UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

Izabel Cristina Curaçá Gonçalves

O PROFESSOR E O ENSINO DE ÁLGEBRA: UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO CONTEXTUALIZADA NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Juazeiro – BA

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

Izabel Cristina Curaçá Gonçalves

O PROFESSOR E O ENSINO DE ÁLGEBRA: UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO CONTEXTUALIZADA NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada à Coordenação local do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNIVASF, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Felipe Wergete Cruz

Juazeiro – BA

2013

	Gonçalves, Izabel
G635p	O professor e o ensino de álgebra: uma proposta de intervenção contextualizada na construção de conceitos matemáticos /Izabel Cristina Curaçá Gonçalves. –-Juazeiro, 2013.
	viii.; 64f.: il.; 29 cm.
	Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro, 2013.
	Orientador: Prof. MSc Felipe Wergete Cruz.
	1. Álgebra. 2. Matemática – estudo e ensino. 3. Professores de matemática. I. Título. II. Universidade Federal do Vale do São Francisco.
	CDD 512

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecária: Sara Torres

UNIVERSIDADE FEDERAL DO
VALE DO SÃO FRANCISCO

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

PROFMAT

O Professor e o Ensino de Álgebra: Uma Proposta de Intervenção Contextualizada na Construção de Conceitos Matemáticos

Por

Izabel Cristina Curaçá Gonçalves

Dissertação aprovada em 10 de junho de 2013

Geida Maria Cavalcanti de Sousa

Profa. Dra. Geida Maria Cavalcanti de Sousa
Examinadora Externo- UNIVASF

Prof. Dr. Alan Christie da Silva Dantas
Examinador Externo- UNIVASF

Anibal Livramento da Silva Netto

Prof. Dr. Aníbal Livramento da Silva Netto
Examinador Interno- UNIVASF

Felipe Wergete Cruz

Prof. MSc. Felipe Wergete Cruz
Orientador- UNIVASF

Juazeiro 2013

À Deus, meu orientador, meu guia, meu tudo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente à Deus, por me guiar pelos caminhos da verdade e do conhecimento.

Aos meus pais, pelos ensinamentos de vida e de valores que jamais esquecerei.

Aos irmãos, cunhados e sobrinhos por estarem sempre perto em todos os momentos, especialmente a Conceição pela tão importante orientação e a Miriam pelas orações e mensagens de força e fé.

Aos amigos, que souberam compreender meus momentos de afastamento.

Aos mestres, que sabiamente indicaram o caminho a seguir, em especial ao meu orientador Felipe Wergete, pela dedicação e empenho.

Aos colegas, pelas trocas de experiências, em especial a Geraldo e Magnum, pelo companheirismo, pelo incentivo nas horas difíceis e pelo carinho.

A Capes, pelo auxílio financeiro durante a execução do trabalho.

Enfim, agradeço a todos que de uma forma ou outra colaboraram para a realização de mais esta etapa em minha caminhada.

RESUMO

Este trabalho trata da investigação seguida por uma proposta de intervenção relacionada ao ensino de Álgebra. Basicamente, busca-se verificar as dificuldades dos professores e fornecer meios de contextualizar a Matemática quando eles ensinam este tema. A investigação foi feita no município de Campo Formoso com professores do Ensino Fundamental. Para a coleta de dados foi preparado um questionário baseado em aspectos relacionados ao ensino de Álgebra. Estes resultados indicam que os professores não costumam contextualizar a matemática abordada e que têm problemas quanto ao uso da linguagem matemática adequada, o que compromete o processo de ensino aprendizagem de Álgebra no Ensino Fundamental. Nosso estudo apresenta algumas orientações para o ensino de matemática no Ensino Fundamental que podem ajudar a promover aprendizagem significativa na construção de conceitos matemáticos a partir da contextualização de tais conceitos e da adoção de linguagem matemática apropriada, e explorando a História da Matemática.

Palavras Chaves: Contextualização da Matemática. Linguagem Matemática. Conceitos.

ABSTRACT

This work concerns to an investigation followed by an intervening proposal about Algebra teaching. Basically, it aims to verify the teachers difficulties and furnish means of contextualizing Mathematics when they teach this matter. The investigation was done in Campo Formoso city with Elementary School teachers. For data collecting it has been prepared a questionnaire based on aspects related to Algebra teaching. The results indicate the teachers don't use to contextualize the math approached and have problems about using the proper math language, which compromises the Algebra teaching and learning process in Elementary School. Our study presents some orientations for Math teaching in Elementary School which can help to promote meaningful learning in construction of math concepts from contextualizing of these last ones and proper math language adopted, and exploring the Mathematics History.

Key-words: Contextualization of Mathematics. Mathematics Language. Concepts.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem por base o estudo do ensino de álgebra de forma contextualizada, despertando nos professores e, por conseguinte nos alunos, a importância do uso de uma linguagem matemática adequada e de situações do dia a dia na construção de conceitos pelos alunos.

O desenvolvimento desta investigação é motivado pela experiência da pesquisadora, que desde 1998 leciona matemática no ensino fundamental, médio e superior e observou dificuldades matemática em todos esses níveis de ensino.

Observou-se, a partir das experiências, que a maioria dos alunos têm dificuldades de dominar a leitura matemática, “talvez” por não terem uma base matemática bem fundamentada e/ou por não serem alfabetizados matematicamente de forma correta, pois, não é possível aprender matemática se não se sabe a sua linguagem.

Alguns professores ensinam matemática porque gostam e têm formação na área, mas às vezes não dão importância às dificuldades dos seus alunos. Outros ensinam porque gostam de ensinar, mas não têm formação matemática e nem uma visão ampla da aprendizagem de matemática, fazendo com que sejam rigorosos e formais em demasia, prendendo o aluno ao formalismo matemático. Há, também, aqueles que ensinam matemática sem nem ao menos gostar da disciplina; o fazem apenas por não ter professor na área e a situação os obrigam a ministrar estas aulas. O resultado do ensino é um processo mecânico com meras repetições de fórmulas.

O que se percebe é que as dificuldades dos alunos são decorrentes de vários fatores, e um destes é a má alfabetização matemática, definida como sendo o processo de ensino que desenvolve no aluno a capacidade de reconhecer, entender e aprender a linguagem, símbolos e operações matemáticas, que relacionam situações concretas/corriqueiras com a matemática. O aluno alfabetizado matematicamente desenvolve o pensamento abstrato com maior facilidade.

É principalmente na transição da aritmética para a álgebra, que as dúvidas dos alunos aumentam. Eles não compreendem por que letras como *a,b,x,y* são utilizadas para representar números, bem como atribuir significados às letras numa expressão. Essas dúvidas, se não forem discutidas e sanadas afim de construir o conhecimento matemático abstrato, fará com que o aluno fique com essa lacuna e, consequentemente, a compreensão de assuntos posteriores podem acontecer de maneira estanque, mecânica e sem relação com outros conteúdos.

Nessa transição da aritmética para álgebra, é fundamental que os conceitos da álgebra e os significados dos símbolos e códigos sejam bem compreendidos, pois a álgebra é a base da matemática abstrata. No entanto, na maioria das vezes, o professor não apresenta preparo para perceber a situação ou não dá importância ao processo.

O professor precisa estar preparado para auxiliar o aluno a fazer essa transição, contextualizando e conceituando termos da matemática. É frequente os alunos perguntarem aos seus professores para que serve a matemática e onde ela será usada. Porém, boa parte destes professores não sabe responder além da sua aplicação aritmética e geométrica.

A presente pesquisa tem por objetivos:

- Verificar as dificuldades enfrentadas pelos professores de matemática no ensino de álgebra em uma amostra de seis escolas públicas municipais de Campo Formoso-BA;
- Verificar até que ponto os professores na amostra contextualiza a matemática em sua prática de ensino;
- Propor orientações aos professores por meio da contextualização da matemática e de uma linguagem adequada na construção de conceitos matemáticos.

Esse estudo trata-se de uma proposta de intervenção contextualizada na construção de conceitos matemáticos.

CAPÍTULO 1

Referencial Teórico

Apresentamos um arcabouço teórico que fundamentou nossa investigação, demonstrando as descobertas e o surgimento da álgebra, abordando a importância da linguagem matemática no ensino deste tema e discutindo a contextualização da matemática na construção de conceitos algébricos.

1.1 – Um Passeio pela Álgebra

De acordo com estudos, a álgebra surgiu, assim como toda matemática, da necessidade de resolver problemas do cotidiano do homem, atendendo suas necessidades no decorrer da sua evolução.

Segundo Baumgart (1992, v.4, p. 1), o termo Álgebra é uma variante latina da palavra árabe *al-jabr*, usada no título de um livro, *Hisabal-jabrw'al-muqabalah* - ciência da restauração (ou reunião) e redução - escrito pelo matemático árabe *Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi*(Maomé, filho de Moisés, de *Khowarizmi*), em Bagdá por volta do ano 825. Nesse livro, ele usou o método de resolução de equações semelhante ao usado hoje, porém os símbolos das equações eram expressos por meio de palavras, o que dificultava os cálculos. Porém, o precursor do estudo da álgebra foi o matemático grego Diofanto, que viveu no século III d.C., e usou a ideia de representar números por letras.

A álgebra está dividida em duas partes, a saber: álgebra antiga (elementar) - estudo das equações e os métodos de resolvê-las - estudada no ensino fundamental e a álgebra moderna (abstrata) - estudo das estruturas matemáticas tais como espaço vetorial, grupos, anéis e corpos - estudados no ensino superior.

A álgebra antiga (elementar) caracterizou-se pela invenção do simbolismo e pela resolução de equações. E segundo Eves (2004, p. 206), o desenvolvimento da notação algébrica passou por três estágios ou períodos: Primeiro, a álgebra retórica (uso da linguagem natural), depois, a álgebra sincopada (abreviações de palavras) e, por último, a álgebra simbólica, usado atualmente.

Hoje em dia, entende-se por álgebra elementar o ramo da matemática que se utiliza de números, letras e símbolos para generalizar as diversas operações da aritmética. Segundo Berlinghoff (2010), um problema algébrico, independente de como é escrito, é uma questão sobre operações numéricas e relações nas quais uma quantidade desconhecida deve ser deduzida de quantidades conhecidas.

A álgebra é a aprimoração da aritmética, é a abstração de problemas em que a aritmética é a ferramenta usada para encontrar soluções, e Booth (1998, apud Oliveira, 2002, p.37) destaca que:

> A álgebra não está separada da aritmética; na verdade, ela é, em muitos aspectos, "aritmética generalizada". E aí se encontra a fonte de outras dificuldades. Compreender a generalização de relações e procedimentos aritméticos exige que estas relações e procedimentos tenham sido aprendidos dentro do contexto aritmético. Se eles não são identificados, ou se os alunos têm falsas concepções a respeito deles, isso pode afetar muito a performance deles no estudo da álgebra.

É fundamental que as operações da aritmética e os conceitos algébricos sejam trabalhados de maneira conjunta, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico no aluno. O pensamento algébrico é a capacidade de lidar com conceitos da álgebra e relacioná-lo com outros conteúdos da matemática, de interpretar e usar os símbolos matemáticos, generalizando regularidades em uma situação problema.

1.2 - A Importância da Linguagem Matemática no Processo Ensino Aprendizagem

A matemática, por natureza, é carregada de simbologia e linguagem próprias, com seus números, símbolos, códigos, terminologias e notações adquiridas através dos tempos. Para entender a matemática é necessário compreender em que linguagem ela foi escrita, pois não há como aprender esta matéria se não sabemos lê-la.

A matemática, no decorrer dos tempos, foi se aprimorando e, devido a isto, surgiu a necessidade de encontrar meios mais simples,carregados de significados, para representá-la. Daí surgiu os símbolos matemáticos da aritmética como *+,-,x,:,...*que antes eram representados por palavras ou abreviações, como por exemplo o sinal + era representado pela letra p de *plus* (que, em inglês, significa mais).

> Uma boa notação matemática é muito mais do que uma abreviação eficiente. Idealmente, ela deveria ser uma linguagem universal que esclarecesse idéias, revelasse padrões, e sugerisse generalizações. Berlinghoff (2010, p. 118)

É na álgebra que começa a surgir as letras como símbolos matemáticos, introduzidas por François Viète e aperfeiçoada por René Descartes e outros. A álgebra constitui a base que fundamenta os demais ramos da matemática. Os símbolos matemáticos resumem um problema a uma linguagem de fácil interpretação. No entanto, para compreender os números é necessário fazer a leitura dos símbolos para, só então, tornar possível a manipulação dos mesmos.Daí a importância da linguagem matemática.

A linguagem matemática é uma condição necessária para o desenvolvimento do pensamento abstrato e para a sua comunicação. Não há ensino efetivo da matemática sem o uso de uma linguagem adequada. É preciso que alunos e professores consigam se comunicar matematicamente e, para isso, o professor, desde cedo, deverá inserir os significados e o sentido dos símbolos, à medida que forem sendo apresentados, contextualizando-os em sua prática.

Valorizando a importância da linguagem matemática na construção de conceitos matemáticos, passamos a entender a matemática como uma linguagem universal das ciências naturais.

No processo ensino aprendizagem, segundo Vygotsky (1998), a criança se apropria da linguagem para estruturar o pensamento, e as generalizações e os conceitos são inegavelmente atos do pensamento, ou seja, a linguagem antecede o pensamento. Logo, a linguagem adequada desenvolve de maneira mais eficaz o pensamento algébrico, possibilitando melhor compreensão dos conceitos.

A interpretação dos símbolos matemáticos é essencial na formação do pensamento algébrico do aluno. É preciso entender o significado e o sentido de cada símbolo que o aluno se depara ao longo de sua caminhada estudantil, pois estes têm o papel de agregar as idéias operacionais em expressões de fácil compreensão e manipulação. Mas, tem que se ter cuidado para não se perder diante do simbolismo (excesso de símbolos), criticado por muitos, por se perder na formalização e distanciamento do significado de sua representação real.

> E que ela (linguagem matemática) não se transforme em objeto de estudo para as crianças, mas em um instrumento que as auxilie no pensar matemático e lhes permita entender e se comunicar matematicamente. (Pitombeira, 2010, p. 50)

A linguagem matemática surgiu para facilitar a comunicação entre conhecimentos matemáticos e as pessoas, mas se os símbolos forem usados de forma excessiva, vai ter efeito contrário, impedindo que se compreenda a ideia representada pelo símbolo, bloqueando o processo da aprendizagem da matemática.

Para que não exageremos no simbolismo, temos que saber o significado de cada símbolo e o sentido da sua utilização. Não que estudemos os símbolos isoladamente, mas que à medida que forem surgindo, o professor contextualize-os e busque, juntamente com o aluno, sua aplicação, criando situações para que o aluno não tenha dificuldades em lidar com essa nova linguagem.

É inegável que a linguagem matemática simplifica a comunicação, por seu caráter universal e conciso. Na álgebra, é fundamental que o aluno aprenda a ler matematicamente, objetivando favorecer o desenvolvimento da habilidade de abstração e generalização. É um processo difícil, talvez seja o maior responsável pelo desinteresse dos alunos pela matemática, por não compreender sua abstração.

As dificuldades encontradas no ensino da matemática, principalmente no estudo da álgebra, são, na maioria das vezes, decorrentes da difícil comunicação entre professores, alunos e a matemática. A matemática é abstrata, mas também é concreta. O professor deve trabalhar a matemática com situações concretas e a partir daí pedir que seus alunos façam a releitura para a linguagem matemática e, por conseguinte, escrevam em sentença matemática.

Não há como o aluno adquirir/construir conhecimentos matemáticos sem fazer uso da linguagem matemática. É como estudar geografia em grego para aqueles que não sabem grego. É importante que se aprendam regras, fórmulas e procedimentos, pois a matemática não esta dissociada delas. Mas, não faz sentido aprender se o aluno não consegue interpretá-las e relacioná-las com situações práticas.

> Aprendizagem por excelência é a capacidade de explicar, de aprender, de compreender e de enfrentar, criticamente, situações novas. Aprender não é o mero domínio de técnicas, habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias. (D'Ambrósio apud Monteiro, 2001, p. 10)

O uso de uma linguagem correta, que proporcione o pensamento reflexivo, torna-se importante para a formação de alunos conscientes de seu agir na sociedade e no mundo.

É preciso saber ler matemática. Fazer uso da linguagem matemática é essencial na compreensão e interpretação de problemas, e, por conseguinte, a contextualização do ensino da matemática.

1.3 – Contextualizando o Ensino da Matemática

O ensino da matemática durante muito tempo foi visto com algo isolado, fragmentado, sem muita relação com outras áreas de ensino, decorrente do movimento chamado de Matemática Moderna. A aprendizagem acontecia de maneira mecânica, onde o professor explicava o assunto, destacava suas regras, passava uma série de exercícios e o aluno resolvia mediante a aplicação das fórmulas. Quando o aluno tinha dúvida, o professor dava a resposta correta, ou seja, o professor fazia tudo e o aluno só copiava, seu aprendizado acontecia por meio de cópia, repetição e memorização de regras e fórmulas.

Observa-se que hoje isso continua acontecendo na prática docente de alguns professores de matemática. As aulas ainda acontecem da mesma maneira e o professor acaba por fazer tudo para o aluno. Sobre isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's destacam que:

> As situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos. (PCN, 1998, p. 63)

Vale destacar que o ensino da matemática não pode está dissociado de fórmulas e regras, elas estão presentes intrinsecamente nos seus conteúdos, logo não podemos descartá-las. O que temos que ter em mente é que antes de inserir uma fórmula ou regras, precisamos propor situações que possibilitem ao aluno a construção dos conceitos abordados, e que leve o aluno a entender como ela foi concebida, de que problemas ela foi originada, e compreender sua aplicabilidade em problemas reais.

A matemática foi e ainda é vista como algo distante, privilégio de mentes brilhantes, e só através de nossas práticas é que podemos desmistificar esse medo e crença da matemática como algo inatingível. É por meio de situações do dia a dia, e de como ela está presente nas nossas ações, que possibilitaremos a visualização da matemática na realidade.

> A matemática hoje vista de “dentro”, é ao mesmo tempo diversa e mais unificada do que jamais foi. É mais abstrata, no entanto tem mais ampla aplicabilidade a áreas da vida moderna do que em qualquer tempo anterior. Por causa disso, a “vista de fora” é compreensivamente confusa. De um lado, a matemática é vista como muito esotérica, amedrontadora, um assunto sobre o qual até mesmo pessoas bastante instruídas confessam ignorância sem se envergonhar. Do outro, é tida como parte essencial da prosperidade, segurança e conforto modernos, de modo que os hábeis em matemática são tomados como recursos humanos valiosos. (Berlinghoff, 2010 p.60)

A contextualização da matemática permite ao aluno relacionar diversos conceitos com diferentes pensamentos matemáticos, bem como a compreensão do fazer matemática.

E é por meio de práticas contextualizadas e interativas que podemos ter um ensino de qualidade, que conduza o aluno a um saber pleno, sempre em busca de novos caminhos e descobertas, ao tempo que possamos entender a matemática como algo simples e necessário para nossa formação.

Berlinghoff (2010) acrescenta que nós, educadores, temos em nossas mãos um dilema: a que se destina o ensino de matemática? De um lado teremos um ensino rigoroso formando cidadãos (peritos) aptos para continuar a pesquisar matemática. E do outro, teremos um ensino mais amplo e menos intensivo, possibilitando que todos os cidadãos sejam matematicamente educados e capazes de interagir com os peritos. O que precisamos é pensar em educação matemática como um meio de emancipação, de crescimento, de interação com as novas possibilidades que o mundo moderno nos oferece.

É preciso adotar uma nova postura, um novo olhar sobre aquilo que queremos e acreditamos, pois a mudança é um processo complexo que requer esforço, trabalho, e acima de tudo, confiança, onde o ensino seja voltado para a realidade do aluno, e a matemática seja contextualizada historicamente, observando as diversidades étnicas, sociais e econômicas do meio em que estamos inseridos.

> A adoção de uma nova postura educacional é na verdade, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino aprendizagem, baseado numa relação obsoleta de causa-efeito. Procura-se uma educação que estimule o desenvolvimento de criatividade desinibida, conduzindo a novas formas de relações interculturais. (D'Ambrósio apud Monteiro, 2001, p. 8)

A mudança nem sempre é bem vinda.Incitar o professor a sair da "zona de conforto" e fazê-lo entrar num campo totalmente desconhecido e trabalhoso é uma tarefa árdua, mas temos professores comprometidos com a educação, que se esforçam para adquirir formação acadêmica e que se preocupam com o aluno.

> Mudança de paradigma, no entanto, é um processo complexo; é necessário querer mudar e acreditar que isso é possível. Mais do que constatar que precisamos mudar, é necessário ter a convicção de que sempre há um novo jeito de ensinar, que sempre é possível mudar. (Monteiro, 2001, p. 14)

Precisamos instigar a criatividade do professor e o interesse dos alunos. É um processo difícil, pois temos cada vez mais salas superlotadas e alunos desmotivados, uma vez que "o mundo lá fora" lhe oferece muito mais encantamento que a escola, como as mais variadas tecnologias que não chegaram ainda à sala de aula e, que quando chegam, não são utilizadas pelos professores.

É preciso fazer mais. É preciso buscar meios que faça da sala de aula um ambiente prazeroso, principalmente nas aulas de matemática, onde a maioria das vezes o único recurso utilizado são o quadro e o pincel.

O ensino contextualizado leva o aluno a ver a matemática com mais significado e aplicabilidade e onde ele participa do processo como sujeito ativo, interagindo com questões do dia a dia, as quais realmente o interessam.

O aluno é estimulado a pensar, a solucionar problemas do cotidiano usando conhecimentos matemáticos, a generalizar regularidades percebidas nos problemas e formalizar na construção de conceitos matemáticos.

E nesse anseio e esperança por mudanças, o professor deve incentivar seu aluno a buscar, na matemática, o fascínio que ela por natureza encanta ver a beleza dos cálculos como solução de problemas e, ao mesmo tempo, como modelos de precisão para resolver tantos outros.

CAPÍTULO 2

Coleta e Análise dos Dados

Para propor um ensino de álgebra de forma contextualizada, faz-se necessário saber o que acontece com o professor em sua prática pedagógica, como acontecem as aulas de matemática, e as dificuldades encontradas pelos professores.

2.1 – Coleta de Dados

Essa é uma pesquisa qualitativa com dados quantificados realizada com professores de matemática da rede pública de ensino da cidade de Campo Formoso-BA. Esta cidade fica situada no norte baiano, localizada a 400 km de Salvador, com uma população aproximada de 76 mil habitantes. Os sujeitos da pesquisa são professores de matemática da rede pública municipal num total de 20 professores, que atuam no ensino fundamental. Foram escolhidos cinco professores de cada uma das quatro escolas municipais que oferecem o ensino fundamental. A escolha dos sujeitos aconteceu de forma aleatória, e seus dados pessoais foram mantidos em sigilo.

A coleta de dados se deu por meio de observação e questionário estruturado com perguntas fechadas e abertas aplicadas aos sujeitos da pesquisa. Após a coleta, os dados foram categorizados em duas partes: Parte I - Perfil dos sujeitos e Parte II - Sobre o ensino da álgebra. Em seguida, o nome dos sujeitos foram codificados, garantindo o sigilo dos participantes.

2.2 – Análise dos Dados

2.2.1 –Perfil dos Sujeitos

Os dados foram tabulados e analisados conforme descrição abaixo.

A Figura 3.1 apresenta o gráfico sinótico mostrando a divisão dos sujeitos por gênero.

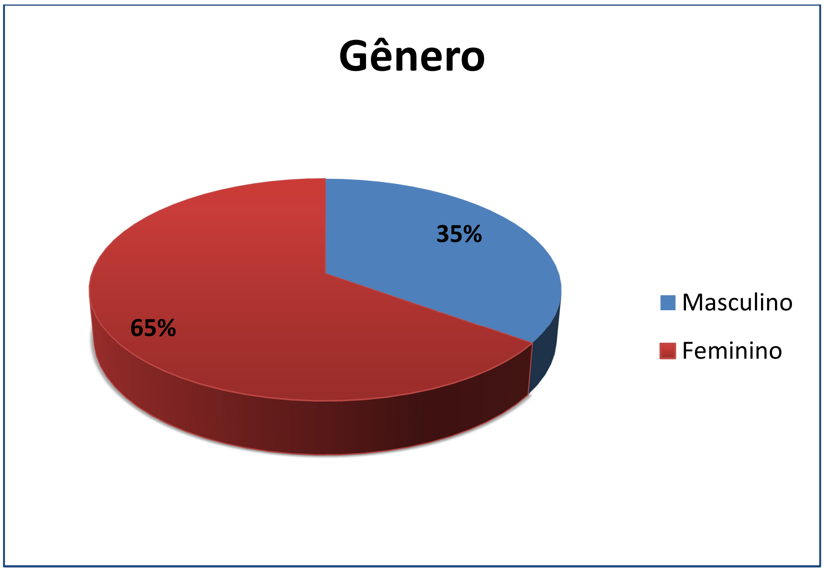

Figura 3.1: Divisão dos sujeitos por gênero

Na figura acima, vemos que 65% dos pesquisados são do sexo feminino, onde pode ser visto que a atividade de docência ainda é uma profissão feminizada, mesmo se tratando de matemática, uma disciplina da área das exatas, predominantemente masculina.

A Figura 3.2 apresenta o gráfico sinótico mostrando a formação profissional dos sujeitos pesquisados.

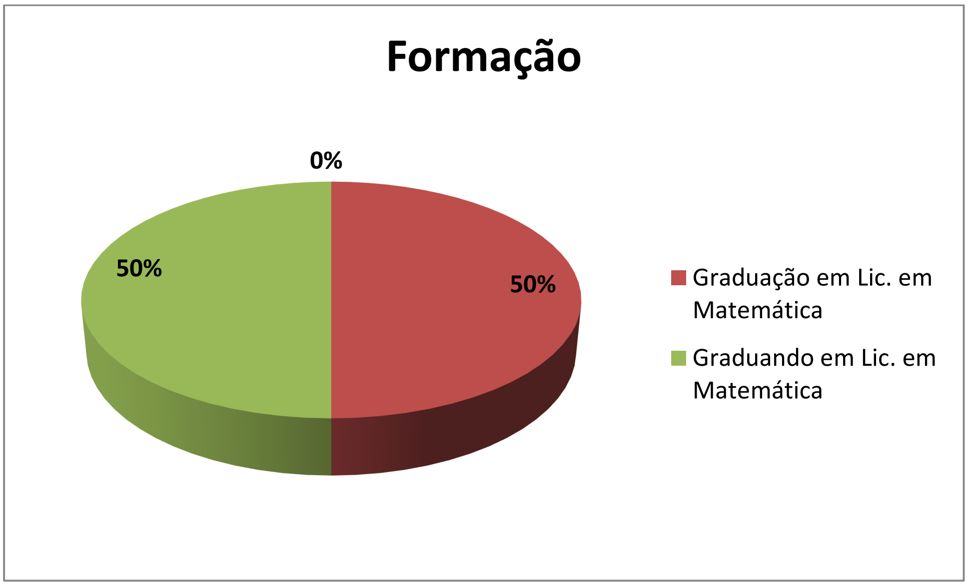

Figura 3.2: Formação dos sujeitos

Quanto à formação, todos os professores pesquisados são graduados ou estão se graduando em matemática e esse fato reflete positivamente na educação, uma vez que os professores estão buscando mais qualificação profissional, implicando em melhorias no ensino da matemática. Desses professores, quando questionados se possuíam outra graduação, 60% dos que estão se graduando em matemática, já possuem outra formação acadêmica, demonstrando que todos os professores pesquisados estão atuando na área de formação, ou seja, na matemática.

2.2.2 - Sobre o Ensino da Álgebra

Nessa segunda parte da pesquisa, será analisada a prática do professor em relação ao ensino de álgebra.

A Figura 3.3 apresenta o gráfico sinótico mostrando o uso de problemas do cotidiano na explicação da álgebra.

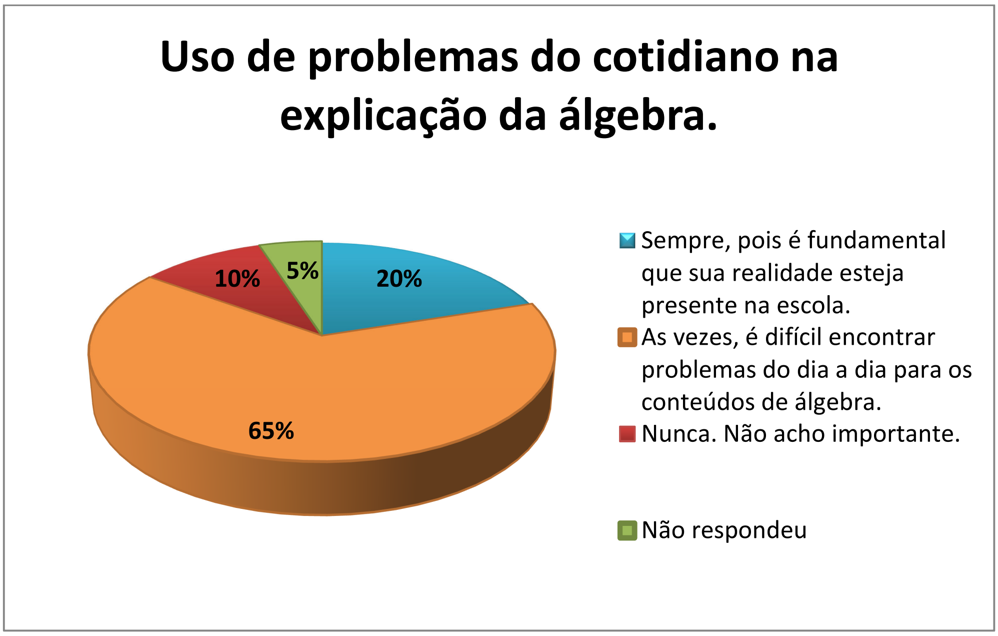

Figura 3.3: Uso de problemas do cotidiano na explicação da Álgebra

Em relação a utilizar problemas do dia a dia na explicação de conteúdos de álgebra, 65% dos professores responderam que utiliza às vezes, porque é difícil encontrar problemas do dia a dia relacionados à álgebra. Verifica-se que esses professores não têm visão da relação da álgebra com situações do cotidiano de seus alunos e, por consequência, o ensino da matemática acontece sem relação com a vida dos alunos.

> É necessário compreender o individuo em seu contexto social, cultural e como alguém que, impregnado desse mundo social e cultural, expressa-se em sua totalidade física, emocional, intelectual e cultural.(Monteiro, 2001. p. 24)

Nota-se que apenas 20% responderam que usam sempre problemas do cotidiano. Quando questionados em quais conteúdos, a maioria disse que “traz” esses problemas principalmente na explicação de equações. Por fim, vimos que 10% dos entrevistados nunca utilizaram problemas do cotidiano na explicação de álgebra, por não acharem importante trazer situações reais dos alunos para sala de aula.Isto é lamentável, uma vez que acarretará num ensino mecanizado, com meras repetições de fórmulas e exercícios.

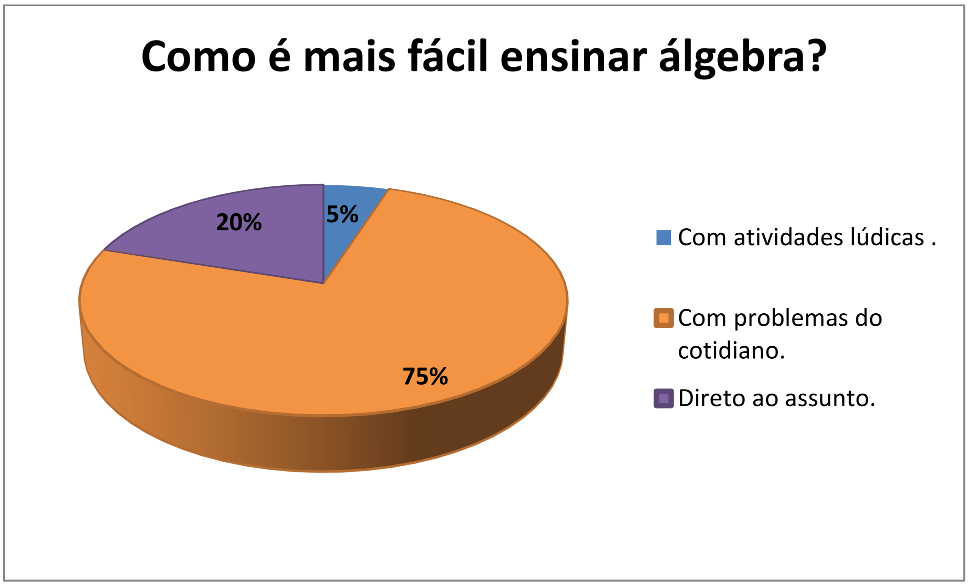

Figura 3.4: Como é mais fácil ensinar Álgebra?

Quando questionados a respeito de como é mais fácil ensinar álgebra, 75% responderam que era com problemas do cotidiano. Isso nos mostra algo intrigante. Os professores, em sua maioria, acham que ensinar álgebra com problemas do cotidiano é mais fácil, no entanto na sua prática não utilizam tais mecanismos, como ilustramos na Figura 3.3, onde apenas 20% dos professores responderam que usam sempre problemas do cotidiano para explicar álgebra.

O que acontece hoje em dia é a soberania do professor de matemática em sala de aula, em que ele é o sujeito, é ele que explica o assunto, faz alguns exemplos, passa uma série de exercícios semelhantes aos exemplos e os alunos são meros espectadores/copiadores. Quando têm alguma dúvida, é o professor que vai ao quadro "mostrar" como se faz, ou seja, em nenhum momento o aluno é o sujeito no processo de aprendizagem.

Usar a modelagem matemática dará ao aluno mais segurança e o seu aprendizado ocorrerá de maneira efetiva. O professor deve utilizar situações do cotidiano, verificar as regularidades, fazer as generalizações, para só a partir daí, levar o aluno a construir os conceitos matemáticos.

> A modelagem matemática pressupõe um ciclo de atuação que parte de uma realidade, cria um Modelo que procura explicar e entender aquela realidade e, com os resultados obtidos, volta-se a ela para validar/reformular o modelo criado. (Monteiro, 2001. p. 72)

Temos que dar autonomia ao aluno de construir o seu próprio conhecimento; o professor deverá ser um mediador nesse processo.

A Figura 3.5 apresenta o gráfico sinótico mostrando a porcentagem das respostas à pergunta “Como é introduzido um conteúdo de álgebra?”.

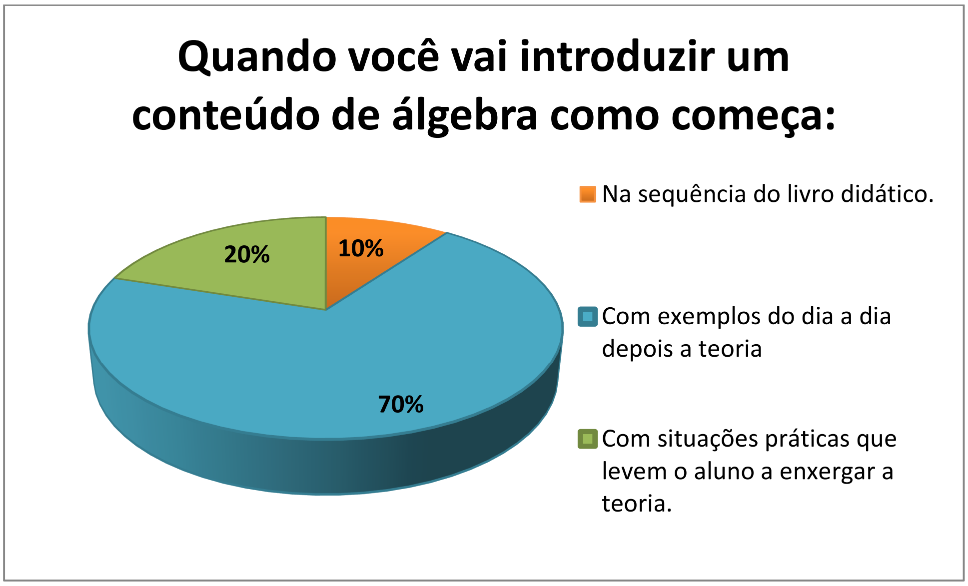

Figura 3.5: Como é introduzido um conteúdo de Álgebra?

Apesar de 65% dos professores responderem que somente às vezes usam problemas do cotidiano na explicação dos conteúdos de álgebra (ver Figura 3.3), 70% afirmam que começam a aula com exemplos do dia a dia para só depois dar início a teoria referente ao assunto a ser estudado. Isto é uma grande contradição. Podemos, inclusive, concluir que mesmo que eles usem os exemplos do dia a dia, fazem isso sem conexão com a teoria e perdem uma oportunidade importante de fazer os alunos construírem conceitos. Nota-se, também, que apenas 20% usam situações práticas que levam o aluno a enxergar a teoria.

O livro didático de matemática é uma ferramenta importante a ser utilizada pelos alunos e professores, mas não deve ser a única. Hoje em dia, dispomos de uma série de atividades que, aliadas com o livro didático, pode tornar o ensino de matemática mais dinâmico. Como por exemplo, utilizar o espaço escolar para matematizar, ou seja, a partir do espaço geográfico da escola, o professor poderá criar situações reais que levem o aluno a ver a matemática que usamos diariamente.

> Ao se deparar com situações cotidianas na paisagem escolar, o aluno encontra a funcionalidade da matemática, a observação de seus métodos no entendimento do que está ao seu redor. A observação do espaço faz com que surja a oportunidade de interação e descobertas, a vivência e a partilha com outros colegas. (Neto, 2012. p. 34)

É um momento em que o professor verifica, juntamente com os alunos, a aplicabilidade da matemática.

A Figura 3.6 apresenta o gráfico sinótico mostrando se o professor, na sua prática pedagógica, aborda a aplicabilidade dos conteúdos de álgebra.

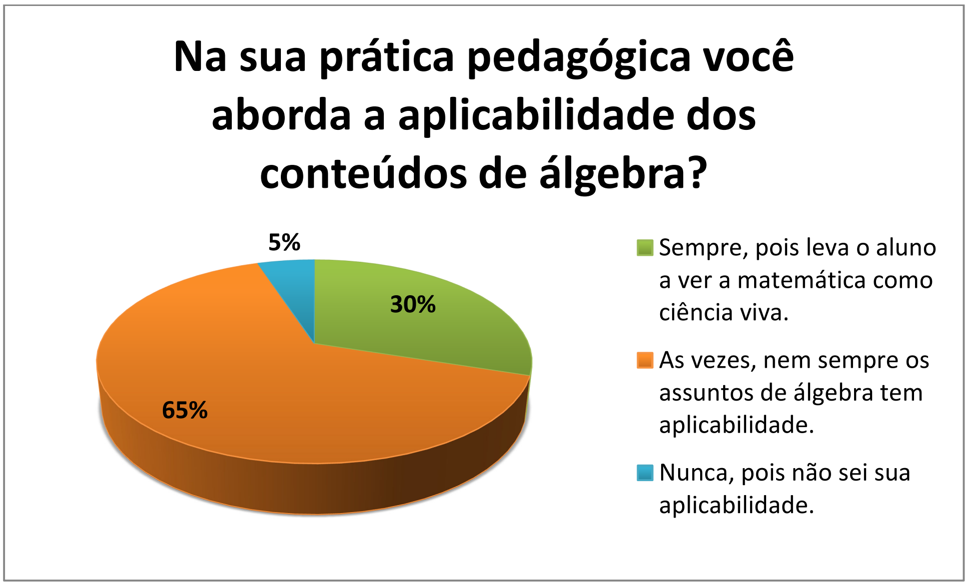

Figura 3.6: Se o professor na sua prática aborda a aplicabilidade da Álgebra

Em relação à abordagem da aplicabilidade da álgebra, 65% dos professores responderam que só às vezes abordam aplicações algébricas na sua aula, por acharem que nem todo conteúdo de álgebra tem aplicabilidade, o que mostra que esses professores desconhecem o papel da matemática (em particular da álgebra) na construção do mundo de hoje, e sua prática legitima cada vez mais a matemática como uma ciência estanque, isolada, repetitiva e sem aplicações, não permitindo uma construção e desenvolvimento lógico no aluno.

A Figura 3.7 apresenta o gráfico sinótico mostrando que tipo de linguagem o professor usa quando está explicando um conteúdo de álgebra.

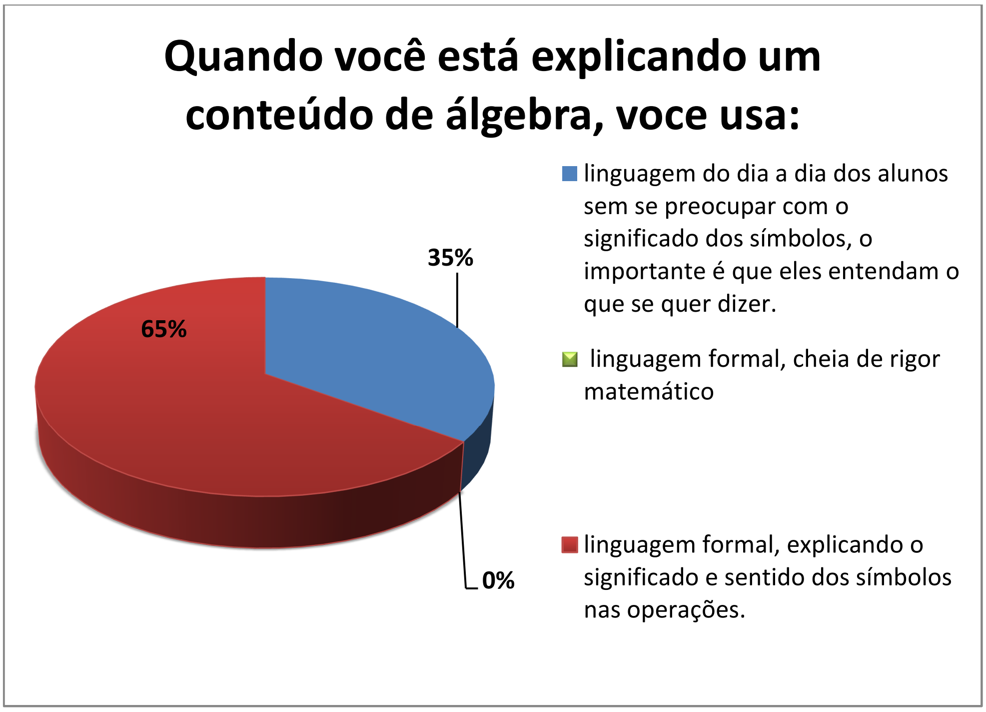

Figura 3.7: Que tipo de linguagem o professor usa quando está explicando um conteúdo de Álgebra

Quanto à linguagem usada pelos professores 65% dos pesquisados afirmaram que usam a linguagem formal, explicando o significado e sentido dos símbolos nas operações e 35% usam a linguagem do dia a dia dos alunos, sem se preocupar com os significados dos símbolos, o que leva o aluno a aprender matemática de forma mecânica, sem comunicação entre o conhecimento matemático e seus significados.

Não há como aprender matemática, se não se sabe ler matemática. E o uso de uma linguagem adequada é essencial nesse processo de comunicação entre o professor, o aluno e a matemática. Mas devemos ter o cuidado para não usar de maneira excessiva, e ao invés de facilitar a comunicação, bloquear o raciocínio do aluno e consequentemente prejudicar seu aprendizado.

A Figura 3.8 apresenta o gráfico sinótico mostrando o professor em relação à leitura da história da matemática.

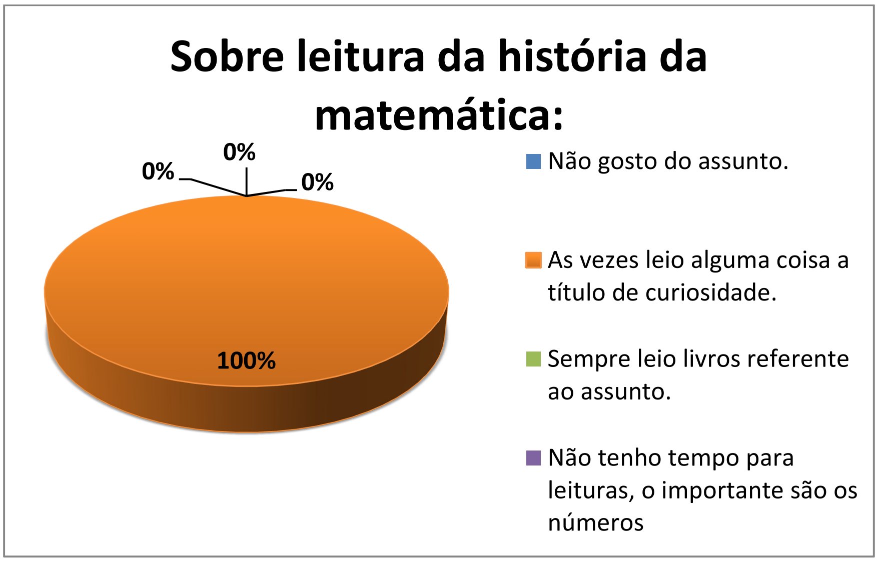

Figura 3.8: O professor em relação à leitura da história da matemática

Uma vez que todos os entrevistados somente a título de curiosidade lêem sobre a história da matemática, verificamos que os professores não têm conhecimento deste assunto, o que é lastimável, pois o uso dos problemas históricos e intrigantes da matemática é um instrumento importante para motivação das aulas.

> A história é também boa fonte para atividades escolares. Elas podem ser tão simples como pedir aos estudantes que pesquisem a vida de um matemático, ou elaboradas como um projeto que procure levar os alunos a reconstruir o caminho histórico que conduziu os matemáticos à descoberta. (Berlinghoff, 2010. p. 4)

A leitura é importante na construção do conhecimento. Situar-se historicamente em determinado conteúdo matemático, verificar de quais problemas surgiram, e relacioná-los com a realidade do aluno, proporcionará aos professores e alunos uma desmistificação da matemática como um produto pronto e acabado, fruto de conceitos lógicos dedutivos.

A Figura 3.9 apresenta o gráfico sinótico mostrando se o professor faz referência da história da matemática na introdução dos conteúdos de álgebra.

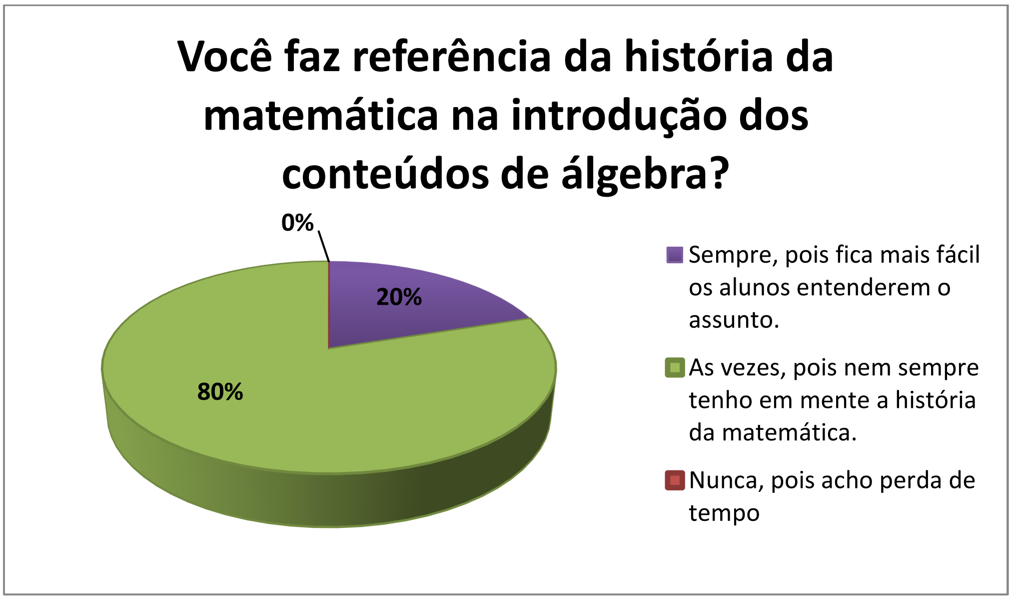

Figura 3.9: Se o professor faz referência da história da matemática na introdução dos conteúdos de Álgebra

Como verificado na Figura 3.8, todos os professores pesquisados só fazem leitura da história da matemática por curiosidade, e quando questionados sobre o seu uso, 80% responderam que por não ter em mente a história da matemática, só utiliza às vezes este tema na introdução dos conteúdos de álgebra. Logo, o ensino da álgebra acontece sem a contextualização histórica, o que impossibilita ao aluno uma visão de que a matemática é constituída por erros e acertos, ou seja, é também uma ciência em desenvolvimento.

A história da matemática é um recurso para o processo de ensino e aprendizagem, despertando nos professores e alunos, o interesse e à compreensão da matemática como ciência viva, construída socialmente pela humanidade e não como um produto concluído/acabado.

A Figura 3.10 apresenta o gráfico sinótico mostrando se o professor na sua formação recebe(u) algum(a) direcionamento/ajuda de como trabalhar matemática em sala de aula.

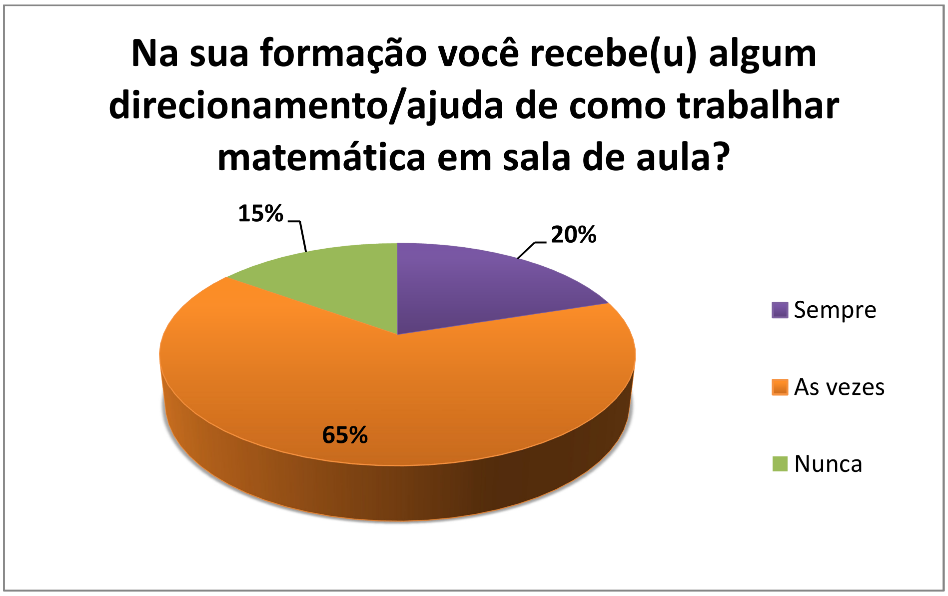

Figura 3.10: Se o professor na sua formação recebe(u) algum direcionamento/ajuda de como trabalhar matemática em sala de aula

Dos pesquisados, 65% dos professores afirmam que somente às vezes receberam direcionamento/ajuda de como trabalhar a matemática em sala de aula, e 15% afirmam que durante a graduação nunca receberam nenhuma orientação quanto ao ensino da matemática. Percebe-se que o impacto da formação na sua prática pedagógica é pequeno, uma vez que as Universidades falham por não darem o suporte necessário ao graduando para exercer seu papel de licenciado, de professor atuante no processo de transformação do meio em que vive.

Nessa pesquisa, foram feitas, também, questões abertas sobre as dificuldades encontradas no ensino de matemática. Quando questionados sobre as dificuldades que seus alunos apresentam em relação à álgebra, a maioria respondeu que o alunado chega ao Ensino Fundamental II com deficiência quanto às operações aritméticas. Além disso, os alunos não compreendem o uso de letras como variáveis e incógnitas, uma vez que eles não percebem que as operações da aritmética são as mesmas da álgebra. Os professores pesquisados atribuem essas dificuldades desde o ensino mecânico à falta de contextualização da matemática. Mencionaram também o fato que alguns professores não conseguem trabalhar o concreto com a linguagem simbólica e também atribuem à forma como a matemática é apresentada no Ensino Fundamental I.

Quando questionados sobre os conteúdos mais fáceis de contextualizar e quanto aos mais difíceis, a maioria das respostas foram equações e funções para o conteúdo mais fácil e monômios, polinômios e equações algébricas como os mais difíceis. Os professores acham mais fáceis contextualizar equações e funções, e 75% responderam que o uso de problemas do cotidiano facilita o ensino de álgebra (ver Figura 3.4). No entanto, 65% responderam que não procuram trazer frequentemente problemas do cotidiano na explicação de conteúdos de álgebra, por terem dificuldade de encontrar tais problemas (ver Figura 3.3). Então o professor tem consciência de que existem conteúdos que possam ser contextualizados, e que esse procedimento torna o ensino mais fácil e, no entanto, não o fazem.

Sabemos que é possível ter um ensino de matemática contextualizado, o professor tem consciência disso, e o que acontece, seja por comodismo ou por falta de incentivo, é que o professor ainda carrega a metodologia de ensino tradicional, onde o professor fala e o aluno escuta.

Uma pergunta frequente de alunos numa sala de aula de matemática do Ensino Fundamental II é: “para que estudar matemática?” ou “Onde eu vou usar isso?”. E quando questionados sobre qual seria a sua resposta a essas questões, a maioria respondeu com aplicações em cálculos das operações, como saber a idade, altura, etc. Houve respostas evasivas do tipo: “em tudo que nos rodeia existe a matemática”, mas nenhuma resposta teve a aplicação direta de determinado conteúdo de álgebra.

A história da matemática é um campo do conhecimento que possibilita ao professor modificar sua visão da matemática como ciência pronta e, por conseguinte, sugere mudanças em suas técnicas pedagógicas, possibilitando que suas aulas sejam atraentes, provocando nos alunos o interesse pela matemática e suas aplicações.

A última questão foi referente a cursos de capacitação realizados nos últimos anos. Pudemos perceber que 35% dos entrevistados fizeram o Gestar Matemática[1], com 300hs e 35% fizeram especialização na área de ensino da

---

[1]Gestar Matemática – Programa Gestão da Aprendizagem Escolar em Matemática

matemática. Já os outros 30% dos professores não responderam. Considerando que a maioria dos professores esteve estudando nos últimos anos, vemos há um interesse por parte dos docentes em buscar qualificação profissional, em aprimorar sua prática, mas quando questionados sobre sua atuação em sala de aula, nem sempre esses cursos refletiram positivamente em mudanças da prática pedagógica.

CAPÍTULO 3

Exemplos para Aplicações

A partir de situações do cotidiano, o aluno é levado a construir conceitos de álgebra utilizando uma linguagem matemática adequada.

3.1 – Orientações aos Professores de Matemática do Ensino Fundamental

É difícil traçar regras e métodos para ensinar, uma vez que não existem fórmulas prontas para o ensino.No entanto, percebe-se no professor uma “abertura” para aprender, para resolver as dificuldades no processo de aprendizagem de seus alunos, o que se apresenta como campo fértil para mudanças. A partir desse pressuposto, sugerimos uma intervenção na prática de ensino do professor, voltada para a construção de conceitos a partir de situações reais, fazendo uso de uma linguagem matemática adequada.

Tal intervenção dar-se-á por meio de orientações destinadas especificamente aos professores de matemática do Ensino Fundamental, e que podem ser utilizadas por professores da educação básica. São orientações sobre o ensino de álgebra que nortearão a prática dos professores, com situações problemas que levem o aluno a desenvolver o pensamento algébrico. As orientações serão apresentadas de maneira independente, mas obedecendo alguma sequência de conteúdos na ordem a seguir:

- Equações do 1° grau – equações literais;
- Funções lineares e afins;
- Sistemas de equações lineares;

- Equações do 2° grau;
- Funções quadráticas;
- Inequações do 1° grau.

Serão apresentadas situações do cotidiano, em que o aluno tentará resolve-las e, após mostrar o caminho do pensamento usado para chegar a solução, denominada de metacognição - capacidade de pensar sobre o próprio pensamento – será introduzido o conceito matemático dando ênfase na linguagem matemática adequada.

O método metacognitivo propicia ao aluno momentos de reflexões sobre os caminhos percorridos na busca de soluções dos problemas, e, nesse contexto, não podemos deixar de enfatizar a importância de discutir os erros, entender o pensamento, rever respostas, descobrir onde o aluno falhou e, por conseguinte, fazer as correções de modo que o professor, também, faça o uso do processo de metacognição como exercício de reflexão da prática docente.

Neste contexto, serão também apresentadas sequências e tabelas para o aluno poder identificar, generalizar e validar regularidades, fazendo uso da calculadora como mecanismo facilitador do processo de resolução de problemas.

A compreensão dos conteúdos de álgebra pelos alunos é de fundamental importância, pois a partir daí é possível a conexão com outros conteúdos de maior complexidade na matemática. Segundo os PCN's:

> O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. (Brasil, 1998, p. 115)

A introdução à álgebra elementar acontece em alguns livros didáticos a partir da III unidade do 8° ano (7ª série).

Para começar qualquer conteúdo, o professor deve planejar um esquema, conceituando as palavras novas que o aluno vai se deparar. Nesse caso, deve-se trabalhar com o aluno o seu significado, o sentido e a situação em que vai usar tais palavras, e sempre inserir um pouco da história da matemática, abordando a importância do conteúdo e da linguagem matemática no processo ensino aprendizagem. É importante, também, que o professor verifique quais conhecimentos seus alunos já possuem através de testes de sondagem (oral ou escrito).

Vale ressaltar, que o processo de construção de conceitos a partir de situações práticas, demanda tempo e, inicialmente, o professor pode contar com o desinteresse da turma e até mesmo falta de controle da sala, mas, assim que são resolvidas estas questões, o resultado é muito proveitoso, pois conceitos construídos corretamente contribuem e preparam o aluno para aplicar tais conceitos em conteúdos mais complexos e consolida uma aprendizagem efetiva na matemática.

> Essas diferentes formas de compreender a matemática nos levam a diferentes formas de ver seu ensino. Parece-nos que a questão fundamental se situa na relação entre a matemática e a realidade. (Monteiro, 2001, p. 36)

Antes de iniciar o estudo de álgebra, é necessário que o aluno consiga traduzir uma situação problema para uma sentença matemática, ou seja, traduzir da linguagem escrita para linguagem algébrica. Caso não consiga, vale a pena o professor dedicar um pouco mais de tempo,a fim de que o aluno exercite a transcrição de um problema de situações reais a uma sentença matemática.

Depois de verificado o que o aluno sabe sobre álgebra, deve-se relembrar alguns símbolos que usamos nas sentenças matemáticas como $=$(igual a), $<$(menor do que), $>$(maior do que), $\neq$(diferente de), $\leftrightarrow$(equivalência), $\rightarrow$ (implica), dentre outros.

Abaixo listaremos alguns conceitos importantes que devem ser trabalhados com os alunos na introdução à álgebra escolar.

Igualdade (=) e Equivalência (↔)

Na aritmética os alunos usam o sinal de igualdade para representar o resultado de operações do tipo: 3 + 2 = 5, em que o aluno é levado a dar um resultado e o sinal de igualdade tem papel de operador. Na álgebra, o sinal de igualdade pode ser usado para representar uma identidade ou equivalência. É importante o professor salientar a diferença entre identidade e equivalência.

Identidade em matemática é quando um objeto é igual ao outro, ou seja, quando existe coincidência total. O que mais aparece na matemática é a equivalência – *Equi* vem do latim e quer dizer igual e *valens*, também do latim, quer dizer valor. Então equivalente significa igualdade de valor. Logo, em uma expressão matemática, dizer que uma expressão é equivalente a outra significa dizer que elas representam o mesmo valor, embora estejam escritas de maneira distintas. Exemplo: 3.2 + 4 = 6 + 2.2 cada membro dessa igualdade não são iguais, mas tem o mesmo valor.

> Ao ensinar os procedimentos de resolução das equações, o professor costuma reafirmar tal concepção em seu discurso *(se adicionarmos o mesmo número a ambos os membros, a igualdade é conservada*), omitindo que o que se conserva é o conjunto-solução da equação. (Sessa, 2009, p. 55)

O significado de equivalência deve ficar claro para o aluno, pois quando for introduzido o conteúdo de expressões, equações e suas técnicas de simplificação, a equação resultante não é igual à primeira, mas equivalente. Assim, dada à equação

$$x+1=4,$$

ao multiplicá-la por 2 obtemos

$$2x+2=8.$$

Note que não são equações iguais, mas, equivalentes, ou seja, admitem a mesma solução.

Incógnita e Variável

O que é a Incógnita? Como o próprio nome sugere é aquilo que desconhecemos. Num problema matemático a incógnita é o valor desconhecido e que estamos procurando. Por exemplo: $3 + 4 = 7$ é uma expressão, mas quando se omite um valor e substitui por uma letra, por exemplo: $3 + x = 7$, o que se procura é um número que somado com 3 dê 7. E "*x*" nesse caso é a incógnita, o valor que se procura. Mas não podemos simplesmente introduzir o conceito de incógnita dessa forma, pois isso desenvolverá no aluno um processo mecânico sem significado. Já a variável, embora seja um valor desconhecido, pode assumir qualquer valor dentro de um espaço determinado.

Um dos grandes desafios hoje do ensino matemático está na transição da aritmética para a álgebra. É nesse momento que o aluno se depara com um novo símbolo, mas que para ele ainda é uma letra, a variável *x*. Essa fase do ensino merece uma atenção especial, pois será decisiva para desenvolver a habilidade para o uso correto da linguagem matemática e, por consequência, dar ao aluno a chave de acesso ao complexo mundo matemático.

No surgimento da álgebra, o método de resolução de problemas era semelhante ao que usamos hoje, a diferença era que antes, no lugar das letras, usavam-se palavras. As letras surgiram na álgebra por intermédio do francês François Viète, que usou as letras para representar as incógnitas e simplificar as operações. Mas foi René Descartes que usou as últimas letras do alfabeto, para representar as incógnitas e, as primeiras, para representar os coeficientes literais das incógnitas.

O aluno está acostumado com as operações de aritmética simples e concretas e se depara com um símbolo conhecido por ele, mas, com outro significado, mais complexo e abstrato, que são as letras utilizadas para denominar as incógnitas e as variáveis.

É necessário contextualizar com exemplos do dia a dia, até que o aluno chegue à conclusão e saiba a diferença entre incógnita e variável. Por exemplo:

Situação 1 – Maria estava com uma nota de R$10,00, foi ao supermercado, comprou3 cadernos e ao sair recebeu R$2,20 de troco. Quanto custou cada caderno?

Situação 2 – Uma caneta custa R$2,00 e um lápis custa R$1,00. Quantos lápis e canetas Maria pode comprar com R$10,00?

A discussão com os alunos sobre cada situação acima, os levarão a um posicionamento a cerca da diferença entre variável e incógnita: Quantos valores foram encontrados na Situação 1? E na Situação 2? O aluno verificará que quando se está procurando um valor, no caso da Situação 1, o valor de cada caderno é uma *incógnita*, pois não se sabe o seu preço, mas se pode descobrir. Na Situação 2, o numero de canetas depende do numero de lápis e vice versa, ou seja, a resposta pode variar e o numero de canetas e lápis são, portanto,*variáveis*. Desta forma o aluno aprende o conteúdo contextualizado, contribuindo para uma aprendizagem significativa.

É importante que o professor compreenda que a transição da mentalidade do aluno das operações concretas para as operações abstratas não é um processo simples e que requer dos professores uma atenção especial, principalmente em relação ao erro.

Por muito tempo o erro foi visto como algo negativo, sem importância no processo de aquisição de conhecimento. Mas a partir de estudos, o erro passou a ter destaque no processo de ensino aprendizagem, pois o erro é apenas uma leitura equivocada a partir de olhares diferenciados, que se encontram em determinada situação. O olhar da criança, do adulto, do professor e do aluno são olhares com lógicas diferenciadas que merecem atenção.

O erro deve ser encarado como um momento de reflexão sobre as estratégias usadas na resolução do problema ou avaliação. O erro numa resolução é tão importante quanto o acerto e isso devem ser passados ao aluno para motivá-lo a continuar tentando, pois é uma oportunidade de crescimento.

O professor, quando perceber que o aluno errou, deve pedir que ele exponha seu raciocínio, percorrendo o caminho até encontrar o erro, não criticando, mas ajudando-o e discutindo com a turma e, caso ache necessário, apontar outras soluções.

Esse procedimento, chamado de metacognição, permite ao aluno um olhar crítico sobre seu raciocínio. É uma oportunidade de refazer o caminho percorrido para chegar à solução e ajudará o aluno a entender e formalizar o pensamento algébrico.

Ao perceber que errou, o aluno mostra-se frustrado por não conseguir chegar a solução do problema, mas o professor deve transformar essa frustração num desafio de descoberta do erro, ajudando a encontrar novos caminhos, e por conseguinte chegar a solução.

O cuidado com a quantidade e qualidade das atividades é fundamental para que o ensino da matemática não se dê de maneira mecânica. O excesso de atividades propostas, mesmo que interessantes, pode desestimular o aluno.

No estudo da matemática, surgem novas palavras ou um novo significado para algumas palavras que o aluno desconhece, como por exemplo: termo, membro, expressão, raiz da equação, sentença matemática, entre outras, e que impõem uma conceituação pelo professor à medida que forem surgindo.

3.1.1 – Equações do Primeiro Grau – Equações Literais

As equações surgiram devido a necessidades práticas, e seu estudo possibilita ao aluno desenvolver o pensamento algébrico e o leva a compreender a abstração da matemática. Assim, as equações são “um caminho” para descobrir um número desconhecido.

A equação é considerada a linguagem da álgebra e definida por Iezzi (2009, p.172) como: “uma sentença matemática que contém uma ou mais incógnitas e é expressa por uma igualdade”.

Na introdução à álgebra o professor deve lembrar aos alunos alguns problemas que sejam resolvidos por fórmulas matemáticas.

Exemplo: Qual a área de um retângulo que tem 4 cm de largura e 6 cm de comprimento?

Sabemos que a área do retângulo é calculada por

$$A = b.h,$$

Onde *b* é a base e *h* é a altura do retângulo. É importante mostrar a diferença entre as letras que representam medidas (cm) e as que representam as variáveis (*A, b, h*), pois podem assumir qualquer valor.

Uma letra é denominada de variável quando pode assumir diferentes valores. Por exemplo: o dobro de um número pode ser representado de diferentes formas: *2.x, 2.n, 2.a*,..., chamados de monômios. Se a expressão possui mais de um monômio ou termo, são chamados de polinômios.

É importante o professor salientar que as operações adição, subtração, multiplicação e divisão aprendidas na aritmética continuam as mesmas, só que agora são operadas com as variáveis, ou seja, com monômios e polinômios.

A solicitação aos alunos para formularem um problema para que os colegas descubram sua idade, é uma maneira dinâmica para iniciar equações. Uma maneira de fazer isso é escrever o problema no quadro e verificar se com os dados que o aluno forneceu somos capazes de descobrir a solução. Por exemplo: o dobro de minha idade menos 5 anos é igual a minha idade mais 10 anos. Qual é a minha idade? Pergunte aos alunos a solução encontrada por cada um e solicite a descrição de como chegaram a esse resultado. Discuta com a turma os diferentes caminhos percorridos para chegar a resposta, inclusive aquelas que diferem do correto. Isto é importantíssimo para a contextualização da equação a alunos do Ensino Fundamental.

Logo em seguida, peça aos alunos que escrevam o problema como uma sentença matemática, em que “minha idade” é a incógnita, a qual chamamos de *x,* e explique que a sentença do problema “o dobro de minha idade menos 5 anos é igual a minha idade mais 10 anos” é escrita na linguagem algébrica como

$$2.x - 5 = x + 10.$$

A discussão com os alunos dos valores possíveis para a idade do colega é pertinente, ou seja, se são alunos do 8° ano eles têm entre 12 a 16 anos, por exemplo, e a definição a esse conjunto de possibilidades como conjunto universo da equação se traduz como um campo fértil para o ensino da matemática. A apresentação da resposta correta, 15 anos, é o conjunto solução da equação. Essa solução também é chamada de raiz da equação. Sessa (2009, p. 59) afirma que “a chegada às equações a partir das ideias de variável, de fórmula ou de número geral, colocaria os alunos em melhores condições para captar, em toda sua riqueza, o sentido desse objeto”.

A equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade. Se há igualdade, a sentença é dividida em dois membros: o que há antes da igualdade – primeiro membro - e o que há depois da igualdade – segundo membro da equação.

O professor deve trabalhar a idéia de membros com uma balança. Se possível levar uma pequena balança e alguns objetos e explorar o conceito de equivalência. Quando se coloca ou retira dois objetos de mesma massa em cada prato o equilíbrio permanece.

Uma vez discutido o problema formulado pelos alunos sobre as idades, como generalizar essa resolução? É necessário que os alunos encontrem um modo de resolução usando equações equivalentes. Por exemplo, se somarmos5 a cada membro da equação (como na balança), o resultado é uma equação equivalente. Assim, da equação

$$2.x - 5 = x + 10,$$

ao somarmos 5 a ambos os membros, obtemos

$$2.x - 5 + 5 = x + 10 + 5,$$

ou, equivalentemente,

$$2.x = x + 15.$$

Somando o oposto de *x* a cada membro da equação, obtemos

$$2.x - x = x + 15 - x,$$

isto é,

$$x = 15.$$

Depois é necessário que substituam o valor encontrado em cada equação equivalente, verificando que em cada etapa desse processo de resolução, quando se substitui o valor de *x* por 15, a equivalência sempre é estabelecida.

Esse caminho é conhecido por muitos professores e alunos como processo de “isolar incógnitas”. De acordo com Sessa (2009), para muitos alunos, as equações são dispositivos para isolar as incógnitas, e dominar as regras dessa técnica costuma ser fonte de inesgotáveis dificuldades.

O professor deve propor problemas de equações usando a balança, pesos e objetos para descobrir a massa. O concreto ainda é fundamental para o aluno compreender a abstração da matemática e evoluir no processo de aquisição de conhecimentos matemáticos. Uma vez entendido a equação do 1º grau,é hora de adentrar em conteúdos mais complexos, como a equação literal.

Segundo Bianchini (2006 p. 201), equação literal é toda equação que apresenta, além da incógnita, uma ou mais letras denominadas parâmetros. Uma vez que o aluno já tenha conhecimento do conceito de equação do 1º grau, o professor pode propor situações que envolvam duas variáveis em que o aluno tenha que encontrar sua relação.

Exemplo de equação literal: Um retângulo de lados $x + 4\ e\ 2x + 2$ tem perímetro igual a *12a*. Qual a relação entre *x* e *a*? Nesse caso, o aluno deverá aplicar conceitos aprendidos anteriormente sobre as operações com expressões algébricas. Como o perímetro é dado por

$$2(x+4)+2(2x+2)=12a,$$

o aluno deverá "isolar" o valor de uma variável em função da outra, ou seja:

$$2(x+4)+2(\ 2x+2)=12a$$

$$2x+8\ +4x+4=12a$$

$$6x+12=12a$$

$$6x=12a-12$$

$$x=2a-2$$

ou

$$a=\frac{x+2}{2}$$

3.1.2 – Funções Lineares e Afins

Um dos conceitos mais usados em Matemática é o de função, que constitui uma ferramenta indispensável no estudo de variação de grandezas nas mais variadas situações e na análise de gráficos.

Inicialmente, a noção de função deve ser trabalhada com situações que relacionem duas grandezas. O professor deverá propor, aos alunos, situações problemas como as que seguem.

Exemplo: Num ponto de táxi temos dois preços para as corridas.O primeiro é um preço fixo de R$3,00 por cada quilometro rodado, e o outro é uma taxa fixa de R$3,50 mais R$2,50 por cada quilometro rodado. Os alunos devem fazer uma tabela com preços de corridas nas duas opções para corridas de 1 a 10 km.

1ª Opção de Corrida

km rodado	Valor ($)
1	3.1 =3
2	3.2 = 6
3	3.3 = 9
4	3.4 = 12
5	3.5 = 15
6	3.6 = 18
7	3.7 = 21
8	3.8 = 24
9	3.9 = 27
10	3.10 = 30

2ª Opção de Corrida

km rodado	Valor ($)
1	3,50 + 2,50.1 = 6
2	3,50 + 2,50.2 = 8,50
3	3,50 + 2,50.3 = 11
4	3,50 + 2,50.4 = 13,50
5	3,50 + 2,50.5 = 16
6	3,50 + 2,50.6 = 18,50
7	3,50 + 2,50.7 = 21
8	3,50 + 2,50.8 = 23,50
9	3,50 + 2,50.9 = 26
10	3,50 + 2,50.10 = 28,50

Questione se é possível ter uma fórmula para cada opção de corrida. Peça que eles substituam os valores que estão procurando pelas letras *x* e *y*. Qual é a melhor opção para fazer uma corrida de 10 km? E uma corrida de 5 km? Depois que os alunos tiverem respondido essas questões, colocar no quadro as soluções encontradas e discutir com eles a presença de duas variáveis ou grandezas, que nesse caso são: a quantidade de quilômetros rodados e o valor da corrida. Há uma dependência do valor da corrida e a quantidade de quilômetros rodados. Mostrar também que o valor da corrida varia em função da quantidade de quilometro rodado. Há uma relação de dependência entre as grandezas.

Caso ache necessário, os alunos podem fazer uso da calculadora para facilitar o processo mecânico. Uma vez que o aluno já conhece os procedimentos de efetuar as operações da aritmética, a calculadora agilizará o processo de validação das generalizações.

Após os alunos perceberem as regularidades existentes nas relações entre as grandezas, já é um bom momento para definir o que chamamos de função afim. Temos, segundo Lima (2006), a seguinte

Definição: Uma função de $f: R \to R$ chama-se *afim* quando existem constantes $a, b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.

Quando *b = 0*, temos a função $f(x) = ax$ que é chamada de *linear*. Como sabemos, este é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade. Outro caso particular de função afim são as funções *constantes* $f(x) = b$.

Pela definição acima, pode-se mostrar que *a* é taxa de variação da função *f* no intervalo de extremos x e $x + h$. O número $b = f(0)$ às vezes se chama o *valor inicial* da função f.Note que bé o ponto onde a reta intercepta o eixo das ordenadas.

No exemplo da corrida de táxi, temos que:

Situação 1: $f(x) = 3x$.

Situação 2: $f(x) = 3{,}50 + 2{,}50x$.

No primeiro caso, a função é do tipo linear e o segundo caso é do tipo afim. Explore bastante o exemplo, exibindo o domínio, que são os valores da primeira coluna (km rodado) e a imagem (valor da corrida). Aproveitar para trabalhar os conceitos de domínio, contradomínio, imagem e sua representação, pois os alunos compreendem facilmente que a imagem de 7 é 21 em ambos os casos, mas quando escrito na linguagem matemática

$$f(7) = 21$$

Eles não sabem o seu significado.

Sugira que eles formulem problemas semelhantes e que resolvam usando tabelas e depois generalizando numa fórmula. Sessa afirma que:

> Generalizar é achar características que unificam; é reconhecer tipos de objetos e de problemas. Ao descontextualizar o trabalho realizado sobre um problema e discutir a matemática envolvida, entramos num processo de generalização que permitirá usar o que se aprendeu em outros problemas do mesmo tipo. (2009, p. 58)

As funções lineares podem ser resolvidas como uma proporcionalidade direta, ou seja, à medida que aumenta (ou diminui) o valor de uma variável a outra tende a aumentar (ou diminuir) na mesma proporção.

Na construção de tabelas, onde se atribui valores a variável independente e encontra-se o valor da variável dependente, cada linha da tabela representa um par ordenado, onde o primeiro valor corresponde ao domínio e, o segundo, a imagem.

A função afim deve ser representada no sistema cartesiano ortogonal de coordenadas, formalizado por René Descartes. Sua representação gráfica é dada por uma reta.

Os alunos deverão construir um sistema ortogonal de coordenadas e localizar no plano os pares ordenados (encontrados na tabela) representados por pontos.Isto dará ao aluno uma visão “geométrica” da função afim.

É interessante trabalhar com os alunos a construção do gráfico da função do exemplo da corrida de táxi. Depois de localizado os pontos, perguntar o que aconteceria caso a distância percorrida fosse de 1,5km. Pergunte qual o valor correspondente a representar em cada uma das situações. Poderia ter distâncias menores do que 1 km? O que aconteceria com a imagem? Explorar bastante esse momento da construção dos gráficos de funções. Por exemplo: à medida que aumentamos o valor da abscissa, o que acontece com a ordenada? Há crescimento, decrescimento ou estabilidade?

Se no exemplo da corrida de táxi, as duas funções fossem representadas no mesmo gráfico, o que significa o ponto de interseção, ou seja, o momento de encontro entre as retas que representam cada função? A partir de que valor o caso 2 é mais econômico de que o caso 1?

Leve, para a sala de aula, gráficos de revistas e jornais e os interprete junto com a turma, discutindo crescimento, decrescimento, as raízes (se existirem), os máximos e mínimos, etc. Explore todas as informações contidas nos gráficos, pois isso possibilitará aos alunos contemplar a aplicabilidade da matemática.

3.1.3 – Sistemas de Equações Lineares

O estudo de sistemas de equações lineares ou simplesmente sistema linear, é uma oportunidade dos alunos desenvolverem sua capacidade de utilizar a linguagem algébrica, seu raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas.

Que situação devemos trazer para a sala de aula, para que o aluno contextualize o conceito de sistema linear? Primeiramente, o professor deve verificar se já está claro para o aluno o conceito de equações literais. Após essa verificação, propor aos alunos situações problemas que possibilitem a compreensão do conteúdo. Por exemplo: faça uma simulação na sala de aula de uma loja com produtos em liquidação. Leve vários objetos que eles teriam interesse em comprar, como CD’s, livros, canetas, pincéis, etc. Leve uma tabela com os preços, mas não a amostre, e proponha que eles descubram os preços de cada objeto, quando diferentes objetos são agrupados em um único preço.

Exemplo: Duas canetas e três pinceis custam R$ 3,10 e uma caneta e um pincel custa R$ 1,20. Quais são os preços da caneta e do pincel?

Peça que os alunos respondam em duplas e que anotem o raciocínio usado para chegar ao resultado. Discuta e anote no quadro as respostas, e solicite que os alunos leiam as anotações acerca do raciocínio. Depois de discutidos os resultados, é hora da validação das respostas. É importante que se discuta, também, os caminhos usados por aqueles que não acertaram o resultado e observe, nessas resoluções, qual o raciocínio que os alunos desenvolveram de forma errada. Neste caso, proponha um contra exemplo. Faça perguntas que os levem a perceber onde erraram, sempre de uma maneira cordial, para não bloquear o pensamento algébrico do aluno nem o constranger diante da turma (isso é importante neste processo).

Depois de verificado os resultados, observe se na resolução houve alunos que fizeram uso de letras para representar canetas e pincéis. Caso contrário, peça aos alunos que escrevam cada pacote da promoção na linguagem algébrica e atrelem a solução das duas equações a uma mesma solução. Cada passo do raciocínio deve estar relacionado com operações. A partir daí, mostre a equivalência entre as equações quando aplicadas as operações sobre elas.

Uma solução possível: usando x para representar as canetas e y para representar os pinceis, temos duas equações:

$$2x + 3y = 3{,}10$$

e

$$x + y = 1{,}20.$$

Sabendo que $x + y$ é igual a *1,20*, e na primeira equação temos $2x + 3y$ igual a *3,10*, então, podemos retirar, da primeira equação, duas vezes a segunda equação, ficando

$$2x + 3y - 2(x + y) = 3{,}10 - 2(1{,}20),$$

de onde obtemos que $y = 0{,}70$. Uma vez conhecido o valor de y fica fácil encontrar o valor de x, pois $x + y$ é *1,20* e $y = 0{,}70$, o que implica que $x = 0{,}50$.

Depois dos alunos escreverem cada situação numa linguagem algébrica, mostre que essas equações, geometricamente, representam retas. Após isto, represente cada situação num mesmo gráfico. O que significa o ponto de interseção entre essas retas? O que o ponto de interseção tem a ver com a solução encontrada por eles?

O próximo problema foi inventado na Índia, por Mahavira, há mais de mil anos: “O preço de 9 limões e 7 maçãs é 107. O preço de 7 limões e 9 maçãs é 101. Diz-me rapidamente qual o preço de um limão e uma maçã”. E quanto custa uma maçã?

O método pelo processo de substituição permite encontrar a solução, mas é demorado e o problema pede uma solução rápida.

Observando o sistema

$$\begin{cases} 9x + 7y = 107 \\ 7x + 9y = 101' \end{cases}$$

podemos sugerir outros métodos de soluções, uma vez que precisamos encontrar o valor de um limão (*x*) e uma maçã (*y*). Note que

$$(9x + 7y = 107) + (7x + 9y = 101) \Leftrightarrow (16x + 16y = 208) \Leftrightarrow \ (x + y = 13),$$

onde se conclui que o preço de um limão e uma maçã é 13. Para encontrar o preço de uma maçã pode-se fazer de diferentes maneiras. Uma delas é a substituição. Sabemos que

$$7x + 7y = 91.$$

Logo,

$$(7x + 7y) + 2y = 101.$$

Daí, temos que

$$91 + 2y = 101,$$

o que implica em

$$y = 5.$$

Agora, proponha uma situação em que o sistema linear não admita solução. Por exemplo: uma caneta e um pincel custam $ 1,20 e duas canetas e dois pinceis custam 2,60. Deixem que os alunos percebam que se as canetas e pinceis tem os mesmos preços nos dois casos, o sistema não é possível de resolver e que nesses casos o sistema é considerado sem solução.

Sugira outras situações reais em que desperte no aluno o interesse em encontrar a solução desses problemas. Só a partir daí, da compreensão das condições do sistema linear e sua interpretação gráfica, é que poderá ser inserida a resolução algébrica formal; inclusive outros métodos de resolução, além do da substituição.

As dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem de sistemas lineares são relativas, na maioria das vezes, pela falta do pensamento abstrato, a tradução de problemas na linguagem usual para a linguagem algébrica de forma errada e a falta de interpretação da solução ao problema dado.

O aluno se depara com um grande número de operações a serem feitas e, às vezes, isso acontece de modo mecânico, sem nenhum significado, impossibilitando sua interpretação em situações reais. A linguagem utilizada pelo professor nem sempre facilita a comunicação entre os alunos, a matemática e o próprio professor.

É importante que o professor aborde as operações e os métodos de resolução de um sistema linear de maneira clara, com uma linguagem matemática adequada e, ao mesmo tempo, sem muito rigor, a fim de não se perder no formalismo. É essencial, também, que o professor leve situações do cotidiano para despertar no aluno o interesse pelo assunto e que ele veja que a matemática é, de fato, uma ciência viva.

3.1.4 – Equações do Segundo Grau

O estudo de equações do 2º grau constitui um espaço para as aplicações de conceitos e técnicas algébricas na resolução de problemas, e é, sem dúvida alguma, uma ferramenta que "modela" situações reais.

A introdução às equações do segundo grau será feita através de problemas que envolvem equação do 2° grau incompleta e, depois, com a equação do 2° grau completa na forma canônica. Antes disto, verifique se seus alunos compreendem a equivalência de equações, ou seja, quando se opera em ambos os membros de uma equação, o conjunto solução permanece o mesmo.

Peça para seus alunos determinarem as área de quadrados de lados 3 cm, 4cm e 5cm. Depois, solicite que encontrem uma fórmula que expresse a área de qualquer quadrado. Isso deverá ser feito por meio de uma tabela e verificado as regularidades, obtemos uma fórmula do tipo

$$A = l^2,$$

onde l é o lado do quadrado. Agora, mande que encontrem o lado de um quadrado que tem área 36 cm^2. Possivelmente, o aluno resolverá da seguinte maneira:

$$l^2 = 36.$$

Como $l > 0$, ao aplicar a raiz quadrada em ambos os membros, o aluno obterá

$$l = 6\ cm.$$

Trocando a letra$l$ por x, concluímos que a equação acima pode ser reescrita como

$$x^2 = 36.$$

Ou, equivalentemente,

$$x^2 - 36 = 0.$$

Essa equação tem grau *2* e por isso é chamada de equação do 2° grau.

Exemplo: Seja *R* um retângulo cujo comprimento é o triplo da altura.

(a) Escreva a expressão que representa a área do retângulo *R*.

(b) Quais as dimensões do retângulo *R* quando a área é 192 cm^2?

Insira problemas do cotidiano em que o aluno sinta-se desafiado e tenha interesse em respondê-lo, pois sem interesse não há razão para aprender. Busque situações que prendam a atenção do aluno.

Nesse processo de ensino aprendizagem, o aluno deve ser ouvido. A participação dos alunos nas aulas é imprescindível na aprendizagem da turma como um todo, pois a partir do momento em que se discute um caminho percorrido de uma solução, mesmo que essa solução não esteja correta, leva a turma a pensar e questionar sobre a matemática.

No estudo sobre equações do 2º grau não será diferente. O professor tem o livro didático que deve ser seguido e aproveitado de maneira que não seja o único recurso utilizado em sua aula. Use a história da matemática para levar o aluno a entender como surgiram as equações do 2º grau.

Proponha a seus alunos o mesmo problema usado pelo matemático árabe *Muhammad Ibn Musa Al-Khwarizmi* no seu famoso livro Álgebra:

> Um quadrado e dez raízes dele são iguais a trinta e nove dirhams. Quer dizer, quanto deve ser o quadrado, o qual, quando aumentado por dez de suas próprias raízes, é igual a trinta e nove? (Berlinghoff, 2010 p.131)

Explique que o quadrado da incógnita "x" é representado por x^2 e a raiz desse quadrado é x, e dez raízes são $10x$ (observe que $x > 0$, pois estamos falando de dirham que é a moeda oficial de Marrocos). Peça-os que, usando essa notação, escreva o problema numa linguagem algébrica, ou seja,

$$x^2 + 10x = 39.$$

Na época de *Muhammad Ibn Musa Al-Khwarizmi* não havia o simbolismo que existe hoje e a solução desse problema apresentado por ele em seu livro Álgebra é a seguinte:

> Você divide o número de raízes por dois, o que, no caso presente, fornece cinco. Isso você multiplica por si mesmo; o produto é vinte e cinco. Some isso a trinta e nove; a soma é sessenta e quatro. Agora, tome a raiz disso, que é oito, e subtraia disso a metade do número de raízes, que é cinco; o resto é três. Essa é a raiz do quadrado que você procurava; o próprio quadrado é nove. (Berlinghoff, 2010 p.131)

Apresente essa solução aos seus alunos.Peça que transcrevam essa solução com os nossos símbolos. A partir dai, insira a resolução de equações do 2º grau por meio da famosa fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A resolução de equações do 2º grau também pode surgir de problemas que envolvam relações entre números. Por exemplo: o produto de dois números pares consecutivos é 288. Determinar esses números.

Para traduzir esse problema para a linguagem algébrica, o aluno pode representar o número par por *2x* e seu consecutivo (par) por *2x + 2.* A equação

$$2x(2x + 2) = 288$$

ou outra equivalente, traduz esse problema.

As dificuldades dos alunos em relação a equações do 2º grau são quase sempre as mesmas dos conteúdos anteriores: a dificuldade com a linguagem algébrica. Os cálculos podem ser simplificados, tanto pelos exemplos escolhidos, ou pelo uso de ferramentas como a calculadora, mas a interpretação dos problemas tem que ser feita de maneira aprofundada para melhor compreensão por parte dos alunos.

O estudo da equação do 2º grau deve ter conexão com o estudo de funções quadráticas, uma vez que a equação $ax^2 + bx + c = 0$ está relacionada com a função quadrática do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

3.1.5 – Funções Quadráticas

Para o estudo de funções quadráticas, revise a noção de função, enquanto relação entre varáveis e como correspondência unívoca entre dois conjuntos. Nosso principal objetivo é usar esse conceito na resolução de problemas do dia a dia dos alunos.

A introdução à função quadrática se dará por meio de situações reais que levem o aluno a construir o conceito de função. Inicialmente proponha a seus alunos que calculem as áreas de quadrados de lados 1, 2, 3, 4 e 5 cm. Depois, solicite que façam uma tabela com os valores do lado e da área. A tabela obtida terá a seguinte forma:

lado (cm)	área (cm²)
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

Peça que atribuam valores menores que 1 aos lados dos quadrados. Por exemplo:

lado (cm)	área (cm²)
0,1	0,01
0,2	0,04
0,5	0,25
1,5	2,25

Depois de construídas as tabelas, os alunos deverão encontrar um meio de generalizar essas informações numa fórmula que permita encontrar a área de um quadrado de qualquer tamanho. Uma vez encontrada a fórmula, questione com a turma que a mesma representa uma função e nesse caso específico, só é válida para valores maiores que zero.

A representação dos pontos no gráfico, representados pelos pares ordenados (lado, área), fará o aluno visualizar os valores do domínio e da imagem, de maneira que lhe proporcionará uma melhor compreensão do que está se passando. Questione e discuta com a turma a respeito da curva formada pela união dos pontos.

Sugira outras situações que permitam ao aluno desenvolver o pensamento algébrico e, em seguida, inserira o conceito de função quadrática, definida por Lima (2006 p.114) da seguinte maneira:

Definição: Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b, c, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in R$.

Sua representação gráfica é uma parábola que tem a concavidade voltada para cima, ou para baixo, dependendo do valor de *a*.

Uma vez conhecida a fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

utilizada para encontrar soluções de uma equação do 2º grau, é interessante inserir a noção de raízes de uma função.

As raízes (ou os zeros) da função f são os valores x no domínio de $f$que anula a função naqueles pontos, isto é, são os pontos $x \in Dom(f)$ tais que $f(x) = 0$. Conhecer esses valores é imprescindível para a construção do gráfico de uma função quadrática. A determinação dessas raízes está diretamente ligada aos valores encontrados para o discriminante Δ= $b^2 - 4ac$, ou seja, quando $\Delta > 0$, existem duas raízes reais distintas, quando $\Delta = 0$, existem duas raízes reais iguais, e quando $\Delta < 0$, não existe nenhuma em R.

Estimule os alunos a descobrirem o porquê de não existir raiz real quando $\Delta < 0$. Neste caso, proponha situações em que o aluno conclua que não existe tal raiz real através de situações que o levem a raízes quadradas de números negativos.

Por fim, dada uma função quadrática, os alunos devem atribuir valores reais e verificar os valores correspondentes encontrados. Cada valor atribuído pertence ao domínio, e os valores encontrados, após a substituição, pertencem a imagem da função. Trabalhar com situações que levem o aluno a encontrar conjuntos que representam o domínio e a imagem da função em alguns casos particulares, o levará a condições de construir os conceitos de domínio e imagem.

3.1.6 – Inequações do Primeiro Grau

O trabalho com inequações do 1º grau conduz à conjunção e disjunção de condições em conjuntos infinitos e permitem importantes conexões com a geometria e com os números e suas operações.

O estudo das inequações do 1º grau inicia-se com o significado dos sinais ≤, ≥, > e <. Nesse momento é imprescindível a clareza do significado e aplicação dos símbolos.

Os alunos já usaram os sinais de > e < para expressar relações numéricas de desigualdades simples. Agora usarão para representar desigualdades entre condições.

Para resolver inequações, é necessário um conhecimento sobre o conjunto dos números reais e compreensão de que forma as condições de resoluções estão relacionadas a esse conjunto ou aos seus subconjuntos, uma vez que os resultados de uma inequação representam um intervalo real em que é válida a desigualdade.

É interessante que o aluno saiba a equivalência entre $a < b$ e $b > a$. Para isso, proponha uma situação entre dois alunos e sua altura. Por exemplo: João é maior que Pedro, logo Pedro é menor que João.

A introdução de inequações do 1º grau deve ser feita com situações que possam ser resolvidas apenas usando a definição de adição, de multiplicação ou as operações inversas. Como por exemplo: $x + 2 < 6$. Observando a desigualdade podemos afirmar que essa sentença é verdadeira para valores de x como $0, 1, 2, 3, -2, -1$, ou seja, apenas se $x < 4$. Proponha outros exemplos semelhantes e, nesses casos, as inequações devem ser resolvidas sem a utilização de regras e as soluções devem ser representadas na reta real sob a forma de intervalos, observando que, em muitos casos, a solução é um conjunto infinito (como no exemplo anterior). É importante que os alunos saibam representar e interpretar esses intervalos como subconjunto de R.

As regras de resolução de uma inequação do 1º grau são as mesmas utilizadas para a resolução de equações. Porém, o trabalho com inequações baseia-se na noção de desigualdades e algumas operações com elas, como a da multiplicação de ambos os membros por um número negativo. Estes casos devem ser bastante analisados pelos alunos, tendo por base desigualdades numéricas. Deve-se salientar a diferença entre os sinais ≥ e ≤ e o tipo de intervalo correspondente (aberto, fechado ou semi-aberto/fechado).

Faça as seguintes perguntas aos seus alunos: o que acontece quando multiplicamos ambos os membros da desigualdade $2 < 4$ por 2? E por -2? Similarmente, o que acontece quando multiplicamos ambos os membros da desigualdade $12 > 5$ por 3? E por -3?

As atividades com inequações baseiam-se na noção de desigualdade, o que proporciona um raciocínio um pouco diferente daquele que se usa nas resoluções de equações e de sistemas lineares.

As maiores dificuldades encontradas pelos alunos consistem em não compreender o que é uma inequação, não saber aplicar as regras de resolução de uma inequação, a natureza do conjunto solução, e estabelecer a relação de interseção e reunião dos conjuntos soluções.

Uma sugestão de como trabalhar inequações com alunos que não tiveram esta oportunidade nas séries iniciais, é de começar trabalhando com uma situação simples e sempre apoiada nas representações geométricas, ou seja, na representação do conjunto solução na reta real, e depois, validando as respostas. É interessante que o aluno perceba que para satisfazer as condições de desigualdade de uma inequação, nem sempre o resultado é um único valor, e sim uma quantidade de valores definido em um intervalo real.

A desigualdade triangular fornece uma conexão entre inequações e geometria. Por exemplo: indique os valores que o perímetro do triângulo de lados $4, 7$ e x pode assumir.

As condições da “desigualdade triangular” são de que a soma da medida de dois lados quaisquer do triângulo tem que ser maior que a medida do terceiro lado, ou seja,

$$4 + 7 > x,$$

$$4 + x > 7$$

e

$$7 + x > 4.$$

Ou seja, $3 < x < 11$. Logo, o perímetro do triângulo deve satisfazer a seguinte desigualdade:

$$4 + 7 + 3 < 4 + 7 + x = \text{perímetro} < 4 + 7 + 11$$

Portanto, o perímetro do triângulo é um número superior a 14 e inferior a 22.

CONCLUSÃO

O presente estudo teve seu foco voltado para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de álgebra no ensino fundamental, tendo como sujeitos professores deste nível de ensino e teve como objetivo verificar as dificuldades enfrentadas pelos professores de matemática no ensino de álgebra e, por conseguinte, verificar até que ponto os professores contextualiza os conteúdos da matemática em sua prática de ensino. Como se trata de um projeto de intervenção foram elaboradas orientações/propostas aos professores de matemática do ensino fundamental por meio da contextualização da matemática e de uma linguagem adequada para construção de conceitos matemáticos.

A investigação realizada com contribuição conceituais a partir da luz de teóricos envolvidos no estudo da temática e a experiência da pesquisadora favoreceram a coleta de dados, bem como a análise destes mesmos dados, revelando que os professores carecem urgentemente de formação que facilite sua ação pedagógica, uma vez que fica clara a falta de algumas habilidades preponderantes nos professores de matemática que ensinam álgebra mecanicamente, tornando cada vez mais a álgebra como algo descontextualizado, sem significado algum para o aluno, como uma somatória de regras que se acumulam sem fazer sentido, legitimando a idéia mitificada em torno desta ciência.

A proposta de intervenção traz orientações sobre como abordar a matemática de forma contextualizada na construção de conceitos da álgebra elementar, usando situações do dia a dia, construindo conceitos e verificando sua aplicabilidade no mundo atual, pois desta forma o ensino da álgebra terá mais significado e desenvolverá no aluno a visão da matemática como ciência viva, sempre em construção, demonstrando o uso da linguagem matemática como instrumento de compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados no ensino fundamental.

A proposta apresenta conteúdos de álgebra tais como: Equações do 1º grau – equações literais, Funções lineares e afins, Sistemas de equações lineares, Equações do 2º grau, Funções quadráticas e Inequações do 1° grau, esclarecendo alguns pontos relevantes para que o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos seja efetivamente realizado.

Acredita-se que tal proposta venha evidenciar aos professores a necessidade de um planejamento mais elaborado, envolvendo a situação do cotidiano e a história da matemática, a fim de estabelecer uma relação próxima entre a teoria e a aplicabilidade da matemática no cotidiano (sempre que possível).

Vale destacar que o presente estudo não se esgota aqui, servindo inclusive para provocar novas pesquisas que apontem soluções para questões sobre o ensino da álgebra, e a desmistificação da matemática como ciência pronta e acabada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] BAUMGART, John K. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: álgebra**. Vol. 4. São Paulo: Atual, 1992.

[2] BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas.** 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2010.

[3] BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática – 8º ano**. 6ª ed. São Paulo: Moderna, 2006.

[4] BOOTH, 1998. In: OLIVEIRA, Ana Teresa de C.C. de. **Reflexões sobre aprendizagem da álgebra**. Educação matemática em revista. SP. SBEM. Ano 9 nº12 junho 2002, p.37.

[5] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf> Acesso em: 06 fev. 2013.

[6] EVES, Howard. **Introdução à historia da matemática**. / Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues – Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

[7] IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade: 7° ano**. 6 ed. São Paulo: Atual, 2009.

[8] LIMA, Elon L.; CARVALHO, Paulo C. P.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto C. **A matemática no ensino médio – Volume 1**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[9] MONTEIRO, Alexandrina; POMPEU JR, Geraldo. **A matemática e os temas transversais.** 1 ed. São Paulo: Moderna, 2001.

[10] NETO, Orlando Natal; ANTONIO, Davi Gutierrez. **O pátio da escola e a matemática do cotidiano.** Revista Pátio Ensino Médio. RS. Ano IV, nº 13, julho-agosto, 2012.

[11] PITOMBEIRA, João Bosco. **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEB, 2010. 248p. (Coleção Explorando o Ensino; vol. 17)

[12] SESSA, Carmen. **Iniciação ao estudo didático da álgebra: origens e perspectivas**. São Paulo: Edições SM, 2009.

[13] VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **Pensamento e Linguagem**. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ANEXO A

QUESTIONÁRIO

Caros (as) professores (as),

O presente questionário faz parte de uma pesquisa intitulada “O professor e o ensino de álgebra: uma proposta de intervenção contextualizada na construção de conceitos matemáticos”, sua contribuição é importante neste processo. Asseguramos que os seus dados pessoais serão mantidos em sigilo.

Izabel Cristina Curaçá Gonçalves

Questionário

I - Perfil

1 - Gênero:

( ) feminino

( ) masculino

2 - Formação:

____

( ) possui outra formação acadêmica. Qual?

____

II Sobre a docência

3 –Voce procura trazer problemas do cotidiano do aluno na explicação de conteúdos de álgebra?

( ) Sempre, pois é fundamental que sua realidade esteja presente na escola.

( ) As vezes, é difícil encontrar problemas do dia a dia para os conteúdos de álgebra.

( ) Nunca. Não acho importante.

Em caso afirmativo, qual (is) problema (s) e o conteúdo(s)?

4 – Voce acha mais fácil ensinar álgebra:

( ) Com atividades lúdicas .

( ) Com problemas do cotidiano.

( ) Direto ao assunto.

5 – Quando você vai introduzir um conteúdo de álgebra como começa:

( ) Na sequência do livro didático.

( ) Com exemplos do dia a dia depois a teoria

( ) Com situações prática que leve o aluno a enxergar a teoria.

6 – Na sua prática pedagógica você aborda a aplicabilidade dos conteúdos de álgebra?

( ) Sempre, pois leva o aluno a ver a matemática como ciência viva.

( ) As vezes, nem sempre os assuntos de álgebra tem aplicabilidade.

( ) Nunca, pois não sei sua aplicabilidade.

Em caso afirmativo quais:

7 – Quando você esta explicando um conteúdo de álgebra, você usa:

( ) linguagem do dia a dia dos alunos sem me preocupar com o significado dos símbolos, o importante é que eles entendam o que quero dizer.

( ) linguagem formal, cheia de rigor matemático

( ) linguagem formal, explicando o significado e sentido dos símbolos nas operações.

8 – Sobre leitura da história da matemática:

( ) Não gosto do assunto.

( ) As vezes leio alguma coisa a título de curiosidade.

( ) Sempre leio livros referente ao assunto.

( ) Não tenho tempo para leituras, o importante são os números.

9 – Voce faz referência da história da matemática na introdução dos conteúdos de álgebra?

( ) Sempre, pois fica mais fácil os alunos entenderem o assunto.

( ) As vezes, pois nem sempre tenho em mente a história da matemática.

( ) Nunca, pois acho perda de tempo.

10 - Na sua formação você recebe(u) algum direcionamento/ajuda de como trabalhar matemática em sala de aula?

( ) Sempre( ) As vezes( ) Nunca

11 – Quais dificuldades você percebe que seus alunos têm em relação à álgebra?

12 – A que você atribui esses erros?

13 - Que conteúdos de álgebra você acha mais fácil contextualizar para seus alunos?

14 - Que conteúdos de álgebra você acha mais difícil contextualizar para seus alunos?

15 - O que você costuma responder quando seus alunos perguntam "por que / para que estudar matemática"?

16 – Qual o último curso de capacitação na área de matemática que você fez? Qual carga horária?