioria dos casos tem sua prática modelada nas atividades desenvolvidas por seus professores das disciplinas específicas dos cursos de formação. Nesse contexto, surgem os cursos de especialização, que procuram corrigir as lacunas deixadas pela graduação no que diz respeito à prática escolar do educador. Essa concepção é a grande motivadora pela ascensão nos últimos anos e uma gama de empresas de consultoria educacional que a partir da chancela dos cursos, os oferece a preços e condições acessíveis.

Por outro lado, vê-se que esse problema poderia ser resolvido na graduação, e, dessa maneira, a especialização ficaria encarregada de desempenhar outras funções formativas.

Diante do contexto inserido, é notória a preocupação em rever o processo de formação de professores oferecidos pelos cursos de licenciatura do país em prol do desenvolvimento de um novo modelo de docência profissional conforme afirmam Cochran-Smith e Lytle apud Cardim.

> Em programas de formação derivados do conhecimento em prática, o objetivo de usar casos, reflexões e investigação é oferecer o contexto social e intelectual no qual professores em formação, junto com os experientes, aprofundem-se no conhecimento que baseia as suas ações, assim aprofundando-se o seu próprio conhecimento e em sua capacidade de tomar decisões em sala de aula (2008, p.26-27).

Esse processo de formação é o desejado na busca pela construção de uma prática coerente com a realidade e situações de ensino-aprendizagem que estimulem reflexões e o poder de investigação, promovam o desenvolvimento do raciocínio e a atuação crítica diante das situações vivenciadas pelo discente.

Esse novo perfil do professor de Matemática tornar-se-á real a partir da ressignificação do curso de licenciatura, onde os conteúdos específicos não podem ser desenvolvidos de modo similar ao que acontece nos bacharelados. Esta última modalidade prepara para resultados futuros após cursos de mestrado ou doutorado. Por outro lado, as licenciaturas na maioria dos casos formam profissionais que já estão em sala de aula e, portanto, procuram nestes cursos o norte para sua atuação profissional.

Mesmo que ainda não seja real, na maioria das instituições, nota-se que oficialmente essa necessidade é lei, segundo a Comissão de especialistas do Ensino de Pedagogia:

> O Curso de Licenciatura destina-se à formação do profissional docente para atuar: * no magistério dos anos finais do ensino fundamental; * no magistério do ensino médio. Propõe-se a formação de um professor que articule os saberes que definem a sua identidade profissional: saber – conhecimento dos conteúdos de formação; específico, pedagógico, integrador; saber pensar – saber refletir sobre sua própria prática profissional; saber intervir – saber mudar/ melhorar/ transformar sua própria prática (Portaria SESU/MEC nº1.518/ 26.06.2000).

Ao menos no que diz respeito à teoria, é notória a preocupação do sistema educacional. Quando essa preocupação se transferir de forma significativa, a educação promoverá um grande impulso rumo à formação de qualidade dos alunos que poderá estudar com um professor qualificado e preparado pedagogicamente, que desenvolva as capacidades de pensar, construir e saber discernir diante das situações apresentadas.

Esse profissional que faça a diferença é o que se espera dos cursos de formação, mas como já enfatizado, não depende somente do professor em formação, mas de um processo de adequação que envolve todo o sistema educacional do país.

1.3 O ensino das funções afim e quadrática

O estudo das funções é de grande importância para a construção dos conceitos de muitos outros conteúdos do Ensino Médio. Conforme os PCN's:

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também um papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tantos do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa

> flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problemas da Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (1999, p.255).

Para comprovar esta afirmação, basta verificar a estrutura de outros conteúdos do curso: progressões aritmética e geométrica, trigonometria, matemática financeira, entre outros. Em outras disciplinas podemos destacar a Química no estudo da desintegração radioativa; na Biologia pode-se enfatizar que as transformações nos organismos ocorrem em função de fatores internos e externos; na Física, sem dúvidas, está a maior aplicação dos conceitos de função, desde a Cinemática com as funções horárias dos movimentos até a Eletricidade onde a Lei de Coulomb, por exemplo, que é uma função de várias variáveis. Observa-se que se estes conteúdos forem iniciados a partir do conceito de função, sua compreensão será facilitada.

Diante da importância desse estudo para a construção do saber matemático, torna-se necessário fundamentar os conceitos e promover um aprendizado significativo.

Essa perspectiva, infelizmente não é consolidada na prática escolar. Segundo Rêgo:

> [...] da observação do índice de abandono e reprovação nas disciplinas introdutórias de Matemática na Universidade Federal da Paraíba, a exemplo a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, cujo total de abandono atinge um valor superior a 60% dos alunos matriculados de acordo com dados dos Diários de Classe dessa disciplina, arquivados no Departamento de Matemática da Instituição. O desenvolvimento do conteúdo programático das disciplinas citadas tem como principal pressuposto o domínio do conceito de funções (2000, p.13-14).

Como a autora especifica, o aluno chega ao Ensino Superior sem um conceito de função construído. O que conhece são, na maioria, algumas noções não articuladas que não contribuem para suprir as necessidades da graduação. Essa concepção distorcida acarreta em prejuízos na fundamentação das ideias em diversos outros conteúdos.

As dificuldades não se restringem apenas à conceituação, mas se distribuem nas demais etapas do conteúdo programático de funções. E quanto ao esboço dos gráficos, Oliveira (2006, p. 11) afirma que “Há uma evidência de como é pouca a habilidade dos alunos de lidar com gráfico, bem como é grande a dependência do uso de tabelas, mostrada por eles, durante o processo de construção de qualquer gráfico”.

Diante da afirmação, é notório que o aluno, em sua maioria, limita o conceito de funções ao conjunto dos números inteiros e o conceito construído fica restrito à definição de relação entre conjuntos. Portanto, para construir o gráfico, é preciso construir a tabela que representa a relação referente à função em estudo. Tal construção faz o aluno restringir o gráfico aos valores dados na tabela, tornando incompreensível a generalização da noção de função. Nesse caso a função é vista como uma equação, onde os valores são substituídos para descobrir os pontos procurados. Essa visão limita a possibilidade de generalizar o conceito. Segundo Fossa e Fossa apud Oliveira:

> [...] há outro aspecto da experiência do aluno que precisa de esclarecimento, à saber, os gráficos. Entre esboçar o gráfico de uma equação e esboçar o gráfico de uma função não há diferença. Assim os conceitos de equação, função e gráficos são embaralhados, confundidos e identificados. Mas, da atividade de esboçar gráficos nascem sempre, do ponto de vista do aluno, restrições ao conceito de função que contradizem a identificação que ele já tem feito entre funções e equações (2006, p. 19).

O aluno que forma em sua mente um conceito de função associado ao de equação terá muitas dificuldades em reverter essa visão. É necessário que o conteúdo seja trabalhado enfatizando a distinção e com terminologia adequada para evitar ambiguidades que provoquem a concepção errônea por parte do discente.

Ao apresentar um gráfico para descobrir a lei de formação de sua função, a problemática se torna mais complexa. Segundo Simões apud Oliveira:

> [...] o ensino das funções em geral, não enfatiza a conversão da representação gráfica à representação algébrica. Em consequência, inúmeros estudos mostram as dificuldades dos alunos na leitura e interpretação das representações gráficas e cartesianas, seja com as funções lineares ou afins ou com funções quadráticas (2006, p.23).

Fica evidente que o aluno não consegue fazer leitura de gráficos, pois foi preparado apenas para construí-los. Essa visão distorcida reflete em outros conteúdos onde a mesma tem aplicação e em outras Ciências, pois a representação gráfica é comum a diversas áreas do conhecimento. Aluno que tem habilidade com gráficos desenvolve outra maneira mais prática para ler o mundo.

Pesquisas feitas por Rêgo (2000) revelaram que os alunos que concluem o Ensino Médio, recém-ingressos em cursos de engenharia, não conseguem construir gráficos de certas funções, como por exemplo, a função constante, identificada por muitos por não ser sequer uma função, pelo simples fato de não haver a variável independente. Por outro lado a equação da circunferência de centro na origem $x^2 + y^2 = 1$ é vista por muitos como uma função. Quando se trata do gráfico de uma função definida por mais de uma lei de formação a dificuldade é ainda maior. O aluno não concebe que possa existir tal função ou, ainda, que existam funções não contínuas, sendo desastrosas as interpretações desses tipos de gráficos. É fundamental, portanto, que a metodologia e o material de apoio sejam discutidos.

A metodologia e a postura adotada pelo professor para introduzir e desencadear o estudo do conteúdo é imprescindível para a construção dos conceitos de função, uma vez que as construções desenvolvidas pelo aluno são espelhadas na atuação do professor. Desse modo, é necessário que o professor saiba discernir em cada situação didática entre os fatores que não foram favoráveis e, dessa forma, fazer um julgamento coerente e agir para sanar tais lacunas. Mendes apud Ardenghi, ao analisar uma entrevista com professores, comenta:

> É interessante observar que para a maioria dos professores entrevistados, o conceito de função é um conceito simples, não havendo, portanto, muitos obstáculos ou dificuldades à sua aprendizagem. Segundo esses professores, o problema maior seria o desestímulo dos alunos para estudar. [...] O que parece ocorrer, na verdade, é que os professores não conseguem detectar estes problemas nos seus alunos (2008, p. 35).

Nota-se que o educador, em muitos casos, ao verificar os baixos desempenhos e por não conceber as falhas metodológicas em sua atuação, acaba por colocar a culpa no aluno e dessa forma tira de si a responsabilidade pelos resultados insatisfatórios obtidos pelos alunos nas avaliações de desempenho. O professor precisa estar preparado para desenvolver situações de aprendizagem e procurar meios para promover a interação desses conceitos com os de outras áreas já citadas em busca de um aprendizado mais significativo.

Outro fator que merece destaque é o tempo gasto com o estudo das funções afins e quadráticas, que acabam por comprometer o ensino das demais funções que são trabalhadas de forma muito restrita e que em outros casos, nem são trabalhadas. Também é importante que o professor desenvolva atividades interdisciplinares que permita ao aluno fazer uma análise do tipo de função que precisa ser aplicada e compreenda a análise que está a desenvolver.

O material de apoio, em especial o livro didático, que é o principal recurso de muitos professores, merece muita atenção e análise. Como foi observado nas análises feitas em outro momento desse estudo, viu-se que muitos livros não apresentam uma boa introdução aos conceitos, não contextualizam os exercícios nem promovem a interação dos conteúdos com outras áreas do saber.

No que diz respeito ao ensino de funções, o livro deve procurar introduzir o conceito com uma linguagem acessível ao público e partindo de uma situação contextualizada que promova a curiosidade pela busca do conceito.

Na realidade, ver-se muitos livros que apresentam esses conceitos logo no primeiro contato com o aluno e a partir de uma situação onde não se faz nenhuma integração com o contexto do mesmo. À exemplo, observa-se a definição dada no livro Fundamentos de Matemática Elementar volume 1 de Iezzi e Murakami apud Rêgo (2000 p. 24). “Dados dois conjuntos não vazios {A} e {B}, uma função de {A} em {B} é uma relação que a cada elemento {x} de {A} faz corresponder um único elemento {y} de {B}".

A definição acima, não é um caso a parte, mas um retrato da realidade de muitos livros didáticos brasileiros compostos por muitas abstrações e símbolos que não contribuem para a formação inicial do conceito. Dessa forma o aluno é bombardeado com exercícios que não contribuem com a reflexão e apenas promovem a repetição de exemplos resolvidos sem fazer associação a uma definição que foi simplesmente copiada no quadro.

Somente uma atuação consciente, pautada no compromisso com a sua atividade profissional e incrementada com uma atualização consciente da prática é capaz de promover a verdadeira construção do conceito de função por parte do aluno. Dessa forma, cabe ao professor incrementar as suas aulas, através da promoção da construção dos conceitos a partir de situações problemas e de atividades contextualizadas que possam ajudar a sanar as lacunas deixadas pelo livro didático e evitar que o aluno seja penalizado por tais deficiências.

1.3.1 Exercícios que promovem a contextualização e a construção dos conceitos de função afim e quadrática

Conforme já foi abordado, os exercícios são fundamentais para consolidar o conhecimento por parte do aluno. Cabe ao professor selecionar exercícios que estejam apropriados com seus objetivos diante do conteúdo estudado. A seguir serão listados alguns exercícios retirados dos livros de *Dante* (2010) e *Lima et all.* (2006). Esses exercícios promovem a construção dos conceitos e o aprendizado significativo.

Exemplo 1.1. A academia Companhia do corpo cobra uma taxa de inscrição de R$ 60.00 e uma mensalidade de R$ 50,00. A academia Energia e Saúde cobra uma taxa de inscrição de R$ 70,00 e uma mensalidade de R$ 40,00. E a academia Oficina do Corpo não cobra taxa de inscrição, mas cobra uma mensalidade de R$ 60,00. Qual a academia oferece o menor custo para um aluno que deseja "malhar" durante um ano? Por quê?

Resolução: *Nessa situação, o aluno é instigado a interpretar uma situação problema contextualizada e fazer o julgamento das situações. Em primeiro lugar ele* *precisa identificar as três academias e determinar a lei de formação de cada função. Em seguida ele determinará o valor pago em 12 meses em cada academia, identificando aquele de menor quantia.*

Vamos tomar como f(x), g(x) e h(x) as funções horárias das academias na respectiva ordem do texto.

Conclui-se que $f(x)= 60 + 50x$, $g(x) = 70 + 40x$ *e* $h(x) = 60x$

Para um período de 12 meses tem-se que:

$$f(12) = 60 + 50 \,.\, 12 = 60 + 600 = 660{,}00 \qquad (1)$$

$$g(12) = 70 + 40 \,.\, 12 = 70 + 480 = 550{,}00$$

$$h(12) = 60.\ 12 = 720{,}00$$

Procedendo dessa maneira, o aluno certamente irá identificar que a segunda opção é a mais acessível para um contrato de 12 meses. O professor pode ainda procurar instigá-los a analisar se essa academia será a melhor para outros períodos e levá-los a concluir que haverá variações de acordo com o tempo.

Exemplo 1.2. A escala N de temperatura foi feita com base nas temperaturas máxima e mínima em Nova Iguaçu. A correspondência com a escala Celsius é a seguinte:

°N	°C
0	18
100	43

Tabela 1: Correspondência de temperaturas

Encontre na escala N a temperatura equivalente a 100°C.

Resolução: *Nessa situação o aluno será envolvido em estudo de caso que explora a contextualização com a Física. Nesse caso o aluno que já foi apresentado à escala Celsius será levado a compreender que se a escala Celsius tem uma evolução linear e a escala N tem evolução proporcional à Celsius, essa também será linear. A relação entre as escalas termométricas pode ser representada pela figura a seguir:*

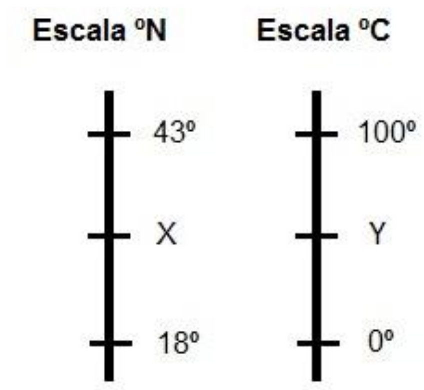

Figura 1: Relação entre escalas de temperaturas

A partir da visualização o aluno será instigado a aplicar a proporcionalidade:

$$\frac{y-0}{100-0} = \frac{x-18}{43-18} \tag{2}$$

Desenvolvendo a igualdade, chega-se à lei de correspondência y = 4x – 72

Dessa forma, o aluno sabendo que a água ferve a 100°C, obterá:

$$Y = 4.100 - 72 = 328°N \tag{3}$$

***Exemplo* 1.3.** Analise o gráfico da posição (S) de um ponto material dada em função do tempo (t) e determine:

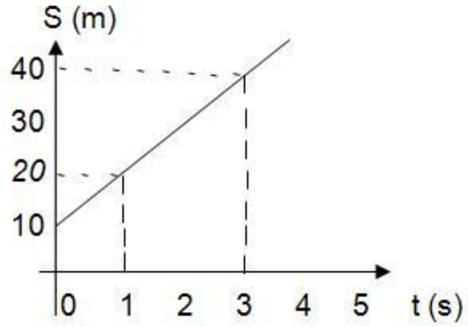

Figura 2: Gráfico da posição (s) x tempo (t)

a) A velocidade desse ponto material;
b) A função do movimento desse ponto material;
c) A posição desse ponto material no instante t = 3s.

Resolução:

Essa questão explora os conceitos de movimento uniforme e função afim. Outro ponto importante na questão é a transposição gráfica - algébrica que gera tanta dificuldade nos alunos e pouco é explorada no Ensino Médio. Ao observar que o gráfico é uma reta, o aluno identifica que a função é do tipo f(x) = ax + b e que o movimento é uniforme. Dessas observações o mesmo concluirá que S = So + V.t.

a) *A velocidade do móvel será o coeficiente de variação e esse pode ser determinado a partir de dois pontos do gráfico. Conclui-se que:*

$$v = \frac{20-10}{1-0} = 10m/s \tag{4}$$

b) *Sabendo que So = 10m (posição inicial do movimento) e que a posição eleva-se co o tempo (crescente), conclui-se que S = 10 + 10t.*

c) *Para t = 3s, basta fazer a substituição na equação do item anterior: S = 10 + 10.3 = 40m ou observar diretamente no gráfico.*

Exemplo 1.4. Uma bola é lançada no ar. Suponha que sua altura h, em metros, t segundos após o lançamento seja h (t) = $-t^2 + 4t + 6$. Determine:

a) O instante em que a bola atinge a sua altura máxima;
b) A altura máxima atingida pela bola;
c) Quantos segundos depois do lançamento ela toca o solo;
d) Esboce o gráfico que representa essa trajetória.

Resolução:

O aluno notará a partir da função horária que se trata de uma função quadrática e, assim, fará a associação dessa função com o lançamento oblíquo. Essa observação o levará a compreender que o ponto de altura máxima é o vértice da parábola (gráfico da função quadrática).

a) *O instante da altura máxima é a abscissa do vértice, isto é:*

$$t = \frac{-4}{2.(-1)} = 2s \tag{5}$$

b) *Para determinar a altura máxima, basta substituir o valor encontrado no item anterior, na função horária h = $-t^2 + 4t + 6$. Assim, temos que:*

$$H = -2^2 + 4.2 + 6 = 10m \tag{6}$$

c) *Para determinar o instante em que a bola atinge o solo, basta tomar h = 0. Ao resolver a equação $-t^2 + 4t + 6 = 0$ encontra-se as soluções t = $(2 + \sqrt{10})\ s$ e t = $(2 - \sqrt{10})$ s, como o tempo não pode ser negativo, logo t = $(2 + \sqrt{10})$ s será o tempo gasto para chegar ao solo.*

d) *O esboço do gráfico é um processo que causa muita insegurança no aluno e é motivo de falhas graves. Para ajudar a visualizar esse gráfico o professor, após explorar os estudos do vértice, concavidade e zeros da função, poderá utilizar algum recurso computacional de apoio a exemplo do wxMaxima (sistema de computação algébrica, capaz de esboçar uma gama de gráficos e resolver um grande número de equações ou expressões matemáticas) que será apresentado a seguir.*

Neste caso, através do programa citado, é possível limitar o intervalo de tempo da função horária para o intervalo que ocorreu o movimento.

Para o programa wxMaxima, a representação será a explicitada abaixo:

*plot2d (-h^2 + 4*h + 6, [h, 0, 11/2])$*

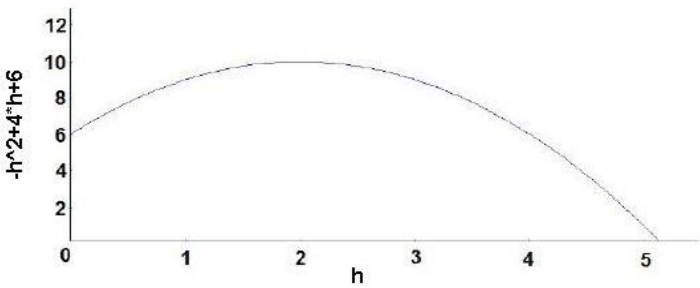

Figura 3: Gráfico da altura de uma bola em função do tempo.

A partir dessa visualização o aluno poderá confrontar os dados obtidos nos itens a, b e c e também seus conhecimentos relacionados ao estudo do gráfico da função quadrática.

Exercícios com esse enfoque contribuem para a construção dos conceitos matemáticos, compreensão dos fenômenos explorados, interpretação da situação desencadeada e consequentemente o aprendizado dos conteúdos.

Quando o professor coloca o aluno diante de exercícios com essa fundamentação está permitindo que o mesmo não somente conheça o conteúdo, mas fixe de uma vez por todas os conceitos, identifique quando e onde vai ser aplicado e desenvolva as ferramentas para chegar à solução e dessa forma ter o efetivo saber matemático.

Capítulo 2

2 A FÍSICA NO ENSINO MÉDIO

A Física é uma ciência que permite a compreensão do mundo vivencial e das tecnologias cada vez mais presentes no dia-a-dia. Ela fornece um conhecimento necessário para a investigação e discussão dos movimentos com suas causas e efeitos, processo de produção de energia e calor, a manutenção dos equipamentos eletrônicos e os mistérios do mundo submicroscópico.

Os PCN's para o Ensino Médio deixam evidente a preocupação com a maneira como essa ciência é apresentada ao discente

> Espera-se que o ensino de Física, na escola média, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas (1999, p. 22).

A formação de uma cultura efetiva, só será possível quando essa disciplina for trabalhada de forma íntegra e associada com outros saberes, em especial da Matemática, Química e Biologia, que diante de um estudo que enfatizem as transformações histórico-culturais seja possível a construção dos conceitos e a compreensão dos fenômenos.

Diante dessa perspectiva, torna-se necessário discutir o programa de Física do Ensino Médio, em especial das escolas públicas. Será que os discentes concluem essa etapa estudantil com os conhecimentos prévios necessários em Física? Por que os alunos sentem tanta dificuldade em estudar Física? Esses questionamentos inquietam muitos professores, em especial aqueles que se preocupam com o aprendizado dos alunos.

O grande impasse nesse processo está na forma como a Física chega até o aluno, na maioria dos casos, pronta e acabada, apenas uma lei ou fórmula matemática que o aluno irá aplicar e solucionar os exercícios. O aluno não sabe o porquê daquela fórmula; sabe apenas aplicar e muitas vezes erra, pois não tem habilidades em cálculos. Dessa maneira, o aluno não é preparado para formalizar os conceitos físicos. Segundo Pietrocola apud Campos:

> Não se trata apenas de saber Matemática para poder operar as teorias físicas que representam a realidade, mas de saber apreender teoricamente o real através de uma estruturação matemática (2000, p.53).

Apreender teoricamente o real através de uma estruturação matemática é utilizar as fórmulas, leis e gráficos matemáticos para representar e sintetizar as informações físicas. O conhecimento dos conceitos e desenvolvimento de habilidades é a parte essencial dessa área do saber.

Em meio à realidade, nota-se que os alunos que cursam o Ensino Médio têm rendimentos muito baixos em Física, frequentemente são reprovados e aqueles que têm bons rendimentos nas avaliações não transferem para a sua prática cotidiana ou para avaliações externas.

Após analisar os boletins de resultados dos alunos do CEAXSS, procurou-se comparar os resultados obtidos pelos alunos com o desempenho na Olimpíada Brasileira de Física (OBF) e novamente verificou-se que não há relação. No que se refere à primeira serie, 22 alunos obtiveram classificação para a 2ª fase da olimpíada, porém, apenas um encontra-se entre os 22 alunos com rendimento superior a 7,0 nas avaliações da disciplina. A segunda série apresentou quatro alunos classificados para a segunda fase, novamente nenhum se enquadra entre os dez com melhores rendimentos. O terceiro ano classificou apenas uma aluna que nas aulas e avaliações tem desempenho intermediário.

Ver-se que, mesmo aqueles que conseguem boas notas não aprendem os conteúdos, portanto, a situação é muito crítica. As metodologias precisam ser inovadas e a Física precisa ser vista com outros olhos, sair da perspectiva de aplicação de fórmulas para a construção de conceitos e compreensão de habilidades que permitam a análise e compreensão do mundo.

Para que o aluno seja formado para realmente compreender o mundo é necessário capacitar o professor que na maioria dos casos não tem formação nessa área. É preciso oferecer a ele, meios de trabalhar com essa disciplina que requer livros que apresentem os conteúdos de forma contextualizada, que explore as teorias e aborde exercícios menos mecânicos. São essenciais os laboratórios onde o aluno aplique as teorias aprendidas em sala de aula. Segundo Campos apud Júnior:

> O conhecimento a ser obtido pelos alunos no ambiente escolar deve ser harmonioso, coerente, lógico e deverá ser construído a partir dos conflitos entre o antigo e o novo, de idas e voltas, de acertos e erros, enfatizando o caráter provisório e inacabado da ciência e se contrapondo à visão da ciência pronta, estática e com verdades absolutas (2008, p.18).

É através dessas idas e voltas e dos conflitos enfatizados que se procura reverter a situação atual do ensino de Física e construir o conhecimento que permita ao aluno sair do Ensino Médio com uma base mais sólida e coerente para o período de tempo que passou dedicando-se a esse estudo.

Esse conhecimento deve priorizar a prática onde o aluno compreenda a cinemática no seu deslocamento para a escola; a dinâmica em um carretel movido por um pedreiro em uma construção; a termologia nas oscilações de temperatura ou o resfriamento do congelador da geladeira de sua casa; a eletricidade nas contas de luz e assim possa ver o mundo sobre um ponto de vista Físico e fazer um julgamento coerente.

2.1 O livro didático de Física do Ensino Médio

Diante de tantas barreiras existentes no ensino da Física, o livro didático ainda é o grande recurso que na maioria dos casos dispõe o professor. Dessa maneira, esse deve dar subsídios para a elaboração de uma aula que venha propiciar ao educando a formação necessária para a compreensão dos fenômenos físicos.

Mais uma vez, a análise do livro didático seguiu os padrões utilizados para o livro de matemática. Nesta perspectiva, buscou-se conhecer o modo de introduzir os conceitos, o desenvolvimento dos conteúdos, os exercícios e o manual do professor.

Os livros abaixo verificados são três existentes na biblioteca do CEAXSS e o quarto é o adotado pela escola para o triênio 2012-2014. Desses livros, os três primeiros estão organizados em volume único e apenas o último está dividido em três volumes. Vale salientar que somente a parte referente ao 1º ano (série relaciona ao estudo desenvolvido) foi analisada. Os livros são, respectivamente: *Física* de Gaspar, editora Ática; *Física* de Carron e Guimarães, editora Moderna; *Física* de Sampaio e Calçada, editora Atual e a coleção *Física aula por aula* de Silva e Filho, da editora FTD.

2.1.1 A introdução aos conteúdos

O livro de *Gaspar* (2005) introduz cada conteúdo com a apresentação de uma situação real onde o conhecimento apresentado pode ser aplicado. No entanto, as situações não são exploradas de forma mais intensa de modo a puxar as fórmulas da situação exposta. Dessa maneira, tais exemplos são mais ilustrativos do que formadores de conceito.

Carron e Guimarães (2003) contextualiza a introdução de poucos capítulos e, mesmo assim, essas poderiam ser mais atraentes, no entanto, não oferecem meios para dinamizar a apresentação do conteúdo. Dessa maneira, o aluno é apresentado ao conceito sem saber sua aplicação ou importância para o contexto social.

Sampaio e Calçada (2005) introduz apenas uma pequena parte dos capítulos a partir de uma situação problema. Mesmo assim, poucas dessas situações são contextualizadas, sendo a maioria fictícia, contribuindo ainda mais para formar na mente do educando a falsa noção de que a Física não tem aplicação direta em sua vida.

Silva e Filho (2010) procuram inserir na introdução de cada conteúdo, uma situação, sempre ilustrada, que se aproxime do contexto do aluno e a partir dessa situação são lançados questionamentos que são respondidos a partir da compreensão do conteúdo. Logo em seguida são apresentados os conceitos a serem explorados no respectivo capítulo. Diante desse contexto, o professor associa o conceito com a situação apresentada e o aluno se familiariza com as definições e conceitos com mais facilidade.

2.1.2 As pontes estabelecidas entre os conteúdos e outras áreas do conhecimento

O exemplar de *Gaspar* (2005) procura explorar os conteúdos expondo conceitos e exemplos de forma clara. As atividades práticas são merecedoras de destaque, pois permitem que o aluno desenvolva situações reais de aprendizado. São explorados aspectos gramaticais e históricos, alguns conteúdos matemáticos são destacados e comentados, a exemplo da função afim, porém de forma limitada, pois outros conteúdos importantes não são destacados, merecendo ênfase a função quadrática. Outro aspecto que precisa ser abordado é que o livro não apresenta o estudo do lançamento oblíquo, este que possui muitas aplicações no contexto do dia-a-dia.

O livro de *Carron e Guimarães* (2003) e o de *Sampaio e Calçada* (2005) são muito simplificados e não enfatizam a relação da Física com outras áreas da Ciência e em muitos casos nem mesmo com a própria Física, a exemplo do lançamento vertical e queda livre que a nenhum momento estão relacionados com o Movimento Uniformemente Variado (MUV). Em momento algum, as funções afim e quadrática são abordadas no estudo das funções do movimento uniforme ou uniformemente variado. O mesmo ocorre com relação às atividades experimentais que são tão importantes para a consolidação dos conceitos.

Silva e Filho (2010) dedicam um capítulo para a apresentação da importância da Física e sua relação com outras áreas do saber e sua aplicabilidade no dia-a-dia. Os conteúdos estão bem organizados com os conceitos bem abordados e com experimentos que ajudam a visualizá-los. São feitas pontes com outras áreas do saber, em especial a Matemática, mas em alguns casos há algumas falhas, a exemplo de chamar as funções afim e quadrática de funções do 1º e 2º grau respectivamente.

2.1.3 Os exercícios

Os quatro livros apresentam exercícios contextualizados e muitos destes retirados de provas de vestibulares de algumas universidades púbicas do Brasil. Mesmo assim, nota-se que são poucos os exercícios retirados de vestibulares de universidades do Nordeste. É interessante que os autores apresentem bancos de questões extras, relacionadas a faculdades de cada região do país.

2.1.4 O manual do professor

O material de apoio do livro de *Gaspar* (2005) procura expor a ênfase dada pelos PCN's ao estudo da Física. São apresentadas sugestões de livros e sites ligados às instituições que auxiliam na promoção do aprimoramento do docente. Em seguida, cada capítulo é discutido e seus exercícios são resolvidos de modo comentado.

O livro de *Carron e Guimarães* (2003) e o livro de *Sampaio e Calçada* (2005) promovem a discussão de cada capítulo e oferecem algumas sugestões metodológicas, entre elas competências a serem desenvolvidas nas aulas e atividades contextualizadas.

O manual de *Silva e Filho* (2010) apresenta os objetivos para o estudo da Física no Ensino Médio. Em seguida, os conteúdos são discutidos e é feita a resolução dos exercícios de forma simplificada. Para terminar, são apresentados textos e atividades complementares.

Os quatro livros analisados apresentaram problemas, no entanto, no de *Silva e Filho* (2010) eles estão em pequena quantidade, sendo o mais indicado para ser utilizado.

Diante dos itens analisados, é possível notar que os livros de Física ainda deixam muito a desejar e em virtude de muitos educadores terem esse material como o único apoio em sala de aula isso prejudica o aluno que não obtém uma formação adequada para o nível de ensino em que está inserido.

2.2 O professor de Física e sua formação

Discutir a formação do professor de Física remete a uma realidade marcada pela carência de profissionais com essa formação. A necessidade do ensino básico em oferecer essa disciplina e a ausência de profissionais com licenciatura leva o sistema a contratar profissionais de outras áreas. Esse aspecto permite encontrar nas escolas engenheiros, professores de Matemática entre outros profissionais lecionando a disciplina Física.

A licenciatura em Física é um dos cursos de menor procura nas Universidades devido a vários fatores conforme aborda Barbosa:

> Geralmente se ouve no meio acadêmico que o curso de Física é fácil de entrar, mas difícil de sair. Antes de ingressar em um curso de Licenciatura em Física, os estudantes avaliam que, apesar da demanda por professores de Física em todo o Brasil, de acordo com Borges (2005), Barroso e Falcão (2004) alguns itens devem ser considerados nessa tomada de decisão, tais como: os salários degradantes para os professores; a falta de estrutura nas escolas; [...] e o conhecimento básico inadequado. Os pontos citados são os principais impedimentos para que se tenha um maior número de interessados em entrar num curso de Licenciatura em Física, logo, a menor concorrência no vestibular é um facilitador para ingresso no curso, apesar da carência de uma melhor investigação, acredito que essa realidade é comum nos dias atuais (2010, p. 4-5).

Diante do enfoque abordado por Barbosa é possível refletir sobre a falta de laboratórios nas escolas, que desestimula tanto o professor quanto o aluno; os baixos salários afastam os profissionais do curso e o rigor do curso impede aqueles que tiveram a coragem de entrar em continuar no curso.

Essa combinação leva a fatores alarmantes, segundo Barbosa (2010), o curso de licenciatura em Física da Universidade Federal de Alagoas (UFAL) único do estado, iniciou suas atividades em 1974 e até o final de 2010 formou apenas 82 professores em uma média de dois a três por ano.

Os fatos observados em Alagoas são comuns em todo o Brasil e evidencia o quanto o país é carente nessa área. Diante de tal contexto o aluno é obrigado a ter as aulas de Física com profissionais que não foram preparados para tal atividade. Quando a aula é ministrada por um engenheiro ou um bacharel em outra área, este tem formação específica, mas não tem pedagógica e quando é ministrada por um licenciado de outra área esse terá a formação pedagógica, mas não apresenta a formação necessária para a área de atuação. A formação de um professor envolve uma combinação de fatores, segundo Martins (2008, p.45): “A formação do professor está inserida em um cenário onde o social, o político e o cultural se interrelacionam, formando o pano de fundo para a sua realização. A partir destas dimensões é que se constrói a identidade do professor".

É a inter-relação de fatores abordada por Martins que torna o professor um profissional diferenciado dos demais, capacitado para agir em prol do desenvolvimento de atividades que instiga a curiosidade do aluno, que é o principal fator na construção do saber.

O quadro exposto leva à necessidade da criação de estratégias pelo sistema educacional para procurar sanar de modo eficiente essa lacuna, dentro das perspectivas. Algumas dessas estratégias são citadas por Barone:

> Diante desse quadro absolutamente crítico, é essencial avaliar algumas alternativas. Uma delas é permitir que bacharéis em diversas áreas do conhecimento possam receber formação pedagógica complementar à graduação, qualificando-os minimamente para o exercício da docência. Essa alternativa está prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, e tem sido utilizada para qualificar bacharéis em Física, Matemática, Engenharias e outras áreas, para a docência em Física. É evidente que não se trata de condição ideal, e que pode ser admitida justamente pelo fato de que a disponibilidade de Professores de Física licenciados na área está muito distante da ideal (p. 1-2).

A formação pedagógica oferecida a bacharéis de outras áreas é uma possibilidade que está nos coformes da Lei de Diretrizes e Bases da educação (LDB) e poderá vir a aliviar a situação atual e permitir que o educando do ensino básico tenha acesso a aulas ministradas por profissionais, que mesmo não tenham a formação desejada, apresentem uma qualificação que os aproxime do necessário. No entanto, é preciso a preocupação com relação ao modo como vai ser oferecida essa formação, seus objetivos e sua real contribuição com a formação dos profissionais, e dessa maneira, evitar que venha a ser mais um processo de investimento de valores sem retorno em construção de habilidades.

O profissional que entra hoje em uma sala de aula precisa ter a noção de que o seu aluno tem uma nova visão de mundo, muito diferente de sua visão quando cursou o Ensino Médio, como enfatiza Melo apud Martins:

> “O novo perfil do aluno, como sujeito social que leva para a escola novos padrões de comportamento; a competição com outros agentes educativos/informativos fora da escola; a celeridade do avanço tecnológico, nem sempre ao alcance de todos, são fatores que interferem na relação do professor com o conhecimento, objeto primeiro do seu trabalho, que precisa ser entendido como processo, portanto matéria ao mesmo tempo cumulativa e provisória“(2008, p. 32).

O avanço tecnológico, como enfatiza Melo é a grande “mola” impulsionadora das mudanças de comportamento e perfil dos alunos. As crianças e adolescentes tem muita facilidade com a tecnologia e trazem para a sala de aula questionamentos que obrigam o professor a estar atualizado com o processo de transformação científico-tecnológico para acompanhar o desenvolvimento de seu aluno e ter bagagem para auxiliar em suas dúvidas.

O professor com licenciatura em Física que participou de um curso que atende às exigências do sistema educacional está capacitado para construir sua postura profissional e como aborda Martins agir como produtor de conhecimento ou reprodutor.

> Em face do contexto da realidade, pode-se falar em duas naturezas para a profissão docente, uma que se insere na esfera do trabalho intelectual como produtora de conhecimentos e outra como mera reprodutora (2008, p.40).

O professor reprodutor é aquele que se utiliza do conhecimento presente no meio científico para transmiti-lo ao aluno e propor que esse reproduza esse conhecimento e aplique em avaliações internas e externas.

Por outro lado, o produtor do conhecimento conduz seu discente a construir situações de aprendizado. Sua atuação privilegia o aspecto criativo do trabalho intelectual e é um “intelectual transformador”, um docente que vê a escolarização como uma ferramenta para a disputa e para a consolidação de um projeto social no qual os alunos devem atuar como responsáveis na luta contra as injustiças sociais. Neste sentido, ganham valor a reflexão crítica e a ação como eixos para as mudanças necessárias, tanto em nível geral, quanto pessoal.

Esse último caso é o exemplo de profissional que se deseja para atuar nas salas de aula no Ensino Médio ocupando a cadeira de Física e colaborando com a formação de um ser crítico e atuante e com conhecimento não só para as provas de vestibulares, mas para agir socialmente e contribuir com a construção de sua sociedade.

2.3 O ensino do lançamento oblíquo

Como se sabe, o programa de Física para o Ensino Médio enfatiza que o primeiro ano desse ciclo é dedicado ao estudo de toda a Mecânica. No entanto, é observada a má distribuição desse tempo, onde se destina um período bem maior para os estudos da Cinemática e consequentemente o estudo da Dinâmica e Gravitação ficam prejudicados.

O tempo destinado ao estudo da Cinemática mesmo sendo muito extenso não é aproveitado corretamente, sendo um grande obstáculo para a aprendizagem de muitos alunos. Os principais fatores motivadores dessa situação são citados por Napolitano e Lauriucci apud Júnior:

> [...] falta de experimentos realizados pelos alunos; incapacidade de visualização concreta dos movimentos por parte do aluno, reduzindo, às vezes, sua aprendizagem a um conhecimento abstrato e infrutífero de um grande número de fórmulas e terminologias, sem correlação com a natureza” [...] (2008, p.22).

A falta de laboratórios para a realização de experimentos e a não contextualização por parte do professor culmina em tornar o estudo sem estímulo por parte do aluno e consequentemente essa atividade se transforma em uma prática mecanizada de aplicação de leis e fórmulas através de fórmulas, denominada concepção matematizada.

A concepção citada acima é mais frequente nas escolas que ainda seguem os padrões tradicionais de ensino, onde segundo a visão do professor, a repetição de exercícios que explorem a mesma fórmula levará esse a “decorar” tal fórmula e aplicar em exercícios semelhantes.

Os profissionais que concebem o ensino da Física nessa perspectiva não construíram em si o propósito da educação que promove a emancipação e forma seres pensantes e atuantes. Visa-se a repetição como modo de aprendizado e diante disso deixa de lado a construção de saber que é responsável pela formação significativa do aluno.

A repetição associada ao ensino da Cinemática torna esse conteúdo extensivo e desse modo quase todo tempo é gasto no estudo do movimento uniforme e uniformemente variado onde não se faz nenhuma ligação com as funções afim e quadrática. Dentro desse contexto, o aluno constrói gráficos em Física e em Matemática; estudam as funções em ambas as disciplinas e não é convidado a relacioná-las e conhecer a importância das funções para o estudo dos movimentos, bem como a importância dos movimentos como forma de visualizar a aplicação das funções.

Quando parte para o estudo do lançamento de projéteis, pouca relação é feita com os movimentos e dessa forma não se permite que o aluno estabeleça relações entre os conceitos e possa compreender que um corpo em queda livre ou lançado de cima para baixo ou de baixo para cima descreve um MUV que é definido por uma função quadrática.

No estudo do lançamento oblíquo pouco é explorado sobre a relação entre o ângulo inicial e a altura máxima atingida pelo objeto. Tal exclusão, geralmente, deve-se ao fato de o aluno ter pouca base em trigonometria e por isso o professor acha melhor deixar de lado tal abordagem, muitas vezes por medo de confundir o aluno. No que diz respeito ao movimento, a discussão sobre a composição dos movimentos verticais e horizontais é pouco enfatizada e o aluno muitas vezes estuda ambos de modo dissociado, como se fosse algo que não tivesse relação nenhuma.

Geralmente os conceitos são apresentados ao educando de modo superficial e em virtude dessa desconstrução dos conceitos, são apresentadas as fórmulas para o movimento horizontal e vertical dos corpos, o seno e o cosseno do ângulo formado com a horizontal, tudo pronto, basta o aluno “decorar” as fórmulas para aplicar na resolução dos exercícios que são pautados em repetições dos exemplos feitos pelo professor.

Nessa perspectiva esse conteúdo tão rico em aplicações cotidianas muitas vezes é apresentado em uma única aula, de modo simplificado, sem contexto nem articulação com outra disciplina. Não é possibilitado ao aluno desenvolver os exercícios em parceria com o professor de Matemática e dessa maneira poder construir os gráficos.

Quando o aluno já conhece as teorias relativas ao conceito explorado, pode-se procurar explorar a construção gráfica e a partir dela possibilitar que o aluno constate que o movimento horizontal descreve uma função afim e o vertical uma função quadrática. Junto ao professor de Matemática o aluno pode ser levado a compreender a composição das funções e ao estabelecer esse processo, ele perceberá que o resultado é uma função quadrática que cujo traçado expõe exatamente o trajeto do lançamento.

A Matemática tem muita aplicação na Física e em especial no lançamento oblíquo, no entanto, essa não pode servir à Física as fórmulas prontas, mas dar subsídios para interpretar os fenômenos físicos. Cabe ao professor saber articular as aulas e promover atividades que promovam situações de aprendizado real.

Entre as perspectivas para uma abordagem mais significativa para o lançamento oblíquo pode-se destacar o desenvolvimento de situações de movimento baseada em experimentos reais. Entre o conceito e os exercícios, o professor apresenta o experimento e permite que o aluno visualize na prática as interações entre as grandezas que serão abordadas nos exercícios. Os exercícios também precisam estar intercalados entre teoria e prática e tal prática deve ser feita com questões que explorem situações reais e promovam o interesse do aluno

2.3.1 Exercícios que promovem a contextualização e a construção do conceito de lançamento oblíquo

As atividades a seguir foram retiradas respectivamente dos livros de *Carron e Guimarães* (2003) e *Silva e Filho* (2010). Tais questões são sugeridas para o estudo do lançamento oblíquo, pois propõem a interpretação e a reflexão sobre o problema e possibilitam que o aluno utilize as ferramentas que conhece para chegar à sua resolução.

Exemplo 2.1. Um jogador de futebol chuta uma bola, inicialmente parada no solo, com velocidade inicial de 25 m/s e formando um ângulo de 37° com a horizontal. Despreze a resistência do ar. Dados: g = 10m/s²; sen37°= 0.6

a) Após quanto tempo, a partir do lançamento, a bola retorna ao solo?
b) Trace uma figura que mostra o movimento da bola, com os pontos de altura máxima e alcance.

Resolução:

Essa proposta de atividade apresentada incentiva a compreensão por parte do aluno, pois trata-se de uma situação que ele vivencia sempre e dessa forma ao ler, terá mais facilidade para visualizar o movimento.

a) Nesse item, ele precisa em primeiro lugar identificar se a resolução irá depender do movimento horizontal ou vertical. No movimento vertical ele verificará que há informações suficientes, sabe-se que o móvel tem velocidade inicial 25m/s. Em virtude da inclinação de 37°, essa velocidade inicial sofrerá uma variação, nesse caso, sendo o eixo vertical, eixo dos senos, conclui-se que $V_0 = 25.sen37° = 25.0,6 = 15m/s$*. O corpo atinge a altura máxima com velocidade nula a partir de uma aceleração gravitacional constante de -10m/s² (negativa, pois está subindo). Diante desse contexto, para cada segundo desacelera 10m/s, logo para desacelerar 15m/s, serão necessários 1,5s. Nesse caso, sabendo que tempo de subida é o mesmo de queda, logo, o tempo total será três segundos.*

b) Antes de esboçar o gráfico é preciso determinar o alcance e a altura máxima solicitada. Para determinar o alcance, é preciso considerar a influência da inclinação no movimento, fazendo com que $V_0 = 25.cos37°$*. Para saber cos37° será preciso que o aluno recorra à relação fundamental da trigonometria, caso ainda não tenha estudado, o professor indicará o valor cos37° = 0,8, logo* $V_0 = 25.0,8 = 20m/s$*. Diante dessa situação e sabendo que o movimento horizontal obedece a uma função afim e que o tempo gasto foi e 3s, pode-se concluir que o alcance será: A = 20.3 = 60m.*

A altura máxima pode ser encontrada considerando o movimento vertical definido por uma função quadrática. Considerando que a altura inicial é zero e $V_0 = 25.sen37°$*, conclui-se que* $V_0 = 25 . 0,6 = 15m/s^2$*. Sabendo que a altura H é definida por* $H = 15.t - 10t^2/2$ *e que o tempo de subida foi 1,5s, conclui-se que H = 11,25m.*

Com esses dados em mãos o aluno poderá esboçar o movimento. Mais uma vez indica-se a utilização de um recurso computacional para visualizar esse processo onde com mais facilidade e interatividade o aluno estabelece a construção gráfica e compreende o movimento.

A partir do recurso computacional wxMaxima é possível construir esse gráfico. Para isso é preciso antes fazer a composição dos dois movimentos: horizontal e vertical.

$$H = 15t - 5t^2 \tag{7}$$

$$A = 20t \tag{8}$$

Para A = 20t, tem-se que t = a/20, logo substituindo a equação (8) na equação (7), chega-se à equação abaixo:

$$H = 15.A/20 - 5(A/20)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)A - \left(\frac{1}{80}\right)A^2. \tag{9}$$

Para esboçar o gráfico é preciso delimitar o intervalo para o eixo x, como esse representa o alcance, pode-se tomar [0,60m] e construir a equação do wxMaxima:

*plot2d (3*a/4 - a^2/80, [a, 0, 60])$*

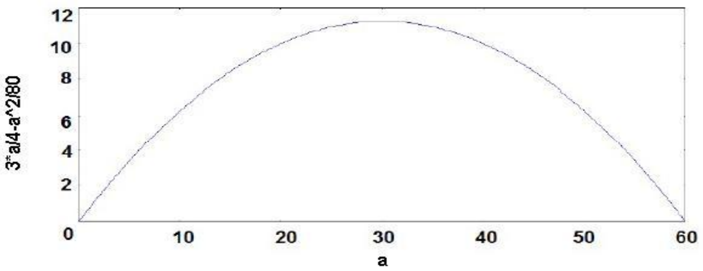

Figura 4: Gráfico do deslocamento em função do tempo de uma bola lançada obliquamente

Esse esboço permite ao aluno verificar todos os cálculos que fez e verificar que obteve êxito na resolução.

Exemplo 2.2. Um tubo hidráulico jorra água com inclinação de 30° em relação à horizontal. A velocidade inicial é de 10m/s². Determine

a) Altura máxima
b) Alcance
c) Esboce a figura que mostra o movimento da água

Resolução:

Antes de determinar tal solução é preciso determinar o tempo. Como foi enfatizado no exercício anterior. Considerando o movimento vertical, sabe-se que a água parte *com velocidade de 10m/s, em virtude da inclinação de 30° essa velocidade é reduzida (no sentido em estudo) a 10.sen30° = 10.0,5 = 5m/s. Nesse caso o aluno deve lembrar que 30° é um ângulo notável e seu seno é 0,5. Diante desa situação e sabendo que a aceleração aplicada é a gravitacional (-10m/s²), tem-se que chegar à velocidade nula (alcançada na altura máxima). O aluno concluirá que em 0,5s alcança a altura máxima e que leva 1s para voltar ao solo.*

a) Para a altura máxima, considera-se o movimento vertical, definido por uma função quadrática e conclui-se que $h = 5t - 5t^2$ *, para t = 0,5s tem-se h = 1,25m.*

b) Para o alcance é preciso o movimento horizontal, definido pela equação linear $A = 10\cos 30°.t$, *logo conhecendo o cosseno de 30° = 0,866, chega ao valor* $A = 10 .0,866t$*, para t = 1s, tem-se A= 8,66m.*

c) O esboço é feito de modo similar ao caso anterior no wxMaxima. Para fazer a composição é possível chegar à equação do percurso:

$$h = 5t - 5t^2 \tag{10}$$

$$A = 8,66t \tag{11}$$

Tomando t = A/8,66 e substituindo na equação (10), chega-se à equação:

$$h = 0,577A - 0,067A^2 \tag{12}$$

No wxMaxima, temos:

*plot2d (577*a/1000 – 67*a^2/1000, [a, 0, 9])$*

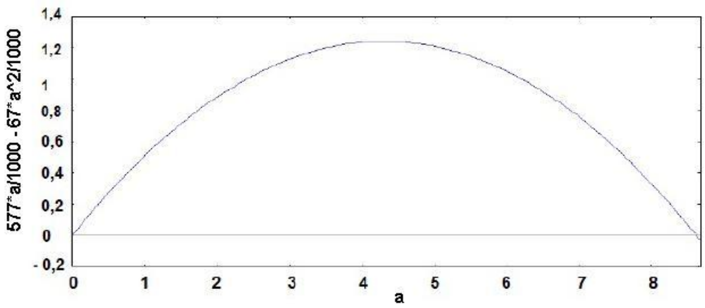

Figura 5: Gráfico do movimento da água que jorra de um tubo hidráulico

Atividades desse tipo desenvolvem os conceitos, a interpretação da situação, os caminhos para se chegar aos resultados, a articulação com a matemática e a visualização gráfica. Para uma boa explanação do conteúdo, o professor precisa desenvolver de forma clara os conceitos e possibilitar que os exercícios promovam a articulação exposta acima. Desse modo será possível ver a Física com um novo olhar. Olhar de quem estuda, aprende e aplica nas situações do dia-a-dia.

Capítulo 3

3 A INTERDISCIPLINARIDADE

A difusão do conhecimento na história da humanidade, durante muito tempo foi marcada pela composição de saberes de diversas áreas do conhecimento. Diante desse contexto, os grandes estudiosos e propagadores do saber eram pessoas com grande conhecimento que não se limitava a uma única área do saber, mas a uma gama delas. Muitas vezes um grande Matemático podia apresentar saberes extraordinários em Astronomia, Filosofia, Física entre outras ramificações do saber, pois o conhecimento era visto como um conjunto.

O crescimento da humanidade e a propagação das informações cada vez mais rápida fez surgir a necessidade de profissionais especializados em curto espaço de tempo e que pudessem conciliar estudos, trabalho e vida em sociedade. Essa necessidade promoveu a fragmentação do saber, os profissionais passaram a se especializar em áreas específicas da ciência, da saúde, do ensino, etc. e assim cada um passou a ter sua área de atuação e o domínio de um determinado saber.

Essa transformação teve grande impacto na educação, com a fragmentação do processo de ensino, cada profissional se especializou em uma área e dessa forma o aluno tem aulas de várias disciplinas, cada uma ministrada por um profissional que na maioria dos casos não procura relacionar esses saberes o que vem a promover em muitas situações uma mera transmissão de conceitos sem preocupação com o aprendizado.

A manifestação da divisão do saber por áreas fez surgir a necessidade de aproximar tais ramificações e assim surge o termo interdisciplinaridade, como sinônimo de inter-relação entre as áreas do saber na busca de um conhecimento contextualizado e com conexão entre as áreas e sua aplicabilidade.

Essa necessidade é motivo para várias discussões, conforme afirma Fortes:

> Tendo em vista essas reflexões a interdisciplinaridade se realiza como uma forma de ver e sentir o mundo, de estar no mundo, de perceber, de entender as múltiplas implicações que se realizam, ao analisar um acontecimento, um aspecto da natureza, isto é, os fenômenos na dimensão social, natural ou

> cultural. É ser capaz de ver e entender o mundo de forma holística, em sua rede infinita de relações, em sua complexidade (p.9).

Como enfatiza a autora, é necessário que o aluno perceba que aquilo que estuda é útil para a sua vivência e isso só é possível com uma prática interdisciplinar que possibilita para uma determinada informação, a incorporação em diversas áreas e sua articulação com a vivência social e atuação no meio. Para que esse aspecto torne-se real é preciso que o professor compreenda que não basta somente trabalharem juntos, sem articular os conteúdos, pois isso seria apenas uma pluridisciplinaridade que não ajuda, deve-se promover a junção significativa e preparar para um aprendizado transdisciplinar onde as relações estabelecidas entre as informações são indissociáveis e permaneçam na vivência do educando.

Hoje se vê a necessidade interdisciplinar não somente na educação, mas em várias outras áreas é o caso da Biofísica e Bioquímica que surgiram devido à necessidade da integração para responder aos problemas que surgiram nessas duas áreas e que a solução dependia dessas parcerias. Para Japiassu apud Fortes (p.7) “A interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa”. Essa intensidade e o compromisso estabelecido entre os especialistas de cada área é a chave para a consolidação dos resultados esperados.

Portanto, vencer as barreiras e promover a implantação da prática interdisciplinar é o grande objetivo da educação em busca de um projeto educacional que valoriza a integração do saber e o aprendizado com significado vivencial.

3.1 O currículo escolar

Quando se fala em currículo escolar logo vem à mente as ideias de grade curricular e conteúdos escolares. No entanto, o currículo vai muito além, é ele que direciona o projeto político pedagógico da escola e possibilita as tomadas de decisões diante dos caminhos seguidos pela escola em prol da universalização do saber.

É a discussão do currículo que permite repensar o significado e a qualidade da educação escolar e sua influência na formação integral do aluno. Esse debate envolve não somente o grupo gestor escolar, mas vai desde os decretos federais ou estaduais até a participação do aluno de comunidade escolar. Segundo Saul apud Padilha:

> [...] esse diálogo envolvente permite trazer para a discussão curricular os assuntos e as noções de mundo, de região, da comunidade que circunda a escola. Ou seja, nessa visão de currículo você pode ter pessoas que estão se escolarizando e, ao mesmo tempo, estão em processo de cidadania. A escola ganha, então, um lugar dentro do projeto político que você vive em cidade. Essa educação assim praticada, é formadora de uma cultura pedagógica “politizada”. E essa escola perde, então, aquele tradicional lugar de servir “inocentemente” ao projeto político implícito dentro dos diários oficiais; sim [...] parecem não ter, mas os diários oficiais cumprem um papel e um projeto político [...] (2004, p.9).

É o modelo de currículo citado por Padilha (2004) que deve ser construído nas escolas, em especial, as de Ensino Médio, etapa da escolaridade onde se consolida os saberes e atitudes para a atuação no meio em que vive. Diante desse contexto essa educação “politizada” deve oferecer aos alunos os meios necessários para compreender as transformações políticas e sociais que ocorrem no ambiente onde o mesmo está inserido. Para que isso ocorra, deve-se conceber o processo educativo como uma constante construção, uma sequência que sempre precisa ser revisada e discutida em busca da excelência.

O currículo escolar que incentiva a autonomia, curiosidade crítica e o prazer em aprender, valoriza a participação dos demais segmentos escolares e não se limita aos conteúdos conceituais, mas sim, preocupa-se em atingir os conteúdos atitudinais que é o modelo ideal para a construção de um processo de ensino aprendizagem significativo. Esse modelo ao ser adotado pela escola refletirá na formação de um educando crítico e envolvido na perspectiva de crescimento pessoal e profissional e engajado no projeto de luta pela promoção social.

3.1.1 A importância do planejamento

Planejar é uma tarefa que vai muita além da seleção de conteúdos que serão abordados em determinado momento do processo de ensino-aprendizagem. Trata-se de um processo muito amplo em pesquisa e organização que visa o direcionamento da prática de cada educador. Através dessa atividade o professor direciona sua atuação e pensa nas melhores técnicas para promover a aprendizagem. Segundo Coroacy, planejamento,

> [...] “é um processo que se preocupa com ‘para onde ir’ e ‘quais as maneiras adequadas de chegar lá’, tendo em vista as possibilidades futuras, para que o desenvolvimento da educação atenda todas as necessidades do desenvolvimento da sociedade, quanto as do indivíduo” (1972, p.79).

Segundo a citação, nota-se a gama de preocupações que devem estar inseridas no ato de planejar. É essa atividade que direciona o cidadão que esta sendo formado, possibilita a inserção deste no mercado de trabalho e fornece meios para mudar seu modo de ver e agir sobre o meio.

O ato de planejar deve levar em conta os quatro pilares da educação: <u>*aprender a conhecer*</u> o meio que o cerca, pois só assim ele desenvolve suas capacidades profissionais e passa a ter o prazer de compreender, conhece e descobrir; <u>*aprender a fazer*</u> não somente com o simples significado de preparar alguém para uma tarefa material, mas proporcionar a formação profissional, permitir que ponha em prática o que aprendeu e adaptar-se às condições de trabalho futuras, de acordo com o progresso da humanidade; <u>*aprender a viver juntos,*</u> pois é na colaboração e participação com os outros que se desenvolvem as potencialidades para o desenvolvimento das atividades humanas e por fim <u>*aprender a ser*</u> a partir do desenvolvimento das forças e referências intelectuais que lhes permitam compreender o mundo que os rodeia e comportarem-se nele como atores responsáveis e justos.

Como diz Freire (1996, p.47) em pedagogia da autonomia “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Essas possibilidades de construção irão contribuir para a formação efetiva do cidadão crítico e atuante que a sociedade precisa para continuar a crescer intelectualmente. Tais possibilidades serão reais se o docente tiver a consciência da importância do ato de planejar.

3.2 A sequência didática

Segundo Zabala (1998, p.18) sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

A sequência didática é um processo de essencial importância no ensino-aprendizagem, pois o educador que deseja desenvolver uma educação emancipadora, que colabora com a formação de cidadãos, é indispensável que ele saiba onde deseja chegar (intencionalidade) ao realizar uma proposta de ensino e aprendizagem.

Vê-se, portanto, que diante do contexto em que se procura promover a interação entre conteúdos de duas disciplinas, a sequência didática é um procedimento propício, pois ajuda o docente a organizar, coerente e adequadamente a atividade planejada.

3.2.1 Apresentação da sequência didática

- **Título:** Ensino e aprendizagem de funções e lançamento oblíquo em uma perspectiva interdisciplinar

- **Competências e habilidades:** Construir os conceitos de funções afim e linear; Desenvolver os conceitos relacionados ao estudo do lançamento oblíquo; Promover a contextualização dos conteúdos; Possibilitar a interação entre os conteúdos apresentados; Interpretar as situações problemas apresentadas; Apresentar atividades práticas para aprimorar as definições discutidas.

- **Conteúdos**: Função afim; Função quadrática; Lançamento oblíquo.

- **Série:** 1º Ano Médio

- **Tempo estimado:** Dezoito aulas que equivale a três semanas e com a junção das aulas de matemática e Física. Para complementar haverá três momentos com duração de duas horas aula de atividade extraclasse. Estas serão divididas em 12 momentos com duas aulas cada.

- **Desenvolvimento:**

1º Momento: A sequência didática será apresentada aos alunos. Neste instante serão discutidas as novas abordagens que se procura desenvolver através desse processo educativo. Após essa etapa, o aluno será colocado diante de uma situação problema do cotidiano onde será induzido a interpretá-la e em seguida esboçar um possível gráfico para a evolução. Após essa tarefa o professor buscará extrair do aluno suas percepções diante do movimento descrito no gráfico. Esse é o momento propício para apresentar o conceito de função linear, identificar os casos particulares e explorar a importância dos coeficientes a e b.

2º Momento: O aluno identificará os zeros da função. Diante dessa propriedade e dos coeficientes que já conhece, o educando vai verificar que o gráfico é uma reta e aprenderá a construí-lo sem a necessidade de tabelas e fará as transposições equação-gráfica e gráfica-equação. Serão discutidas algumas propriedades da função afim e aplicações em outras áreas do saber.

3º Momento: Esse é o momento extraclasse, onde o aluno aprofundará o conhecimento relacionado ao estudo da função afim a partir da análise de diversas situações problemas cuja solução precisa dos conhecimentos referentes ao estudo da função afim.

4º Momento: De modo similar ao primeiro momento será apresentada uma situação problema onde o aluno será induzido a observar que a evolução segue os padrões de uma função polinomial do segundo grau, logo o professor ampliará a discussão e apresentará o conceito de função quadrática, suas raízes e representações.

5º Momento: O professor irá apresentar a forma canônica da função, em seguida abordará a influência de cada parâmetro da função e a importância do vértice para a determinação dos pontos de máximo e mínimo, bem como sua relação com a forma canônica. É momento oportuno para mostrar que o gráfico da função é uma parábola, para isso ele mostrará que dado um ponto P(x, y) qualquer da função, tem-se que d(P, d) = d(P, F), onde *d* é a reta diretriz e *F* é o foco da parábola.

6º Momento: Construção do gráfico da função quadrática. Para essa atividade o professor utilizará o laboratório de informática e apresentará o wxMaxima como recurso facilitador da visualização, em seguida fará a construção de alguns gráficos relacionados.

7º Momento: Serão apresentadas e discutidas algumas aplicações da função quadrática em outros conteúdos matemáticos e em outras ciências. Em cada caso serão desenvolvidos exemplos que facilitem a compreensão.

8° Momento: Em situação extraclasse serão desenvolvidas atividades para a consolidação do estudo da função quadrática. Tais problemas serão contextualizados e promoverão a ligação entre a Matemática e outras áreas do saber.

9º Momento: Apresentação do conceito de lançamento oblíquo a partir de um problema contextualizado. Diante dessa proposta o aluno será incentivado a descobrir que o lançamento oblíquo obedece a duas trajetórias a horizontal e a vertical. Nessa perspectiva será enfatizada a influência do ângulo de lançamento e fazendo uma ponte com os conteúdos matemáticos apresentados, serão discutidas as relações entre as equações do movimento horizontal e a função afim; equação do movimento vertical e função quadrática e assim o aluno notará que uma é a aplicação da outra. Em seguida o aluno observará que o gráfico do movimento é uma composição desses movimentos.

10º Momento: Serão desenvolvidas no laboratório de informática com o auxílio do wxMaxima, atividades que solicitam o estudo dos movimentos horizontais e verticais do lançamento, enfatizando a interpretação, resolução e esboço do gráfico que representa o trajeto desenvolvido pelo projétil durante o lançamento.

11° Momento: Resolução de exercícios extraclasse para aprimorar os conceitos estudados.

12° Momento: Serão desenvolvidas atividades práticas através das quais o aluno visualizará os conceitos estudados nos momentos anteriores da atividade desenvolvida.

- **Avaliação:** Será aplicada uma avaliação escrita e nesta será cobrado do aluno a assimilação dos conceitos estudados. Essa atividade será desenvolvida no laboratório de informática onde o mesmo terá o auxílio do wxMaxima para visualizar o processo.

3.3 Uma nova perspectiva para o ensino de funções afim e quadrática e lançamento oblíquo: elaboração e análise da situação didática

A situação didática acima exposta é um modelo de atividade que propõe a interação entre as disciplinas Física e Matemática com o objetivo de facilitar a compreensão dos conteúdos e promover um aprendizado significativo. Vejamos a análise de cada momento.

1º Momento: Função Afim

A introdução ao estudo da função afim merece uma grande ênfase, pois ela é o ponto de partida para a apresentação do conceito, portanto é necessário partir de uma situação problema que tenha o objetivo real de expor a importância e aplicabilidade desse tipo de função. É importante também que esse problema possa ser generalizado para uma situação dentro do conjunto dos números reais e esteja contextualizada e interligada com outra área do saber.

Vejamos a situação problema a seguir que foi adaptada do livro de Dante (2010):

Um tanque com capacidade para 6000L de água encontra-se com 1200L. Ao abrir a torneira nota-se que ela joga 10L por minuto. Determine.

a) A quantidade de água acumulada no tanque após duas horas.
b) Uma lei que expresse a quantidade de água no tanque (em litros) em função do tempo (em minutos)
c) O tempo necessário para encher o tanque.
d) Esboce um gráfico que represente essa evolução.

Resolução:

Nota-se que essa atividade propõe ao aluno uma reflexão diante da problemática:

- No item (a) ele poderá propor que duas horas são 120 minutos, como em cada minuto jorram 10L, temos 120 x 10 + 1200 = 2400L

- No item "b" ele poderá raciocinar da seguinte maneira: há 1200 litros e a cada minuto recebe mais 10 litros. Chamamos de Q a quantidade em litros e t o tempo em minutos, temos:

$$Q = 10t + 1200 \text{ ou } Q = 1200 + 10t \qquad (13)$$

- No item (c) o aluno precisa compreender que o tanque cheio corresponde a 6000L. Logo, basta tomar Q = 6000 e descobrir o valor de t em minutos. Isto é:

$$Q = 1200 + 10t \qquad (14)$$
$$6000 = 1200 + 10t$$
$$10*t = 4800$$
$$t = 480 \text{ minutos} \rightarrow t = 8 \text{ horas}$$

No item (d) o aluno irá notar que o crescimento e proporcional e assim obterá uma reta em seu traçado. Para primeira apresentação, como o aluno ainda não conhece as propriedades desse tipo de função, o mesmo poderá construir uma tabela que relacione a quantidade em litros com o tempo em minutos. Para isso ele poderá tomar valores aleatórios para o tempo.

t (minutos)	Q = 1200 + 10*t
0	1200 + 10*0 = 1200
20	1200 + 10*20 = 1400
40	1200 + 10*40 = 1600
60	1200 + 10*60 = 1800
80	1200 + 10*80 = 2000
100	1200 + 10*100 = 2200
120	1200 + 10*120 = 2400

Tabela 2: Quantidade de água (L) em um tanque em função do tempo (min).

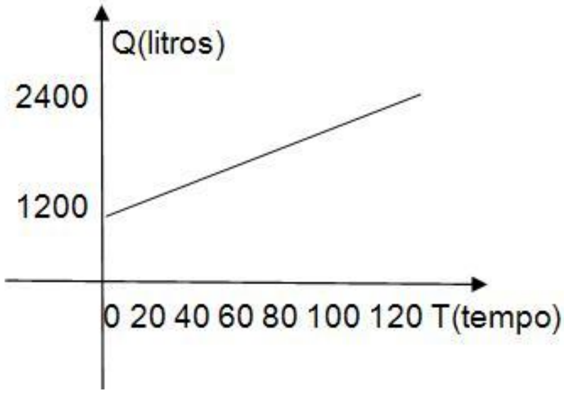

Figura 6: Gráfico da variação do volume de água em um tanque em função do tempo

Esse esboço é o ponto de partida para a introdução ao estudo da função afim.

Definição 3.1. Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tais que f(x) = ax + b, para todo $x \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Diante dessa definição é necessário salientar que os termos a e b são denominados coeficientes e que quando um desses termos não aparece significa que o respectivo coeficiente é zero e assim tem-se os casos particulares:

Função identidade: f(x) = x. Nesse caso tem-se que a = 1 e b = 0.
Função linear: f(x) = ax. Nesse caso tem-se que b = 0.
Função constante: f(x) = b. Nesse caso tem-se que a = 0. Por exemplo: f(x) = -2 e f(x) = $\sqrt{7}$.

Dados os casos particulares é o momento oportuno para compreender a importância dos coeficientes a e b na construção da função afim.

O coeficiente a é chamado de taxa de variação da função afim ou taxa de crescimento da função, ele é constante em todos os pontos da função e está inteiramente relacionado com a rapidez em que o gráfico cresce ou decresce.

O coeficiente b, também chamado de coeficiente linear determina a imagem de f(0), ou seja, o ponto onde o gráfico intersecta o eixo y.

Observação 3.1. (Generalização dos coeficientes) Para generalizar os casos de a e b, tomamos a função f(x) = ax + b e determinamos dois pontos distintos:

$$\begin{cases} f(x_1) = ax_1 + b \\ f(x_2) = ax_2 + b \end{cases} \qquad (15)$$

com $x_1 \neq x_2$. Fazemos $f(x_2) - f(x_1) = (ax_2 + b) - (ax_1 + b)$ e conclui-se que

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \qquad (16)$$

Para conhecer o coeficiente b, basta substituir o valor de a em $f(x_1)$ e isolar o termo b e assim obter:

$$b = \frac{f(x_1).x_2 - f(x_2).x_1}{x_2 - x_1} \qquad (17)$$

Esse percurso feito no 1º momento permitiu que o aluno conhecesse a função afim e seus termos o próximo passo é conhecer as demais propriedades e construir o gráfico.

<u>2º Momento:</u> Raiz da função afim

Definição 3.2. Dada uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chama-se raiz (ou zero) da função o ponto do domínio, tal que f(x) = 0.

Por exemplo, se f(x) = 3x – 8, fazendo f(x) = 0, tem-se $3x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{8}{3}$. Logo o ponto $x = \frac{8}{3}$ tem imagem igual a zero e é denominado raiz ou zero da função.

Observação 3.2.: Uma função constante não nula não possui zero.

A partir do zero é possível construir o gráfico da função em estudo.

Gráfico da função afim

Dada a função do tipo f(x) = ax + b, podemos mostrar que o mesmo é uma reta. Essa demonstração é feita por Dante (2010) em seu livro, onde o mesmo afirma que basta tomar três pontos distintos da função $P_1(x_1, ax_1 + b)$, $P_2(x_2, ax_2 + b)$ e $P_3(x_3, ax_3 + b)$ e provar que eles são colineares (podemos supor sem perda de generalidade que $x_1 < x_2 < x_3$). Para isso basta mostrar que $d(P_1,P_2) + d(P_2,P_3) = d(P_1,P_3)$. Usando a fórmula da distância entre dois pontos, se obtém:

$$d(P_1,P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [(ax_2 + b) - (ax_1 + b)]^2} \qquad (18)$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2}$$

$= \sqrt{(1+a^2)(x_2-x_1)^2}$

$= (x_2-x_1)\sqrt{1+a^2}$

De modo análogo, observa-se que:

$$d(P_2,P_3) = (x_3 - x_2)\sqrt{1+a^2} \text{ e } d(P_1,P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1+a^2} \quad (19)$$

Logo:

$$d(P_1,P_2) + d(P_2,P_3) = (x_2 - x_1 + x_3 - x_2)\sqrt{1+a^2} = = (x_3 - x_1) = d(P_1,P_3) \quad (20)$$

Portanto, o gráfico da função linear é uma reta. Diante disso, sabendo que entre dois pontos passa uma única reta, basta conhecer o coeficiente b (ponto onde o gráfico intersecta o eixo y) e a raiz (ponto em que o gráfico intersecta o eixo x). Vejamos:

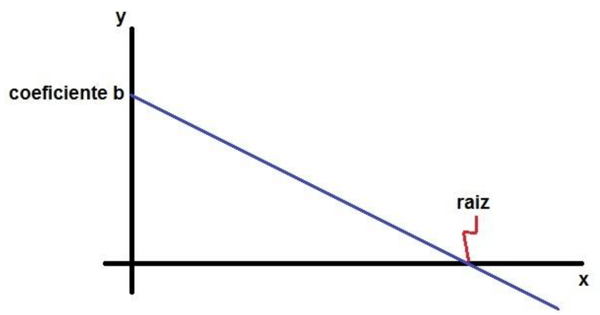

Figura 7: Localização da raiz e do coeficiente b no gráfico de uma função afim

Definição 3.3. Uma função afim é crescente quando a taxa de crescimento é positiva e decrescente quando a taxa de crescimento é negativa.

Exemplo 3.1 Considere a função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por f(x) = 2x - 3 e determine:

a) Ponto em que intersecta o eixo x.
b) Ponto em que intersecta o eixo y.
c) A função é crescente ou decrescente.
d) Esboce o gráfico.

Resolução

a) A função intersecta o eixo x em sua raiz, logo fazemos: 2x – 3 = 0 e resolvendo obtém-se como raiz o ponto x = $\frac{3}{2}$.
b) Intercepta o eixo y no ponto y = - 3 (valor do coeficiente b)

c) A função é crescente, pois a>0.

d) Conhecidos os pontos que intersecta os eixos x e y e sabendo que o gráfico é uma reta, basta traçar a reta.

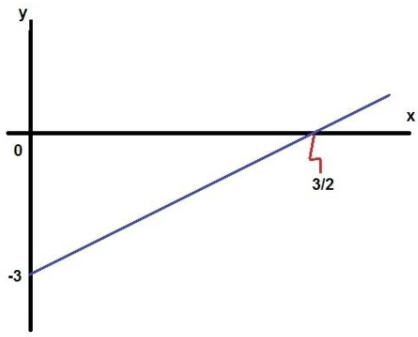

Figura 8: Gráfico da função f(x) = 2x – 3

Conhecido o gráfico e as suas propriedades da função afim podem-se verificar algumas de suas aplicações:

Função afim e progressão aritmética (P.A)

A função afim f(x) = ax + b transforma toda progressão aritmética em outra progressão aritmética.

Exemplo 3.2. Dada a P.A (0,1,2,3,4) de razão 1, a função f(x) = 3x – 1, transforma na P.A (-1,2,5,8,11).

Função linear e proporcionalidade

Duas grandezas são proporcionais se para cada valor x de uma delas corresponde um valor y bem definido na outra (x→ y), satisfazendo:

- Quanto maior for x, maior será y;
- Se dobrarmos, triplicarmos, etc. o valor de x, o mesmo ocorrerá com o valor de y, ou seja: se x→ y então nx→ ny para todo n ∈ N*.

A correspondência x→ y que satisfaz essas condições é chamada proporcionalidade.

Se uma função f: $\mathbb{R}^{+} \rightarrow \mathbb{R}^{+}$ é uma proporcionalidade, então f(x) = ax, em que a = f(1), para todo x positivo.

Note que quando a > 0 f(x) transforma um número positivo x em um número positivo ax. Tem-se então uma proporcionalidade f: $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, logo a função linear é um modelo matemático para os problemas de proporcionalidade.

Função afim e movimento uniforme

Quando um móvel desenvolve um movimento cuja velocidade é a mesma em todo o percurso, classificamos esse movimento em uniforme. Nesse caso em intervalos de tempo iguais têm-se deslocamentos iguais.

Dessa forma temos que a posição final é dada pelo produto do tempo pela velocidade, somada com a posição inicial. Temos: $S = s_0 + vt$, onde S é a posição final, S_0 a posição inicial, V a velocidade e t o tempo do percurso.

Nota-se que S varia em função de t e que S_o e v são constantes. Ver-se também que os crescimentos ou decrescimentos são iguais para intervalos iguais, logo, trata-se de uma função afim, onde V corresponde à taxa de crescimento e S_0 é o coeficiente linear.

$$f(x) = ax + b \rightarrow S = vt + s_0 \qquad (21)$$

O exemplo a seguir foi elaborado especificamente para esse estudo com objetivo de expor uma aplicação do estudo desenvolvido.

Exemplo 3.3. Em um teste com um modelo de trem elétrico foi possível organizar um percurso onde o mesmo desenvolve um movimento com velocidade constante. O trem parte do marco 20 m e segue com velocidade 2m/s em todo percurso. Determine a posição do móvel nos cinco primeiros segundos.

Resolução: Verifica-se que $S_0 = 20m$, $v = 2m/s$, logo $S = 2t + 20$,portanto:

Para $t = 0 \rightarrow S = 2.0 + 20 = 20m$

Para $t = 1 \rightarrow S = 2.1 + 20 = 22m$

Para $t = 2 \rightarrow S = 2.2 + 20 = 24m$

Para $t = 3 \rightarrow S = 2.3 + 20 = 26m$

Para $t = 4 \rightarrow S = 2.4 + 20 = 28m$

Para $t = 5 \rightarrow S = 2.5 + 20 = 30m$

Após estudar os conceitos e aplicações o aluno poderá desenvolver atividades que estimule a sua fixação.

3° Momento

Esse momento será desenvolvido em situação didática extraclasse e será fundamental para consolidar os conceitos estudados no que diz respeito à função afim. Trata-se de uma série de problemas contextualizados e interdisciplinarizados que buscam melhorar a compreensão dos conceitos de função afim e ao mesmo tempo mostrar ao aluno a gama de aplicações referentes a esse conceito.

Os exercícios desse momento encontram-se no Apêndice A. Após esse estudo antes de entrar no conteúdo no instante que anteceder o momento seguinte é interessante desenvolver com os alunos uma discussão a respeito do aprendizado que os mesmos obtiveram e assim avaliar em termos qualitativos o empenho e aprendizado diante da metodologia proposta.

4º Momento: Função quadrática

A introdução ao estudo da função quadrática merece grande ênfase dentro da matemática e áreas afins, devido a sua aplicabilidade. Contudo, para uma aplicação segura e consciente é necessário que o aluno tenha uma base sólida diante desse conceito e de suas propriedades.

Analisemos a situação problema a seguir retirada de Dante (2010):

Os diretores de um centro esportivo desejam cercar uma quadra de basquete retangular e o espaço em volta dela com tela de alambrado. Tendo recebido 200m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível, pois assim haveria mais espaço para a torcida fora da quadra.

Compreensão do problema: Dados os 200m d/e tela, sabendo que a quadra é retangular, logo os lados opostos tem medidas iguais e a soma de lados diferentes será 100m. Verificamos a imagem a seguir:

Ilustração:

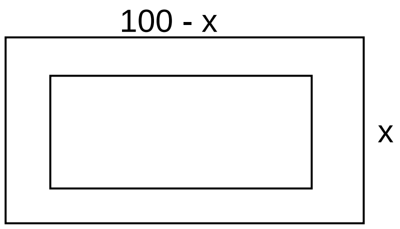

Figura 9: Esboço de uma quadra de basquete

Para determinar a área da quadra fazemos $f(x) = x(100 - x) \rightarrow f(x) = 100x - x^2$.

Como essa função tem o termo de maior expoente ($-x^2$), logo é denominada função quadrática. A resposta para o questionamento inicial surgirá no decorrer do estudo desse tipo de função.

Definição 3.4. Denomina-se função quadrática a função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com números reais a, b, c, com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

É importante observar a necessidade de $a \neq 0$, pois como já foi enfatizado, o termo ax^2 é o termo de maior índice da função.

Exemplo 3.4. $f(x) = 3x^2 - 2x + 4 \rightarrow a = 3, b = -2$ e $c = 4$

Zeros da função quadrática

Como já foi enfatizado em item anterior, determinar o zero ou zeros de uma função significa determinar o ponto ou pontos onde $f(x) = 0$. Temos:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \qquad (22)$$

Nota-se que a função transformou-se em uma equação do 2º grau. Portanto, para determinar as raízes ou zeros desse tipo de função é preciso resolver uma equação do segundo grau completa ou incompleta acompanhando uma das técnicas de resolução.

Exemplo 3.5. Vamos determinar os zeros ou raízes da função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 5x + 6$.

Resolução: Fazemos $x^2 - 5x + 6 = 0$, logo ao aplicar as relações de Girard, obtém-se: Soma das raízes S = 5 e produto P = 6. Basta encontrar dois números que obedeçam a essas relações que são 2 e 3.

Fazendo a verificação:

$$f(2) = 2^2 - 5.2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0 \qquad (23)$$

$$f(3) = 3^2 - 5.3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$$

Representação da função por fatoração

A fatoração é um dos métodos utilizados para facilitar a determinação das raízes ou zeros da função. Dadas os zeros x_1 e x_2 temos que na forma fatorada a função é representada por $f(x) = (x - x_1)(x – x_2)$.

Exemplo 3.6. 1) $f(x) = x^2 - 4$ → aplicando a diferença de quadrados, temos $f(x) = (x-2)(x+2)$, logo as raízes são 2 e -2.
2) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ → aplica-se a fatoração do trinômio quadrado perfeito e chega-se à forma $(x – 1)^2 = (x – 1)(x – 1)$, 0u seja a função tem as duas raízes iguais a 1.

<u>**5º Momento**</u>**:** A forma canônica da função quadrática

Para prosseguir os estudos relacionados à função quadrática é necessário que o aluno conheça a forma canônica da função que fornece meios que facilitarão a compreensão de algumas propriedades.

Dada a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos escrever:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right] \tag{24}$$

Utilizando o método resolutivo de equação do segundo grau, chamado completar quadrados tem-se que:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = = x^2 + \frac{b}{a}.x + \frac{b^2}{4a^2} \tag{25}$$

Observa-se que a forma fatorada tem as duas primeiras parcelas iguais às do trinômio quadrado perfeito acima. Vamos completar o quadrado:

$$f(x)=ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + 2.\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}\right] \tag{26}$$

Fazendo $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = \frac{4ac-b^2}{4a^2}$, onde $k = f(m)$, obtemos $f(x) = a(x – m)^2 + k$ (outra maneira para a forma canônica). (27)

Exemplo 3.7. Escrever a função $f(x) = x^2 - 4x – 6$ na forma canônica.

Resolução:

1) Completar quadrado:

$$x^2 - 4x – 10 = (x^2 - 4x) – 10 \tag{28}$$
$$= (x^2 - 4x + 4) – 10 – 4$$
$$= (x – 2)^2 - 14$$

2) Colocar m = - $\frac{b}{2a}$ e k = $\frac{4ac-b^2}{4a^2}$

$$f(x) = a(x-m)^2 + k \tag{29}$$

$$f(x) = x^2 - 4x - 10$$

$$a = 1,\ b = -4,\ c = -10$$

$$m = \frac{4}{2} = 2$$

$$k = 2^2 - 4.2 - 10 = 4 - 8 - 10 = -14$$

Portanto f(x) = $(x - 2)^2 - 14$

Gráfico da função quadrática

Conhecida a forma canônica é conveniente estudar o gráfico da função quadrática. Para mostrar que o gráfico é uma parábola, é necessário tomar o caso particular da função f(x) = x^2 e a partir dele é possível generalizar:

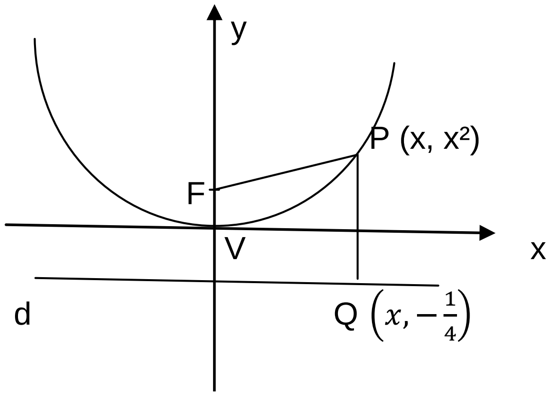

Figura 10: Generalização do gráfico de uma função quadrática

Afirmação: O gráfico da função f(x) = x^2 é a parábola cujo foco é F$\left(0,\ \frac{1}{4}\right)$ e d é a reta diretriz y = $\frac{1}{4}$. De fato, note que P(x, x^2) são as coordenadas de um ponto qualquer do gráfico da função f(x) = x^2. A distância de P ao ponto F$\left(0,\ \frac{1}{4}\right)$ é dada por:

$$d(P,F) = \sqrt{(x-0)^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2} \tag{30}$$

A distância entre o ponto P(x,x^2) e a reta y = $-\frac{1}{4}$ é dada por $x^2 + \frac{1}{4}$. Pela definição, basta verificar que:

$$\sqrt{x^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2} = x^2 + \frac{1}{4} \tag{31}$$

Como ambos são positivos, basta mostrar que seus quadrados são iguais:

$$x^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{4}\right)^2 \qquad (32)$$

$$x^2 + x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16} = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}$$

$$x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16} = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}$$

Logo d(P,F) = d(P,Q), onde Q é a projeção ortogonal de P sobre a reta diretriz. Portanto, o gráfico é uma parábola de foco $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ e diretriz y = $\frac{1}{4}$.

Os demais casos de função quadrática são decorrência do caso exposto acima. Sabendo que o gráfico da função quadrática é uma parábola, resta ao aluno compreender que a função quadrática é uma parábola.

Verificamos agora a influência de cada parâmetro no esboço do gráfico:

Parâmetro a - Determina o lado da abertura da concavidade e o tamanho da mesma. Se a > 0 a concavidade tem abertura para cima. Se a < 0 abertura e para baixo. Quanto maior o valor absoluto do parâmetro "a" maior a abertura.

Parâmetro b - Indica se a parábola cruza o eixo "y" no seu ramo crescente ou decrescente. Se b > 0 a parábola intersecta o eixo "y" no ramo crescente. Se b < 0 intersecta no ramo decrescente. Se b = 0 intersecta no vértice.

Parâmetro c - Determina o ponto onde a parábola intersecta o eixo "y".

O vértice e suas coordenadas

Uma parábola pode ter ponto máximo ou ponto mínimo. Esse ponto é denominado vértice.

Voltando à forma canônica da função, podemos dizer que o vértice é determinado por (m,k), onde m = $\frac{-b}{2a}$ e k = $\frac{4ac-b^2}{4a}$. Quando a parábola em concavidade para cima o ponto (m, k) é denominado ponto de mínimo e quando é voltada para baixo ponto de máximo.

<u>6º Momento</u>

Esse momento deve ser desenvolvido no laboratório de informática. Nele o professor vai trabalhar a construção do gráfico. Em primeiro instante o aluno será incentivado a construir um gráfico sem auxílio de tabela ou recurso computacional.

Voltamos ao exemplo introdutório do 4º momento: Pede-se para determinar as dimensões da quadra de área definida por f(x) = 100x – x^2. Vamos um pouco mais além e esboçar um gráfico que represente a relação entre área e o valor do lado x.

Resolução: Verifica-se que o parâmetro “a” é negativo, portanto a concavidade é voltada para baixo e logo terá mesmo um valor máximo. O parâmetro “b” é positivo, portanto a parábola intersecta o eixo “y” em seu ramo crescente e sendo c = 0 a parábola intersecta a origem do plano. As raízes são determinadas fazendo 100x – x^2 = 0, logo se conclui que são x = 0 e x = 100. Seu vértice será dado por (m, k) = $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$,logo temos $\left(\frac{-100}{2(-1)}, \frac{4(-1).0-100^2}{4(-1)}\right)$ = (50, 2500). Isso vem a significar que para a área ser máxima é preciso que o lado x tenha medida 50m, logo o lado 100 – x também terá a mesma medida. Portanto, o retângulo de área máxima é um quadrado.

É preciso ter cuidado de lembrar que o gráfico só é válido para o primeiro quadrante, pois área e comprimento são dimensões, portanto só admitem valores positivos. Esboçando o gráfico que pode ser visto na figura nº 11:

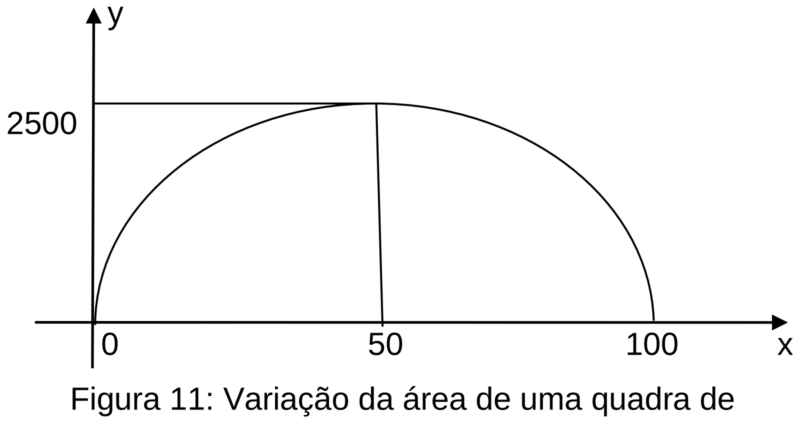

Figura 11: Variação da área de uma quadra de perímetro fixo em função da medida do lado

Para fac uno o Wxmaxima. Explica a ele a aplicabilidade dentro da matemática, sua importância e em seguida o instrui na construção gráfica da solução do problema a seguir retirado de Lima *et all* (2006): Um restaurante a quilo vende 100 kg de comida por dia, a R$ 12,00 o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, por cada real de aumento no preço, o restaurante perderia 10 clientes com consumo médio de 500g cada. Sabe-se que a receita obedece à função $f(x) = ax^2 + bx$. Qual deve ser o valor do quilo para que o restaurante tenha maior receita possível?

Resolução: Para determinar o valor de maior receita é preciso conhecer a função que representa essa receita, sabe-se que: f(12) = 1200, ou seja, para o quilograma a R$ 12,00 vende-se 100 quilogramas. Para um quilograma de R$ 13,00 perde-se 10 clientes diariamente, se cada cliente come 500g, logo serão vendidos apenas 95 kg, com receita de: f(13) = 13 x 95 = 1235. Logo:

$$\begin{cases} a.12^2 + b.12 = 1200 \\ a.13^2 + b.13 = 1235 \end{cases} \quad (33)$$

Resolvendo o sistema tem-se: a = - 5 e b = 160. Portanto, a receita é definida por $f(x) = -5x^2 + 160x$. Para saber a receita máxima basta definir o vértice da função, pois quando a < 0 a função tem ponto de máximo. Fazemos novamente (m,k) = $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$, logo temos:

$$\left(\frac{-160}{2(-5)}, \frac{4(-5).0-160^2}{4(-5)}\right) = (16, 1280). \quad (34)$$

Portanto, o valor do quilograma para obter uma receita máxima é de R$ 16,00.

Sabendo esses valores, o aluno observará a evolução através do wxMaxima. Em primeiro lugar é preciso definir os extremos do gráfico. Sabe-se que está sedo relacionado o valor do quilograma com a receita, logo ambos serão positivos. Deve-se, portanto, determinar as raízes, pois todo gráfico estará entre elas:

$$f(x) = -5x^2 + 160x. \rightarrow -5x^2 + 160x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 32. \quad (35)$$

Poderíamos, neste momento, fazer o uso do wxMaxima. Nele a função será dada por:

```
plot2d (-5*x^2 + 160*x, [x, 0, 32])$
```

O aluno precisa compreender os símbolos e a necessidade de determina o limite para cada extremo.

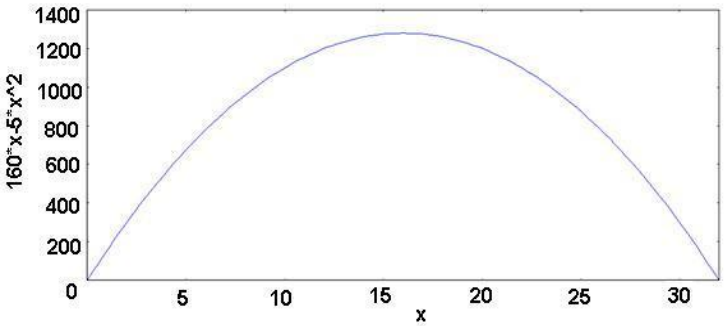

Figura 12: Variação da receita de um restaurante em função do preço do quilograma da refeição

Essa visualização permite ao aluno interpretar melhor o problema e comparar os dados obtidos.

Através desse programa é possível ainda que o aluno faça a transposição da forma gráfica para a algébrica que ainda é motivo de muitas dificuldades por parte do aluno. Vejamos o exemplo: Dado o gráfico a seguir, determinar os zeros, vértice e a partir deles chegar à função correspondente:

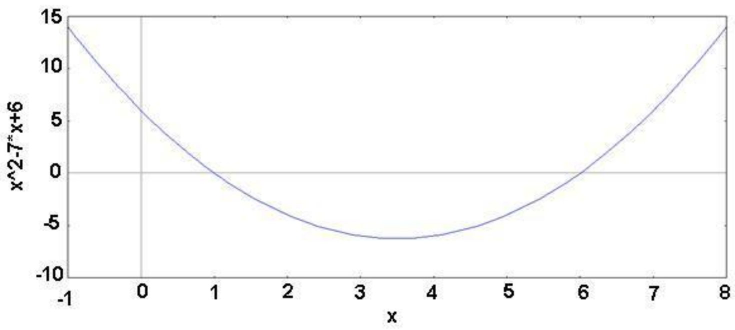

Figura 13: Gráfico de uma função quadrática

O aluno poderá verificar que as raízes são 1 e 6, logo concluirá que a equação será f(x) = (x-1)(x-6) = x^2 - 7x + 6. Com essas informações concluirá que o vértice será dado por novamente (m, k) = $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4ac}\right)$, logo temos $\left(\frac{-(-7)}{2.1}, \frac{4.1.6-7^2}{4.1}\right)$ = $\left(\frac{7}{2}, \frac{-25}{4}\right)$. A parábola tem concavidade para cima a > 0, intersecta sua parte decrescente b < 0 no eixo y no ponto (0, 6).

Outras situações podem ser solicitadas pelo professor para incentivar a interpretação de problemas e a interpretação gráfica.

<u>7º Momento</u>: Aplicações da função quadrática

A função quadrática tem uma grande aplicação tanto em outros conteúdos matemáticos quanto em outras ciências. A seguir estão expostas algumas das aplicações:

Movimento uniformemente variado (MUV)

Uma partícula que se desloca com aceleração constante em todo o percurso, desenvolve um MUV. Nesse caso é necessário considerar a posição em que iniciou o movimento e a velocidade que possuía nesse ponto. Confrontando esses dados é possível chegar à equação desse moimento dada por:

$$S = \frac{1}{2}at^2 + v_o.t + s_o, \tag{36}$$

onde **S** é a posição final, **a** é a aceleração, $\mathbf{v_o}$ é a velocidade inicial, **t** é o tempo e $\mathbf{s_o}$ é a posição inicial da partícula.

É preciso que o educador mostre para o aluno a relação dessa equação com a função quadrática dada por f(x) = ax² + bx + c, onde o parâmetro "a" corresponde à aceleração, "b" corresponde à velocidade inicial e "c" é a posição inicial. Veja a situação problema a seguir adaptada do livro de Dante (2006).

Um automóvel viaja com velocidade de 108km/h num trecho de uma estrada quando subitamente o motorista vê um acidente na pista. Entre o instante em que o motorista avista o acidente e aquele em que começa a frear ele percorre 20m e chegando à posição final do trajeto após 6s. Sabendo que a aceleração foi constante de 5m/s², e que a distância entre o carro e o acidente no momento em que ele o avistou era de 120m, verifique se o mesmo conseguiu evitar outro acidente. Esboce um gráfico que relacione a posição percorrida com o tempo.

Resolução: Verifica-se que S_o = 20m, V_o = 108km/h, t = 6s e a = -5m/s². Para padronizar as grandezas e preciso converter 108km/h em m/s que corresponde a 30m/s. Portanto:

$$S = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_o \tag{37}$$

$$S = \frac{1}{2}(-5)t^2 + 30t + 20$$

$$S = \frac{-5}{2}t^2 + 30t + 20$$

$$S = \frac{1}{2}(-5).6^2 + 30.6 + 20$$

$$S = -90 + 180 + 20$$

$$S = 110$$

Portanto, parou com 110m, ou seja, a 10 m do acidente.

Verificação gráfica com auxílio do wxMaxima:

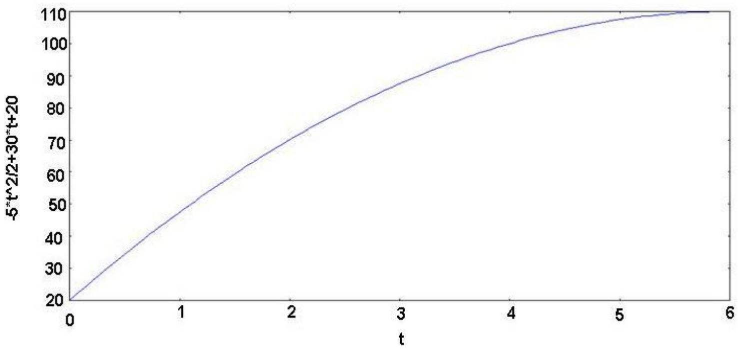

Figura 14: Deslocamento de um automóvel em MUV

Função quadrática e progressão aritmética

Como foi visto a função afim $f(x) = ax + b$ transforma uma progressão aritmética em outra progressão aritmética. Dada uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$, é verificável que a diferença entre seus termos consecutivos forma uma PA. Vejamos a situação adaptada de Dante 2006.

Dada a P.A (1,2,3,4,5...) de razão 1 e a função $f(x) = x^2 + 2$, temos:

$$f(1) = 1^2 + 2 = 3 \tag{38}$$
$$f(2) = 2^2 + 2 = 6$$
$$f(3) = 3^2 + 2 = 11$$
$$f(4) = 4^2 + 2 = 18$$
$$f(5) = 5^2 + 2 = 27$$

Temos:

$$f(2) – f(1) = 3 \tag{39}$$
$$f(3) – f(2) = 5$$
$$f(4) – f(3) = 7$$
$$f(5) – f(4) = 9$$

Portanto a PA (1,2,3,4,5...) foi transformada na PA (3,5,7,9...)

Tais aplicações se estendem a várias outras ciências e ramificações da própria Matemática e podem ser enfatizadas pelo professor.

<u>8º Momento</u>

Essa é a oportunidade do aluno aplicar todo o conhecimento que desenvolveu relacionado à função quadrática. Serão preparadas situações problemas (ver Apêndice B) interdisciplinares e contextualizadas que o aluno desenvolverá em situação extraclasse. Essas envolverão a compreensão do conceito, propriedades, construção gráfica e aplicações da função. O professor também incentivará o uso do wxMaxima como facilitador da construção gráfica.

Após o desenvolvimento desses exercícios, na aula posterior o professor esclarecerá as dúvidas enfrentadas pelo aluno e em seguida poderá dar início ao próximo momento.

9º Momento: O lançamento oblíquo

O lançamento oblíquo é um conteúdo físico, com muitas aplicações práticas e a resolução dos problemas relacionados são perfeitas aplicações das funções afim e quadrática.

A partir do que o aluno estudou nos momentos anteriores, certamente ele não terá dificuldades em compreender o conceito desse movimento ou aplicar as relações.

Vamos analisar a situação problema a seguir retirada do livro de Silva e Filho (2010):

Uma tubulação colocada na superfície do solo sofre corrosão e provoca o vazamento de água. As gotas são arremessadas com inclinação de 30° em relação ao solo, de modo que esse movimento pode ser considerado um lançamento oblíquo. Se V_o = 20m/s e g = 10m/s², determine a altura máxima e a distância horizontal máxima percorrida pelas gotas d'água e esboce esse percurso.

A resolução desse problema depende da compreensão do conceito de movimento oblíquo que será apresentado a seguir:

Conceito de lançamento oblíquo

No lançamento oblíquo um projétil é lançado com velocidade inicial Vo e um ângulo de inclinação θ. É importante salientar que $Vo \neq 0$, pois o projétil não se deslocaria para velocidade inicial nula e $\theta \neq 0$, pois seria lançamento horizontal ou $\theta \neq 90°$ pois seria lançamento vertical.

O ângulo de inclinação é muito importante para o lançamento oblíquo, quanto mais próximo de 90° maior será a altura atingida, e quanto mais próximo de 0° maior será o alcance.

Essa combinação faz o lançamento se decompor em um movimento horizontal e outro vertical.

Movimento horizontal

Nesse movimento a gravitação não influencia e consequentemente, para intervalos de tempos iguais o projétil tem deslocamentos iguais. Dessa maneira descreve-se uma função afim. Nesse movimento o ângulo irá influenciar na velocidade do móvel, portanto, tem-se:

$$x = v_o.\cos\theta.t \tag{40}$$

Como v_o e $\cos\theta$ são valores fixos, a função se resume a f(x) = ax + b, com a $\neq$ 0 e b = 0.

Movimento vertical

Nesse movimento o corpo sofre a influência da gravidade e logo se torna um MUV devido à aceleração constante. O ângulo de lançamento também influenciará alterando a altura máxima atingida.

Essas influências levam à fórmula para o movimento vertical que é dado por:

$$Y = vo.\text{sen}\theta.t - \frac{1}{2}.g.t^2 \tag{41}$$

Portanto, sendo $vo.\text{sen}\theta$ e $\frac{1}{2}.g$ valores fixos, tem-se uma função do tipo f(x) = ax² + bx + c, com a $\neq$ 0 e c = 0.

Para esboçar o gráfico que representa a trajetória faz-se a composição dos movimentos. Dado $x = v_o.\cos\theta.t$, tem–se que:

$$t = \frac{x}{vo.\cos\theta} \tag{42}$$

Fazendo a composição obtém-se:

$$y = vo.\text{sen}(\theta).\frac{x}{vo.\cos(\theta)} - \frac{1}{2}.g.\left(\frac{x}{vo.\cos(\theta)}\right)^2 \tag{43}$$

Essa relação esboça o trajeto do movimento desenvolvido pelo corpo lançado.

Conhecendo as relações estabelecidas pode-se resolver a situação proposta no início desse momento.

Dado o problema, o aluno já compreenderá que precisa decompor em movimento horizontal e vertical. Para isso deve-se levar em conta que: $\theta = 30°$, $V_o = 20m/s$ e $g = 10m/s^2$.

No movimento vertical ele parte com velocidade $v_0.sen\theta$. Logo $v = 20.\frac{1}{2} = 10m/s$.

Sabendo que a aceleração é de $-10m/s^2$, temos que ele leva 1s para parar e atingir o ponto de altura máxima.

Portanto, substituindo t = 1 na equação (41), fica:

$$y = 10.1 - 5.1 = 5 \text{ m}. \quad (44)$$

No eixo horizontal é preciso considerar que o tempo de subida é igual ao tempo de descida, portanto, t = 2s.

Substituindo t = 2s na equação (40), tem-se:

$$20.\frac{\sqrt{3}}{2}.2 = 20\sqrt{3} \cong 34 \text{ m} \quad (45)$$

Vamos agora esboçar o gráfico com a ajuda do wxMaxima:

Substituímos os valores v_0, s_0, sen 30° e g, em (43), temos:

$$Y = 20.0,5.\frac{\theta}{20.\frac{\sqrt{3}}{2}} - 0,5.10.\left(\frac{\theta}{20.\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2 \quad (46)$$

$$Y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 5.\frac{\theta^2}{300}$$

$$Y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\theta^2}{60}$$

```
plot2d (x*sqrt(3)/3 - x^2/60, [x, 0, 69/2])$
```

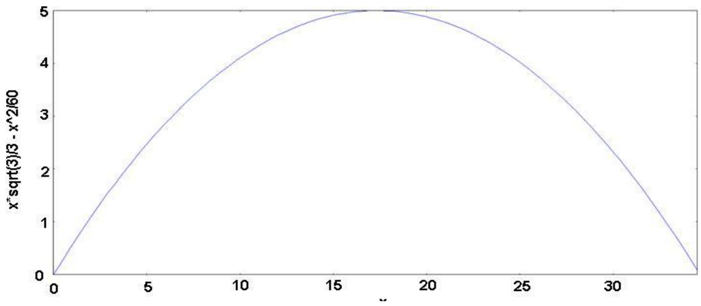

Figura 15: Movimento do pingo d'água da torneira até chegar ao chão.

Várias outras situações são exploradas a partir do lançamento oblíquo como será visto no momento a seguir:

<u>10º Momento</u>

É oportuno ao professor apresentar uma série de situações-problemas contextualizadas e convidar o aluno a resolvê-los e em seguida ir ao laboratório de informática para visualizar o trajeto do movimento desenvolvido. Esse procedimento vai permitir que o aluno se familiarize com os conceitos faça as relações matemáticas presentes em cada formula e interprete o gráfico de acordo com a situação exposta.

A situação problema a seguir foi retirada do livro de Silva e Filho (2010):

Exemplo 3.8. Um canhão dispara uma bala com velocidade inicial igual a 500m/s (em módulo), a 45° com a horizontal. Desprezando o atrito e considerando g = 10m/s², determine a altura máxima, o alcance máximo horizontal da bala e esboce o gráfico do percurso desenvolvido.

Resolução: Dada a situação problema é necessário observar que se deve no primeiro momento calcular o tempo do lançamento, para isso é preciso considerar que o movimento vertical, sabendo que atinge ponto máximo quando a velocidade é zero e que a aceleração é – 10m/s², ou seja, a cada segundo a velocidade reduz 10m/s, dada que a velocidade inicial é $500\frac{\sqrt{2}}{2} = 250\sqrt{2}$m/s, logo são necessários $\frac{250\sqrt{2}}{10}$s $= 25\sqrt{2}$s (abscissa do vértice) para atingir a altura máxima. Tomamos a equação (41). Como a altura máxima é atingida em $25\sqrt{2}$ s, temos:

$$Y = 500.\frac{\sqrt{2}}{2}.25\sqrt{2} - 0{,}5.10.(25\sqrt{2})^2 \qquad (47)$$

$$Y = 12500 - 6250$$

$$Y = 6250\text{m}$$

No movimento horizontal, sabendo que o tempo de subida é igual ao tempo de descida, logo, o tempo total para o alcance horizontal será $50\sqrt{2}$s. Substituindo t = $50\sqrt{2}$ na equação (37), temos:

$$x = 500.\frac{\sqrt{2}}{2}.t \tag{48}$$

$$x = 500.\frac{\sqrt{2}}{2}.50\sqrt{2}$$

$$x = 25000\text{m}$$

Para traçar o gráfico é preciso compor as funções horárias:

Isolando t na equação (48), obtemos:

$$t = \frac{x}{250\sqrt{2}} \tag{49}$$

Substituindo a equação (49) na equação (41), obtemos:

$$y = x - \frac{x^2}{25000} \tag{50}$$

Basta aplicar no wxMaxima e obter o gráfico desejado:

plot2d (x - x^2/25000 , [x, 0, 25000])$

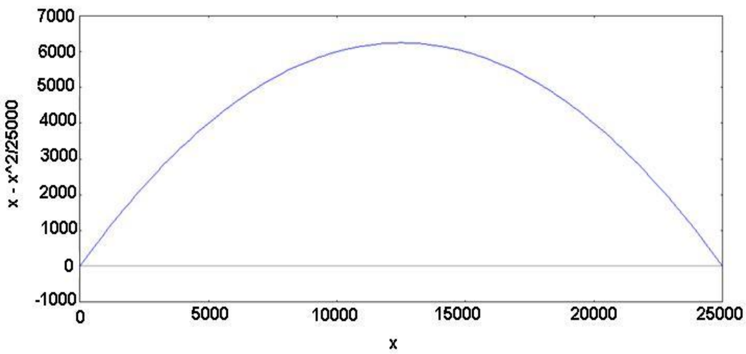

Figura 16: Movimento de uma bala de canhão

O aluno verificará o que calculou e assim interpretará o gráfico fazendo as transposições gráfico-algébrica e algébrico-gráfica.

Outras situações podem ser possibilitadas a fim de que o aluno desenvolva suas habilidades diante da situação proposta.

11º Momento

Os professores de Matemática e Física vão elaborar em conjunto, atividades que explorem o lançamento oblíquo e ao mesmo tempo promovam a compreensão das funções afim e quadrática e possibilitem a utilização do wxMaxima para a visualização gráfica das situações estudadas. As atividades são contextualizadas e encontram-se no Apêndice C.

12º Momento

Este e o momento em que se encerra a situação didática proposta. As atividades práticas são essenciais no processo de ensino e aprendizagem, portanto, cabe ao professor reservar momentos para a realização dessas atividades com o seu aluno.

A atividade a seguir é um dos modelos que aplicam o conteúdo estudado e promove relacionar com outra área do conhecimento e foi retirada do livro de Silva e Filho (2010).

Experimentando a Física no dia-a-dia:

Em uma mineradora, muitas vezes o minério de ferro é transportado por intermédio de esteira, cuja velocidade de funcionamento precisa ser corretamente calculada para que o produto caia no local desejado.

Para melhor compreender a situação da esteira rolante na qual o minério deve ser deixado, pode-se fazer uma atividade experimental simples.

1º passo: Una dois cabos de vassoura com uma fita adesiva, de tal fora que eles formem um canalete para a bolinha passar;

2º passo: Apoie o canalete sobre a mesa de forma que fique na horizontal e paralelo ao chão;

3º passo: Espalhe um pouco de farinha sobre o chão, para identificar o local onde a bola, que será abandonada do canalete, vai cair;

4º passo: Dê um peteleco na bolinha de maneira que ela percorra o canalete e caia sobre o chão onde a farinha foi espalhada;

5º passo: Meça a distância x(OA’) entre o ponto onde a bolinha foi rolada e o extremo da mesa;

6º passo: Com o auxílio de um cronômetro, determine o tempo de queda;

Responda às questões a seguir:

1- Calcule o tempo que a bolinha demorou a tocar o chão, usando as equações para o movimento, considere $g = 9,8\ m/s^2$ e utilize a medida que obteve da altura da mesa.
2- Compare o tempo de queda obtido no item anterior com o valor obtido pela medida com o cronômetro.
3- Determine a velocidade (componente horizontal) com que a bolinha abandona a beira da mesa.

7º Repita o procedimento colocando a bolinha no ponto A e dando um peteleco mais forte.

8º passo: Meça o novo alcance da bolinha e o tempo de queda;

4- Determine a velocidade (componente horizontal) com a qual a bolinha foi abandonada à beira da mesa neste caso.
5- Em qual situação a bolinha atingiu o chão na posição mais distante da mesa? Compare os alcances e justifique.
6- O tempo de queda foi maior em qual situação? Justifique.

Atividades semelhantes podem ser aplicadas em outras situações para diversificar a situação e permitir que o aluno possa aplicar seus conhecimentos.

Após esses procedimentos o professor pode desenvolver uma atividade avaliativa para fazer a sondagem da aprendizagem dos discentes e assim concluir a proposta de ensino.

3.4 Confronto de metodologias

A sequência didática exposta acima procurou apresentar uma nova abordagem para o estudo da Matemática (funções afim e quadrática) e Física (lançamento oblíquo).

Ao observar o exposto nos capítulos anteriores é possível verificar que há uma grande dificuldade por parte dos professores em desenvolver junto aos seus alunos as propostas planejadas. Entre as incompatibilidades é citado o desinteresse dos alunos pelas aulas e o baixo rendimento quantitativo. Por outro lado, é possível verificar que aulas monótonas e desligadas do contexto do aluno podem gerar o inconformismo do aluno e consequentemente este se dedicará menos e obterá menos rendimento.

A nova proposta pode ser seguida inicialmente pelo professor como meio de verificar uma mudança de metodologia. Diante dos resultados obtidos ele optará em continuar ou voltar à anterior.

O que se busca com essa nova proposta é romper o paradigma das aulas desconectas, possibilitar que professores de áreas afins trabalhem em conjunto, não somente Matemática com Física, mas Química com Biologia, Física com Química, entre outros casos a depender da situação didática desenvolvida. Trata-se de uma proposta que exige do professor mais tempo para preparar atividades em parceria com o colega da outra disciplina e procurar desenvolver exercícios que promovam o aprendizado dentro das áreas afins e ao mesmo tempo estejam interligadas com o contexto do aluno.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

O presente estudo desenvolvido procurou apresentar uma situação didática que explore de modo interdisciplinar o estudo dos conteúdos de Física e Matemática do Ensino Médio, em especial funções afim e quadrática e lançamento oblíquo, de modo a promover meios de despertar nos alunos o entusiasmo e o aprendizado significativo. A proposta foi dividida em duas etapas que procuraram comparar a prática tradicional com a nova proposta abordada.

Em primeiro momento foi discutido o modelo de ensino tradicional, baseado exclusivamente no livro didático. Durante essa etapa foram abordados os fatores que comprometem o ensino da Física e Matemática, com ênfase no livro didático e na formação do professor, e metodologias, vistos como os grandes vilões.

A segunda etapa foi dedicada à apresentação de uma nova proposta, cujo foco foi a interdisciplinaridade entre as áreas envolvidas no estudo. Neste caso foram discutidas metodologias que promovem a construção do conceito a partir do contexto do aluno e da interação entre diferentes conteúdos que apresentam relações entre si. Para completar a proposta apresentaram-se exercícios contextualizados e sugestões de atividades práticas. A escolha do wxMaxima como recurso para a construção dos gráficos foi de grande importância, pois permitiu ao aluno interagir com o meio computacional e perceber que existem softwares cujo manuseio não requer grandes conhecimentos de informática e que auxiliam no processo educativo.

As discussões realizadas nos capítulos II e III são suficientes para responder ao primeiro questionamento da pesquisa.

1- Por que os estudantes do 1º ano do Ensino Médio apresentam tantas dificuldades no estudo das funções (Matemática) e lançamento oblíquo (Física)?

Foi possível verificar na análise dos boletins escolares do CEAXSS que os baixos rendimentos em Física e Matemática são evidentes. Segundo os professores, os alunos reclamam que não conseguem aprender, dessa forma eles tem dificuldade em prosseguir com a proposta, gerando déficits de conteúdo e no aprendizado.

A pesquisa apontou que o livro didático na maioria dos exemplares deixa a desejar, com conceitos apresentados sem uma introdução baseada em situações problemas do cotidiano, conteúdos apresentados sem nenhuma relação com outras áreas do saber, exercícios mal contextualizados e em muitos casos mecânicos.

Por outro lado, a formação do professor é muito preocupante. As contratações de professores que ainda não concluíram a sua formação são constantes, em muitos casos até em início de curso sem ter visto boa parte das disciplinas pedagógicas. Os cursos de capacitação em Matemática ou Física para os profissionais que tiveram uma má formação são escassos e ainda são constante os casos de professores que não são licenciados na disciplina em que atua. Esse caso é muito comum principalmente na Física que é área com grande déficit na relação entre necessidades e quantidade de profissionais no mercado.

Os fatores apresentados, combinados com metodologias baseadas apenas em quadro e piloto são evidências para uma resposta ao questionamento apresentado. É muito difícil um aluno sentir-se estimulado a desenvolver atividades para as quais não veem este incentivo partir do professor.

O segundo questionamento apresentado, mesmo não sendo desenvolvida uma atividade de campo, pôde ser respondido a partir do estudo.

2- Já que o estudo do lançamento oblíquo está relacionado com o estudo das funções, será que um trabalho interdisciplinar entre as duas disciplinas seria uma alternativa de sucesso diante da situação descrita?

A proposta apresentada traz grandes evidências de inovação, partindo do trabalho conjunto entre os professores de Física e Matemática que permite ao aluno a reflexão sobre o real significado da aprendizagem. Quando o aluno estuda os conteúdos afins de disciplinas diferentes de forma interligada, um conhecimento acaba influenciando no aprendizado do outro e assim a proposta de ensino torna-se mais explorada. Vale citar que a utilização do wxMaxima como recurso para a facilitação da construção dos gráficos foi muito estimulante na promoção da visualização gráfica dos conceitos aplicados. A apresentação de atividades práticas é outro fator motivador e que apresenta grande aceitação por partes do aluno. Através desse processo o aluno aplica e visualiza aquilo que aprendeu em sala de aula.

De modo geral, é possível afirmar que mesmo que venha a depender de maior envolvimento por parte do professor é imprescindível que a promoção do aprendizado seja o principal objetivo a ser alcançado com as escolhas metodológicas. A educação deve formar cidadãos críticos e com conhecimento para intervir em seu meio em busca de melhores condições de vida. Isso é o que se busca com o ensino interdisciplinar e contextualizado.

Uma proposta de ensino que procure inovar o processo de ensino aprendizagem deve ser analisada e apreciada. Diante da necessidade, a aplicação da proposta de ensino desenvolvida nesse estudo é uma sugestão para procurar comparar ao atual modelo de ensino e consequentemente tirar as conclusões diante da transformação promovida pela mesma.

Diante disso, a busca por inovações não somente tecnológicas, mas principalmente metodológicas, associada a um aprofundamento dos conhecimentos na área em que atua são os fatores que promoverão a verdadeira mudança no processo de ensino aprendizagem e possibilitará ao aluno o aprendizado que o capacitará na educação básica, tanto para dar sequência aos estudos, quanto para atuar de forma crítica e consciente nas mais variadas situações impostas pela sociedade.

Para concluir, sugere-se que em futuros trabalhos, essa sequência didática possa ser aplicada, de modo que o professor após desenvolver essa atividade, possa comparar os resultados obtidos pelos alunos no método tradicional com os obtidos através dessa nova perspectiva para o ensino de funções afim e quadrática e lançamento oblíquo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil.** 2008. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BARBOSA, José Isnaldo de Lima. **A formação do professor de Física: Cenário alagoano**. Disponível em: <*http://congressos.ifal.edu.br/index.php/connepi/CONNEPI2010/paper/viewFile/359/244>.*

BARONE, Paulo M. V. B. **Formação de Professores de Física e de Ciências.** Disponível em: <*http://www.sbpcnet.org.br/livro/60ra/textos/MR-PauloBarone.pdf*>

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/Semtec, 1999.

___________. Secretaria de Educação Básica. **Portaria 1518.** MCE/SEB, 2000.

CAMPOS, Celso Ribeiro. **O ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista**. 2000.139f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

CARDIM, Viviane Rocha Costa. **Saberes sobre a docência na formação inicial de professores de Matemática.** 2008. 173f. Dissertação (Mestrado) – Universidade São Francisco – Itatiba.

CARRON, Wilson; GUIMARÃES, Osvaldo. **Física: Volume único.** 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2003.

COROACY, J. O planejamento como processo. **Revista Educação**, ano I, nº 4. Brasília, 1972.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**.1ªed. São Paulo: Ática, 2010.

FORTES, Clarissa Corrêa**. Interdisciplinaridade: Origem, conceito e valor.** Disponível em: **<***http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial_20120517101423.pdf*>

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à pratica educativa**. 33ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2006.

GASPAR, Alberto. **Física: Volume único.** 1ªed. São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática Completa**. 2ª ed. renov. – São Paulo – FTD – 2005.

JÚNIOR, José Carlos Nogueira de Carvalho. **Física e Matemática – Uma abordagem Construtivista: Ensino e Aprendizagem de Cinemática e Funções com auxílio do Computador.** 2008. 180f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LIMA, E. L.; CARVALHO P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A . C. **A Matemática do Ensino Médio: volume 1**. 9ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, Elon Lages; MORGADO, A. C.; JÚDICE, E.D.; WAGNER E.; et all. **Exame de texto: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio**. Rio de Janeiro: Vitae, Impa, SBM, 2001.

MARTINS, Alisson Antonio. **A formação do professor de Física entre a graduação e a atuação profissional: aprender atuando e atuar aprendendo.** 2008. 134f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

OLIVEIRA, Francisco Canindé de. **Dificuldades na construção de gráficos de funções.** 2006. 117f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

PADILHA, Paulo Roberto. **Currículo intertranscultural: Novos itinerários para a educação. v. 9.** São Paulo: Cortez - Instituto Paulo Freire, 2004.

PAIVA, Manoel. **Matemática: volume 1**. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2005.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.** 2000. 251f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

RUBIÓ, Angel Panadés; FREITAS, Luciana M. Tenuta de. **Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: IBEP, 2005.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 32ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2004.

SAMPAIO, José Luiz; CALÇADA, Caio Sérgio. **Física: Volume único**. 2ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

SILVA, Cláudio Xavier da; FILHO, Benigno Barreto. **Física aula por aula: Volume 1.** 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre, 1998. Disponível em <http://atelierdeducadores.blogspot.com.br/2010/12/sequencias-didaticas.html>

APÊNDICE A

EXERCÍCIOS RELACIONADOS COM O 3º MOMENTO

1- (Módulo do pré – vestibular da Dom Bosco) Dois atletas A e B fazem teste de cooper numa pista retilínea,ambos correndo com velocidade constante. A distância (d) que cada um percorre é mostrada na figura:

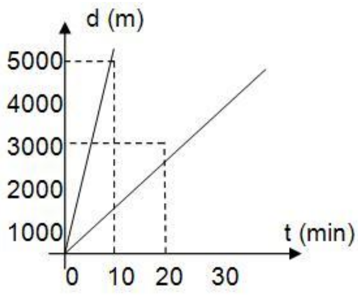

Figura 17: Distâncias percorridas por dois atletas

Determine:

a) A função horária para cada situação;

b) A distância entre eles após 50min

2- (Adaptada de: www.brasilescola.com/.../aplicacoes-uma-funcao-1-grau.htm) A tarifa de uma corrida de taxi é composta de uma tarifa fixa, a bandeirada, e de uma parte variável que depende da distância percorrida. Considere que a bandeirada esteja custando R$ 0,30 e o quilômetro rodado R$ 0,18, e calcule:

a) A função horária que represente os valores pagos em função do quilômetro rodado;

b) O valor pago por uma corrida de 10km;

c) Esboce um gráfico que represente a situação em estudo.

3- (Módulo do pré – vestibular - Dom Bosco) Um terreno vale hoje R$ 40000,00 e estima-se que daqui a 4 anos o seu valor seja R$ 42000,00. Admitindo que o valor do imóvel seja uma função afim do tempo (medido em anos e com valor zero na data de hoje), determine o seu valor daqui a 6 anos e 4 meses.

4- (Dante – 2010) Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por minuto por certa espécie de grilo está relacionado com a temperatura. A relação é uma função afim: A 68ºF os grilos emitem 124 sons por minuto; a 80ºF eles emitem 172 sons por minuto. Encontre a equação que relacione a temperatura em Fahrenheit com o número de sons **n** emitidos.

5- (Adaptada de equacaosemcomplicacao.blogspot.com/2012/05/etapa-6.html*)* O lucro de uma loja, pela venda diária de x peças, é dado por L(x) = 100(x – 4). Determine qual a quantidade mínima de peças que devem ser vendidas por dia para que não tenha prejuízos.

6- (Enem – 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações desse setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.
Disponível em: http://www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010. (Adaptado)
Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano.
Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, apresente a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses.

7. (Módulo Dom – Bosco – 1º ano) A receita (R), em reais, obtida por uma empresa com a venda de q unidades de certo produto, é dada por R(q) = 115q, e o custo (C), em reais, para produzir (q) dessas unidades, satisfaz à equação C(q) = 90q + 760. Para que haja lucro, é necessário que a receita (R) seja maior que o custo (C). Então, qual o número mínimo de unidades que a empresa precisa vender para obter lucro?

8– (Disponível em: exercicios.brasilescola.com/.../exercicios-sobre-funcao-**1**-o-grau.htm*)* A função afim R(t) = at + b expressa o rendimento R, em milhares de reais, de certa aplicação. O tempo t é contado em meses, R(1) = –1 e R(2) = 1. Nessas condições, determine o rendimento obtido nessa aplicação, em quatro meses.

9- (Disponível em: professorwaltertadeu.mat.br/GABConceitodeFuncao2012.doc*)* Em uma fábrica, o custo de produção de 500 unidades de camisetas é de R$ 2.700,00, enquanto o custo para produzir 1.000 unidades é de R$ 3.800,00. Sabendo que o custo das camisetas é dado em função do número produzido através da expressão C(x) = qx + b, em que x é a quantidade produzida e b é o custo fixo, determine:

a) Os valores de b e de q.

b) O custo de produção de 800 camisetas

10 (Disponível em: http://www.klickeducacao.com.br/simulados/simulados_mostra/0,7562,POR-12900-24-558-2006,00.htm). O gerente de uma agência de turismo promove passeios de bote para descer cachoeiras. Ele percebeu que quando o preço pedido para esse passeio era R$ 25,00, o número médio de passageiros por semana era de 500. Quando o preço era reduzido para R$ 20,00, o número médio de fregueses por semana sofria um acréscimo de 100 passageiros. Considerando que essa demanda seja linear, se o preço for reduzido para R$ 18,00, qual será o número médio de passageiros esperado por semana?

Apêndice B

EXERCÍCIOS RELACIONADOS COM O 8º MOMENTO

1- (Enem – 2010) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo. Numa indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função a seguir:

$$T(t)=\begin{cases} \frac{7}{5}t+20, \text{ para } 0 \leq t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2-\frac{16}{5}t+320, \quad \text{para} \quad t \geq 100 \end{cases} \tag{51}$$

Nesse caso T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado. Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C. Calcule o tempo de permanência dessa peça no forno em minutos.

2- (Dante – 2010 - Modificada) Uma bola é lançada para cima. Se h é a altura, em metros, alcançada pela bola t segundos após o lançamento e $h(t) = -t^2 + 8t$, determine:

a) A altura máxima atingida pela bola;

b) O tempo gasto desde o lançamento até a chegada ao chão.

c) Esboce o gráfico que representa a altura em função do tempo.

3- (Disponível em: http://marista.edu.br/saoluis/files/2011/02/ab.pdf). Planeja-se construir duas estradas em uma região plana. Colocando coordenadas cartesianas na região, as estradas ficam representadas pelas partes dos gráficos da parábola $y=-x^2+10x$ e da reta $y=4x+5$, com $2 \leq x \leq 8$. Qual a soma das coordenadas do ponto representando a interseção das estradas?

4- (Adaptada de: http://www.ufjf.br/cursinho/files/2012/05/pag-40.48.pdf) A figura a seguir representa o gráfico de uma parábola cujo vértice é o ponto V.

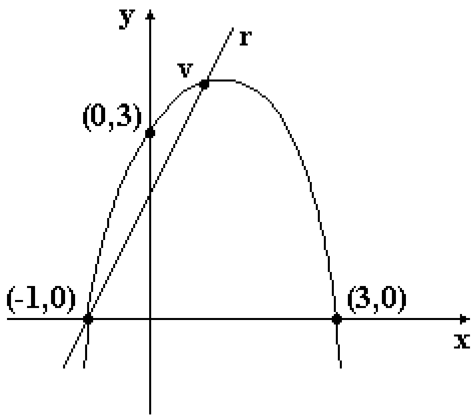

Figura 18: Deslocamento de uma bola lançada para cima

Determine a equação da reta:

5– (Disponível em: http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap103.htm).

O lucro mensal (ou prejuízo) L, obtido com a venda de x camisetas, era dado por $L(x) = -0{,}005x^2 + 13x - 1250$. Use os conhecimentos adquiridos até aqui para encontrar o número de camisetas que devem ser vendidas para que o lucro obtido seja máximo.

6 – (Disponível em: professorwaltertadeu.mat.br/FuncaoQuadratica2011.doc*)* Uma parede de tijolos será usada como um dos lados de um muro retangular. Para os outros lados iremos usar 400m de tela de arame, de modo a produzir uma área máxima. Quais as medidas dos lados menor e maior?

7- (Disponível em: http://interna.coceducacao.com.br/ebook/pages/4062.htm)

Um menino está à distância de 6m de um muro de altura 3m e chuta uma bola que vai bater exatamente sobre o muro. Se a função da trajetória da bola em relação ao sistema de coordenadas indicado pela figura é $y = ax^2 + (1 – 4a).x$,determine a altura máxima atingida pela bola.

8- (Disponível em: matematicamaniaunijorge.blogspot.com/.../questoes-contextualizadas-sobre-funcao.htm)

Durante a 2ª Guerra Mundial, um foguete foi lançado de uma base militar alemã. Pouco tempo depois do lançamento, ela apresenta defeito e deve cair em um lugar perigoso para a população. Sua trajetória é dada pelo gráfico da função $y = - x^2 + 200x$, com x e y em metros. Para interceptá-lo, é lançado um míssil, cuja trajetória é descrita por $y = 50x$, com x e y em metros. Determine então, a quantos metros de altura o míssil irá interceptar o foguete.

9 – (Dante- 2010) Gerador é um aparelho que transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. Se a potência □ (em watts) que certo gerador laça em um circuito elétrico é dada pela relação □(t) = $20i – 5i^2$, em que i é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador. Determine:

a) A potência quando i = 3s
b) O instante em que a potência é mínima
c) Esboce o gráfico da potência que atravessa o gerador de 9 a 10s.

10– (Módulo do pré-vestibular – Dom Bosco) Os fisiologistas afirmam que para um indivíduo sadio e em repouso, o número N de batimentos cardíacos por minuto varia em função da temperatura ambiente t (em graus Celsius), segundo a função $N(t) = 0{,}1t^2 - 4t + 90$. Determine:

a) O número mínimo de batimentos por minuto
b) A temperatura em que ocorre o número mínimo de batimentos.
c) Esboce um gráfico que relacione batimentos e temperatura.

Apêndice C

EXERCÍCIOS RELACIONADOS COM O 11º MOMENTO

1- (Disponível em: http://www.vestibular1.com.br/simulados/fisica/lancamento_obliquo.htm- modificada). Um projétil é lançado segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com uma velocidade de 200m/s. Despreze o atrito do ar e determine:

a) O intervalo de tempo em segundos, entre as passagens do projétil pelos pontos de altura 480 m acima do ponto de lançamento?

b) Esboce o gráfico do movimento.

2-(Disponível em: http://www.sitedoestagio.com.br/go/SVLinksCT;jsessionid=09F97BFE003408195BE498C716259329?modulo=quizInteragy&acao=perguntas&idSubAssunto=7 - modificada)

Um projétil é atirado com velocidade de 40m/s, fazendo ângulo de 37° com a horizontal. A 64m do ponto de disparo há um obstáculo de altura 20m. Desprezando a resistência do ar e usando cos37°=0,80 e sen37°=0,60, verifique:

a) A distância que o projétil passou sobre o obstáculo.
b) O alcance do projétil
c) A altura máxima
d) A visualização gráfica

*3- (*Disponível em: www.ufjf.br/cursinho/files/2012/05/Física1.40.pdf - modificada) Num lugar em que g = 10m/s^2, lançamos um projétil com a velocidade inicial de 100m/s formando com a horizontal um ângulo de elevação de 30º. Despreze o atrito do ar e determine:

a) O tempo necessário para atingir a altura máxima.

b) A distância horizontal percorrida ao atingir a altura máxima.

4- (Disponível em: http://www.vestibular1.com.br/simulados/fisica/lancamento_obliquo.htm- modificada).

Seja T o tempo total de voo de um projétil disparado a 60º com a horizontal, e seja v = 200m/s o valor da velocidade inicial. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade g = $10m/s^2$, calcule os valores da componente vertical da velocidade nos instantes t = T e t = T/2 são respectivamente:

5- (Disponível em:
http://www.vestibular1.com.br/simulados/fisica/lancamento_obliquo.htm)
Um canhão dispara uma bala, com ângulo de tiro 40º, em relação ao solo, que é plano e horizontal. Desprezando-se a resistência do ar, pode-se dizer que, durante o movimento do projétil:
a) sua velocidade se mantém constante.
b) a componente horizontal de sua velocidade se mantém constante.
c) sua aceleração muda de sentido, pois a componente vertical da velocidade muda de sentido.
d) a componente horizontal de sua aceleração varia uniformemente.
e) a trajetória é percorrida com velocidade constante, em módulo, embora com direção variável.

6- (Disponível em: http://www.fisicaevestibular.com.br/exe_cin_12.htm- modificada) Duas pedras são lançadas do mesmo ponto no solo no mesmo sentido. A primeira tem velocidade inicial de módulo 20 m/s e forma um ângulo de 60° com a horizontal, enquanto, para a outra pedra, este ângulo é de 30°. Desconsidere a resistência do ar e calcule:
a) O módulo da velocidade inicial da segunda pedra, de modo que ambas tenham o mesmo alcance.
b) A altura máxima atingida por cada pedra.

7- (Disponível em: http://www.fisicaevestibular.com.br/exe_cin_12.htm) Um atleta arremessa um dardo sob um ângulo de 45° com a horizontal e com velocidade de 5 m/s. Após um intervalo de tempo t, o dardo bate no solo 16 m à frente do ponto de lançamento. Desprezando o atrito do ar e a altura do atleta, determine o intervalo de tempo t, em segundos.

8- (Disponível em: http://www.fisicaevestibular.com.br/exe_cin_12.htm) Durante uma partida de futebol, um jogador, percebendo que o goleiro do time adversário está longe do gol, resolve tentar um chute de longa distância. O jogador se encontra a 40 m do goleiro. O vetor velocidade inicial da bola tem módulo V_o = 26 m/s e faz um ângulo de 25° com a horizontal. Desprezando a resistência do ar, considerando a bola pontual e usando cos 25° = 0,91, sen 25° = 0,42 e $g=10m/s^2$:

a) Saltando com os braços esticados, o goleiro pode atingir a altura de 3,0 m. Ele consegue tocar a bola quando ela passa sobre ele? Justifique.

b) Se a bola passar pelo goleiro, ela atravessará a linha de gol a uma altura de 1,5 m do chão. A que distância o jogador se encontrava da linha de gol, quando chutou a bola? (Nota: a linha de gol está atrás do goleiro.)

9- (Silva e Filho (2010) - modificada) Em uma partida de futebol, a bola é chutada a partir do solo descrevendo uma trajetória parabólica cuja altura máxima e o alcance atingido são, respectivamente, h e s.

Desprezando o efeito do atrito do ar, a rotação da bola e sabendo que o ângulo de lançamento foi de 45° em relação ao solo horizontal, calcule a razão s/h.

10- (Silva e Filho (2010) - modificada) Uma pedra, lançada obliquamente a partir do topo de um edifício de 10 m de altura com velocidade inicial v_o = 10m/s, faz um ângulo de 30° com a horizontal. Ela sobe e, em seguida, desce em direção ao solo. Considerando-o como referência, e desprezando o atrito do ar determine:

a) A altura máxima atingida pela pedra em relação ao solo.
b) O alcance da pedra
c) Esboce o gráfico do percurso percorrido pela pedra.