UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Mestrado Profissional em Matemática em Rede -
PROFMAT/UNIVASF

Dissertação de Mestrado

O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS COM MATERIAIS CONCRETOS E RECURSOS TECNOLÓGICOS

por

LEVI BRASILINO DA SILVA

Juazeiro - Bahia - Brasil

Julho, 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Mestrado Profissional em Matemática em Rede -
PROFMAT/UNIVASF

LEVI BRASILINO DA SILVA

O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS COM MATERIAIS CONCRETOS E RECURSOS TECNOLÓGICOS

Dissertação apresentada à Coordenação local do Mestrado Profissional em Rede em Matemática - PROFMAT/UNIVASF, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática

Orientador: PROF. DOUTOR SEVERINO CIRINO DE LIMA NETO

Juazeiro - Bahia - Brasil

Fevereiro, 2013

Silva, Levi Brasilino da

S586e O Ensino dos Números Inteiros Relativos com Materiais Concretos e Recursos Tecnológicos/ Levi Brasilino da Silva. - -
Juazeiro, 2013
xi, 47 f. : il ; 29cm

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro-BA, 2013.

Orientador: Profº. Dr. Severino Cirino de Lima Neto

Banca examinadora: Aníbal Livramento da Silva Netto, Carlos Alberto Raposo da Cunha e Lucília Batista Dantas

Referências.

1. Números Inteiros. 2. Materiais Concretos. 3. Recursos Tecnológicos. I. Título. II. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 512

d

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PROFMAT

O Ensino dos Números Inteiros Relativos com Materiais Concretos e Recursos Tecnológicos

Por

Levi Brasilino da Silva

Dissertação aprovada em dezoito

Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Examinador Externo- UFSJ

Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira

Examinadora Externa- UPE

Prof. Dr. Aníbal Livramento da Silva Netto
Examinador Interno- UNIVASF

Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto
Orientador- UNIVASF

Juazeiro 2013

Dedico essa obra ao melhoramento da aprendizagem da ciência MATEMÁTICA.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, por ter concedido a graça de conseguir mais uma conquista.

À esposa Wilzanete, filhos e pais, por mesmo tendo abdicado de nossas presenças, sempre estiveram do nosso lado, dando-nos apoio para que prosseguíssemos na nossa jornada.

Ao nosso amigo e colega de curso André, pela ajuda e paciência na realização das atividades em conjunto.

A Valério pela ajuda na parte de programação computacional.

Aos nossos colegas de curso, pelo companheirismo.

Ao nosso coordenador, orientador e professores, pala compreensão e profissionalismo demonstrado.

À CAPES, pelo auxílio financeiro durante a execução do trabalho.

Ao corpo docente e administrativo das escolas em que trabalhamos principalmente a direção e professores, que nos cederam o espaço e as aulas para a realização do nosso trabalho.

Aos alunos que se empenharam como sujeitos da pesquisa.

E a todos que direta, ou indiretamente colaboram com o nosso trabalho. O nosso muito obrigado!

RESUMO

O estudo focaliza a aprendizagem dos Números Inteiros Relativos para alunos do 7º ano, fazendo uma comparação entre o ensino tradicional e o ensino utilizando materiais concretos e recursos tecnológicos, verificando a sua interpretação e utilização nos anos subsequentes (8º ao 9º ano do Ensino Fundamental até 3º ano do Ensino Médio). Adota como metodologia uma abordagem quantitativa, qualitativa, crítica e reflexiva em uma pesquisa. Desta forma, realiza a princípio uma pesquisa bibliográfica, buscando na literatura pertinente documentos que ajudassem a responder às questões levantadas na problemática do tema em estudo.

Palavras Chaves: Números Inteiros, Materiais Concretos, Recursos Tecnológicos.

ABSTRACT

The study focuses on relative whole numbers learning by the students of 7 th year, checking its interpretation and its use along the subsequent years (8 th to 9 th of the elementary school to the end years of high school levels).The current investigation adopts as a methodological procedure an approach qualitative, quantitative, critical and reflexive. Thus, initially we carried out a literature investigation looking for documents that could help to answer the raised questions de the theme studied.

Keywords: Whole Numbers; Concrete Materials; Technology Recourses.

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O ensino dos números inteiros de maneira tradicional, limita-se a uma simples exposição de conteúdo e acarreta uma barreira na aprendizagem do mesmo. Como professores de matemática de Ensino Fundamental e Médio uma experiência de 20 anos de sala de aula e reforço escolar com alunos do Ensino Fundamental, Médio e Universitário de escolas municipais, estaduais e particulares, observamos que havia nos alunos uma carência dos conteúdos básicos da matemática em operações com os números inteiros. Verificamos ainda, que os alunos sentiam aversão à disciplina por conta desta carência, este fato foi reforçado, com os dados e gráfico dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Objetiva-se em mostrar a importância dos Números Inteiros na construção do conhecimento e melhorar o ensino do mesmo, através de matériais concretos e instrumentos tecnológicos.

Para o alcance do objetivo vislumbrado anteriormente será feita uma revisão bibliográfica dos trabalhos do ensino dos números inteiros é realizada no Capitulo 2, tornando-se como referência os trabalhos de vários atores. Ainda nesse capítulo, é faremos uma pequena introdução sobre o ensino dos números inteiros.

Inicia-se o Capítulo 3 com uma pesquisa diagnóstica abrangendo o Ensino Fundamental e Médio. O restante do capítulo é inteiramente direcionado a descrição e apresentação através de gráficos sobre a aprendizagem dos números inteiros. A primeira parte é voltada à análise da aprendizagem no 7º ano, em seguida decorremos sobre os anos subsequentes.

O Capítulo 4 descreve a metodologia usada e exibe os Materiais Concretos e os Recursos tecnológicos utilizados como intervenção para o alcance do objeto da melhoria da aprendizagem. Ressaltamos que tais matériais e instrumentos descritos abaixo, foram todos idealizados pelo autor da dissertação.

1. Jogo dos 16 Ensinamentos versão Impressa (J16EI).

2. Materiais Concretos com Biscuit (MCB).

3. Vídeo de Adição e Subtração (VAS).

4. Materiais Concretos Magnetizados (MCM).

5. Vídeo de Multiplicação e Divisão (VMD).

6. Big Computer de Adição e Subtração (BCAS).

7. Big Computer de Multiplicação e Divisão (BCMD).

8. Vídeo de Futebol e os Números Inteiros (VFNI).

9. Jogo dos 16 Ensinamentos Micro Computador (J16EM).

10. Jogo dos 16 Ensinamentos versão Celular (J16EC).

A conclusão e as sugestões para trabalhos futuros são efetuadas no Capítulo 5.

No final, relaciona-se toda a bibliografia citada no presente trabalho.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A matemática sempre foi um motivo de preocupação na educação, exatamente por ter abstrações que levam ao aluno a enfrentar obstáculos. Principalmente quando entra em contato com números inteiros, como: Não conferir significado às quantidades negativas; Não conhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero, enquanto para os números naturais a sucessão acontece num único sentido; Não reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero origem); Não perceber a lógica dos números (inteiros), que contraria a lógica dos números naturais, por exemplo, é possível adicionar 6 a um número e obter 1, como também é possível subtrair um numero de 2 e obter 9; Não interpretar sentenças do tipo $x =$ - y (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo)(BRASIL, Estas barreiras, para o aluno, os levam a procurarem vários caminhos diferentes para encontrar a solução.

Sobre as respostas construídas pelos alunos Spinillo, afirma: Analisar as estratégias e explicação adotadas auxiliam o professor a compreender as formas de raciocinar das crianças e as dificuldades que enfrentam na tentativa de resolver a tarefa. (Spinillo, 1998)[13]

Para melhor entender as dificuldades de compreensão do conceito de números inteiros, foi feito um resumo histórico sobre o aparecimento e uso desses números na Matemática.

Na época do renascimento, os matemáticos sentiam cada vez mais necessidades de um novo tipo de número, que pudesse ser a solução de equações tão simples como:

(a) $x + 2 = 0$

(b) $2x + 6 = 0$

(c) $4y + 4 = 0$

As ciências precisavam de símbolos para representar temperaturas acima e abaixo de 0 °C, por exemplo. Astrônomos e físicos procuravam uma linguagem matemática para expressar a atração entre dois corpos:

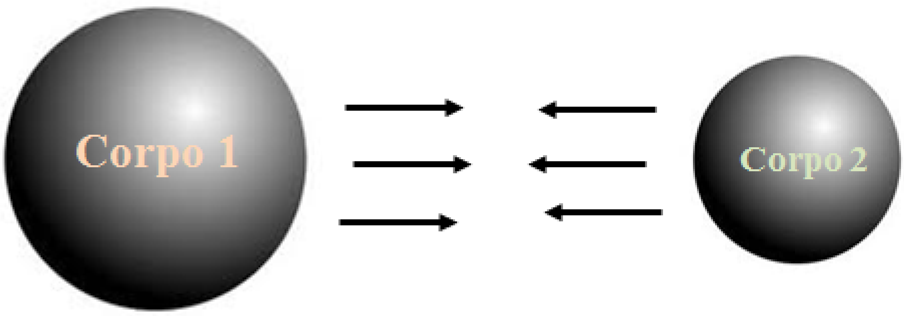

Figura 2.1: Força de Atração

Quando um corpo age com força sobre outro corpo, este reage com uma força de mesma intensidade e sentido contrário. Mas a tarefa não ficava somente em criar um novo número, era preciso encontrar um símbolo que permitisse operar com esses números criados, de modo prático e eficiente.(www.webuqeestbrasil.org)

A idéia sobre os sinais vem dos comerciantes da época. Os matemáticos encontraram a melhor notação para expressar esse novo tipo de número. Veja como faziam os comerciantes:

Suponha que um deles tivesse em seu armazém, duas sacas de feijão com 10 kg cada. Se esse comerciante vendesse num dia 8 kg de feijão, ele escreveria o número 8 com um traço (semelhante ao atual sinal de menos) na frente para não se esquecer de que no saco faltavam 8 kg de feijão, mas se ele resolvesse despejar no outro saco os 2 kg que restavam, escreveria o número 2 com dois traços cruzados (semelhante ao sinal atual de mais) na frente, para lembrar que no saco havia 2 kg de feijão a mais que a quantidade inicial. Com essa nova notação, os matemáticos poderiam, não somente indicar as quantidades, mas também representar o ganho ou a perda dessas quantidades, através de números, com sinal positivo ou sinal negativo.(www.angelfire.com/crazy/numeros/misto)

A aceitação da existência dos números negativos foi muito difícil. Os gregos, na antiguidade, reconhecidos como grandes pensadores e responsáveis pelo desenvolvimento dado à Geometria, não conheciam o número negativo. Mas os hindus, do século VII já usavam quantidades negativas.

Um deles, chamado Bramagupta (589-668), considerado o pai da aritmética, da álgebra e da análise numérica, estabeleceu regras de sinais para operar com números negativos, envolvendo esses números em um pequeno círculo ou usando um apóstrofo sobre ele, para distingui-los dos demais. Outro notável matemático hindu, Bhaskara (600-680), interpretava os números negativos como perda ou dívida. Aparentemente foi o primeiro a escrever os números no sistema decimal, sistema de numeração Hindu-Arábico com um circulo para o zero. Entretanto os hindus se recusavam a aceitar que quantidades negativas pudessem se expressar pelos números.

Os árabes divulgadores e continuadores da cultura matemática hindu não trouxeram nenhum acréscimo a essa questão.

Foi somente por volta do século XIII que o italiano Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, em uma obra sobre Álgebra, interpreta uma resposta negativa como número. O problema pedia o lucro de um comerciante. Segundo Fibonacci, o problema não tem solução, a menos que interpretemos a dívida como sendo um número negativo.

No Brasil também não foi diferente, houve muitos questionamentos sobre os números negativos. Descobriram-se duas cartas de José Monteiro Rocha (1734-1819) para Anastácio da Cunha (1744-1787), sobre quantidades negativas. Estas cartas são preservadas no Brasil, na biblioteca Nacional no Rio de Janeiro tem traz como título; "Carta sobre Natureza das quantidades negativas e rigorosas exatidão dos cálculos algébricos", escrita a um discípulo da academia real da marinha de Lisboa.

Este breve histórico mostrou que a prática e a utilização dos números inteiros negativos foram bem anteriores a sua definição, entendimento e aceitação como um número real. Os matemáticos levaram muitos séculos para compreender conceitualmente operações que na prática eles há muito já faziam uso e os próprios matemáticos que contribuíram para criação e desenvolvimento da teoria tiveram certas dificuldades para compreender claramente os conceitos, reforça-se a ideia que, se os Números Inteiros não forem ensinados de maneira tal que relacione o mesmo com materiais concretos e recursos tecnológicos, ou seja, contextualizando a operações com o mesmo, isso trará mais dificuldade na aprendizagem.

Umas das dificuldades que os alunos encontram no ensino da Matemática é a memorização de regras, eles acabam decorando sem entender e esquecendo com muita facilidade, pois não há compreensão dos conteúdos

> Crianças que não conseguem aprender conceitos que estão acima de suas possibilidades, tentam fazer o impossível. Crianças que fracassam repetidamente ou fazem pior do que poderiam, chegam a detestar os conteúdos que são incapazes de entender. Elas desenvolvem sentimentos negativos a respeito do conteúdo e, potencialmente, a respeito de si mesmas. No pior dos casos, as portas se fecham. Como acontece com a fobia da matemática, as crianças podem perder as esperanças e desistir e, literalmente, não deixam certos conteúdos entrarem em suas estruturas. (Piaget, apud Oneta, 2002)[11]

Alguns recursos sugeridos por muitos autores e pelos PCN (1998) como alternativa é a utilização de materiais concretos, a tecnologia e jogos educativos em sala de aula. E neste trabalho, particularmente tentou-se utilizar esses recursos como metodologia.

> É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a Historia da Matemática, as Tecnologias das Comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução. (Brasil, 1998)[4]

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permite que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégia de resolução e busca de soluções. (Brasil, 1998)[5]

Os parâmetros (PCN) ainda ressaltam que:

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeo, calculadora, computadores e outros materiais tem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situação que levem ao exercício da analise e da reflexão, tendo como um dos princípios norteadors da matemática. (Brasil, 1997)[2]

Na dissertação de (Salgado, 2011)[12], ela fez uma pesquisa sobre os métodos usados para introdução dos conteúdos sobre números inteiros, e apresentada através da figura 2.2, mostra como a utilização de materiais concreto estão fora de sala de aula, tal fato reforça a dificuldade de aprendizagem do aluno.

Nesse sentido a representação dos números inteiros é um dos instrumentos mais importante no âmbito do ensino e de aprendizagem dos números relativos nas séries iniciais, argumenta Borba. "as formas de representação podem ser uma das principais causas das dificuldades dascrianças quando lidam com números relativos, já que não parece haver muitas dificuldades na compreensão de situações cotidianas que envolvem esse campo numérico."(Borba,1998, p.125)[6]

A essência da aprendizagem está na interpretação correta da palavra "FACILITAR"no qual DAmbrósio cita, sem tal interpretação não conseguiremos ser um professor FACILITADOR. "O novo papel do professor será o de gerenciar, de FACILITAR o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos [...]".(DAmbrosio, 2006)[9]

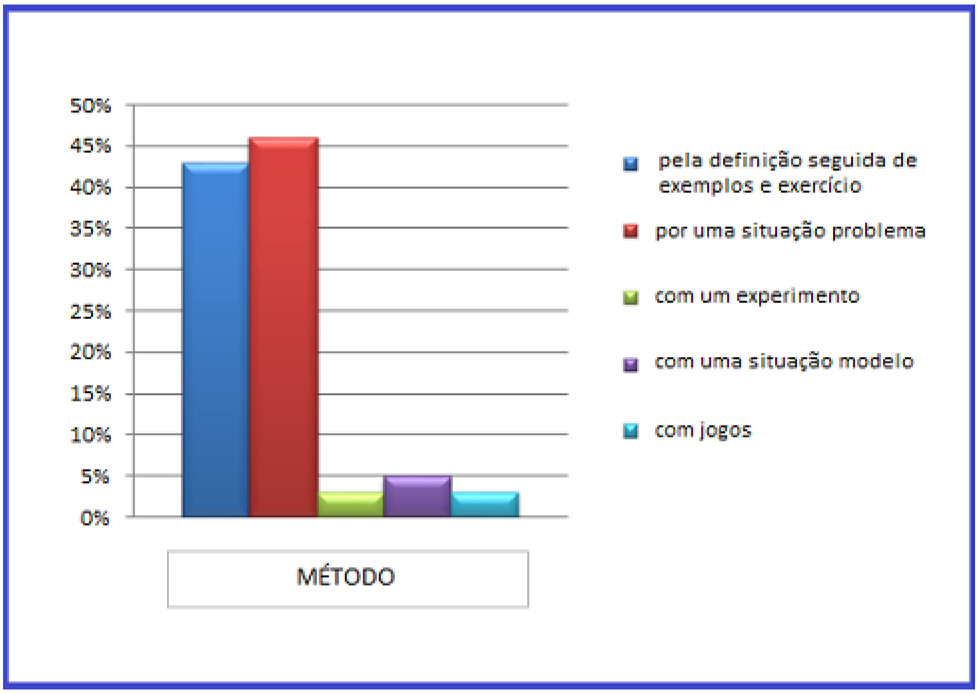

Figura 2.2: Métodos usados para introdução dos conteúdos sobre números inteiros (Fonte: Salgado, 2011)[12]

Na Revista Professor de Matemática Cúnico diz de maneira bem apropriada sobre como o aluno sente-se em relação as suas necessidades de aprendizagem.“ O aluno sabe quando está debilitado em seus conhecimentos matemáticos e deve ser conscientizado e convencido de que seu professor de Matemática é esta pessoa habilitada a ajudá-lo, e está disposto a fazê-lo porque é seu amigo.”(Cúnico, 1989, nº 14, p.53)[7]

A parte final deste capítulo tem como objetivo definir e explicar conceitos dos Números Inteiros Relativos que serão utilizados no decorrer desta dissertação com base em (Bongiovannim, Vissoto e Laureano, 2001)[1], (Dante, 2002)[8] e (Guelli, 2001)[10].

O conjunto $\mathbb{Z}$ dos Números Inteiros Relativos

Definimos o conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto é denotado pela letra $\mathbb{Z}$. Este conjunto pode ser escrito por:

$$\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$$

Exemplos de subconjuntos do conjunto Z

- Conjunto dos números inteiros excluindo o número zero:

$$\mathbb{Z}^* = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$$

- Conjunto dos números inteiros não negativos:

$$\mathbb{Z}_+ = \{0, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$$

- Conjunto dos números inteiros não positivos:

$$\mathbb{Z}_- = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

Reta numerada

Uma forma de representar geometricamente o conjunto $\mathbb{Z}$ é construir uma reta numerada, considerar o número 0 (ZERO), como origem e o número 1 em algum lugar, tomar a unidade de medida como a distância entre o 0 (ZERO) e o 1 e por os números de seguinte maneira:

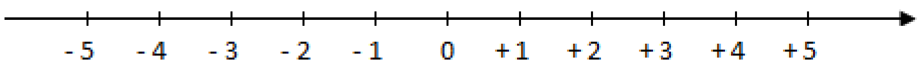

Figura 2.3: Represemtação Geométrica dos Números Inteiros

Ao observar a reta numérica que a ordem que os números inteiros obedecem é crescente da esquerda para a direita, razão pela qual indicamos com uma seta para a direita. Esta consideração é adotada por convenção, o que nos permite pensar que se fosse adotado outra forma, não haveria qualquer problema. Baseando-se ainda na reta numerada podemos afirmar que todos os números inteiros possuem um e somente um antecessor e também um e somente um sucessor.

O sucessor de um número inteiro é o número que está imediatamente à sua direita na reta (em $\mathbb{Z}$) e o antecessor de um número inteiro é o número que está imediatamente à sua esquerda na reta (em $\mathbb{Z}$).

Exemplos:

(a) 3 é sucessor de 2

(b) 2 é antecessor de 3

(c) - 5 é antecessor de - 4

(d) - 4 é sucessor de - 5

(e) 0 é antecessor de 1

(f) 1 é sucessor de 0

(g) - 1 é sucessor de - 2

(h) - 2 é antecessor de - 1

Todo número inteiro exceto o zero, possui um elemento denominado simétrico ou oposto, eles caracterizam-se pelo fato geométrico que estão a mesma distância da origem do conjunto $\mathbb{Z}$, a origem por definição é o 0 (ZERO).

Exemplos:

(a) O oposto de 2 é - 2, logo estão a mesma distância do 0 (zero).

(b) O oposto de ganhar é perder, logo o oposto de + 3 é - 3.

(c) O oposto de perder é ganhar, logo o oposto - 5 é + 5.

Soma (adição) de números inteiros

Para o melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder. Veja:

(a) Ganhar 3 + ganhar 4 = Ganhar 7

(b) Perder 3 + perder 4 = Perder 7

(c) Ganhar 8 + perder 5 = Ganhar 3

(d) Perder 8 + ganhar 5 = Perder 3

(e) Ganhar 5 + ganhar 2 = Ganhar 7

(a) (+ 3) + (+ 4) = (+ 7)

(b) (- 3) + (- 4) = (- 7)

(c) (+ 8) + (- 5) = (+ 3)

(d) (- 8) + (+ 5) = (- 3)

(e) (+ 5) + (+ 2) = (+ 7)

O sinal de mais (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal de menos (-) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

Exemplos:

a) - 3 + 3 = 0

b) + 6 + 2 = 8

c) + 5 - 9 = - 4

Propriedades da adição de números inteiros

- Fechamento

  o conjunto $\mathbb{Z}$ é fechado para a adição, isto é, a soma de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

- Associativa

  Para todo a, b, c em $\mathbb{Z}$:

  $a + (b + c) = (a + b) + c$

  $2 + (3 + 7) = (2 + 3) + 7$

- Comutativa

  Para todos a, b em $\mathbb{Z}$.

  a + b = b + a

  3 + 7 = 7 + 3

- Elemento neutro

  Existe 0 em $\mathbb{Z}$, que adicionado com z em $\mathbb{Z}$, proporciona o próprio z, isto é:

  $z + 0 = z$

  7 + 0 = 7

- Elementos oposto

  Para todo z em $\mathbb{Z}$, existe (- z) em $\mathbb{Z}$, tal que:

  z + (- z) = 0

  9 + (- 9) = 0

Multiplicação de números inteiros

A multiplicação de números inteiros funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente algumas quantias, como por exemplo, ganhar um objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um ponto $(\cdot)$, isto é:

$1+1+1+1+1+...+1 = 30 \cdot 1 = 30$

Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos:

$2+2+2+2+...+2 = 30 \cdot 2 = 60$

Se trocarmos o número 2 pelo número - 2, obteremos:

$(-2)+(-2)+(-2)+...+(-2) = 30 \cdot (-2) = -60$

Observamos que a multiplicação de números inteira deve obedecer a regras de sinais:

$$(+1) \cdot (+1) = (+1)$$

$$(+1) \cdot (-1) = (-1)$$

$$(-1) \cdot (+1) = (-1)$$

$$(-1) \cdot (-1) = (+1)$$

Com o uso das regras acima, podemos concluir na multiplicação:

- Números com sinais iguais o Resultado é positivo.
- Números com Sinais diferente o Resultado é negativo.

Propriedades da multiplicação

- Fechamento: o conjunto $\mathbb{Z}$ é fechado para a multiplicação, isto é, a multiplicação de dois números inteiros ainda é um número inteiro.

- Associativa:
  Para todo a, b, c em $\mathbb{Z}$:
  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
  $2 \cdot (3 \cdot 7) = (2 \cdot 3) \cdot 7$

- Comutativa:
  Para todos a, b em $\mathbb{Z}$:
  $a \cdot b = b \cdot a$
  $3 \cdot 7 = 7 \cdot 3$

- Elemento Neutro:
  Existem 1 em $\mathbb{Z}$, que quando multiplicado por qualquer z em $\mathbb{Z}$, proporciona o próprio z, isto é:
  $z \cdot 1 = z$
  $7 \cdot 1 = 7$

- Propriedade mista (distributiva)
  Para todo a, b, c em $\mathbb{Z}$:
  $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
  $3 \cdot (4 + 5) = (3 \cdot 4) + (3 \cdot 5)$

Potenciação de números inteiros

A potência a^n do número inteiro a, é definido como um produto de n fatores iguais. O número a é denominado a base e o número n é denominado expoente.

Exemplos:

(a) $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a$

a é multiplicado por n vezes.

(b) $2^{\,5} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

(c) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

(d) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

(e) $(+5)^2 = (+5) \cdot (+5) = 25$

Com os exemplos acima podemos observar que a potência de todo número inteiro elevado a um expoente par é um número positivo e a potência de todo número inteiro elevado a um expoente impar é um número que conserva o seu sinal.

Observação: quando o expoente é $n = 2$, a potência a^2 pode ser lida como: a elevado ao quadrado e quando o expoente é $n = 3$, a potência a^3 pode ser lida como: a elevado ao cubo, tais leituras são provenientes do fato que área do quadrado pode ser obtida por $A = a^2$, onde a é a medida do lado e o volume do cubo pode ser obtido por $V = a^3$, onde a é a medida do lado do cubo.

Finalizando a revisão bibliografica, temos os dados e gráfico dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que pode ser visto na figura 2.4, onde mostra as taxas de repetência elevadas no 7º ano (6ª Série), quando exatamente acontece o confronto das quatro operações e o jogo de sinais, reforça a aversão e carência dos alunos em tal conteúdo.

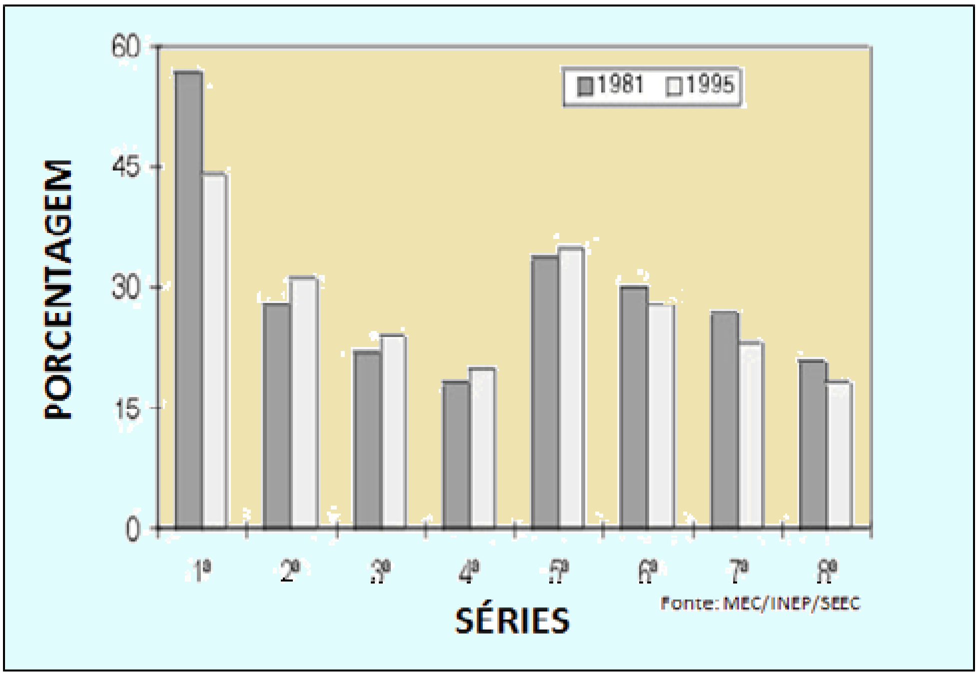

Figura 2.4: Taxas de Repetência no Ensino Fundamental (Fonte: Brasil, 1998)[3]

Capítulo 3

PROBLEMATIZAÇÃO

A escolha pela pesquisa quantitativa-qualitativa descritiva deu-se pela preocupação de buscarmos, no interior da escola, elementos que pudessem subsidiar a construção de conhecimento mais relevante sobre o universo escolar, seus atores, a produção do conhecimento e as relações que ali se dão, tanto com o macro sistema quanto no seu interior, permitindo considerar a multiplicidade de significados pedagógicos deixando de lado as variáveis isoladas para considerá-las em seu conjunto e em sua relação dinâmica. Através da compreensão dessa realidade escolar, foi possível fazer um diagnóstico e encontrar subsídios para uma etapa posterior e agirmos sobre ela por meio de uma intervenção pedagógica.

Como campo de pesquisa, foram investigados escolas públicas estaduais e municipais, em três turnos (matutino, vespertino e noturno). Num total de 574, destes 328 alunos, distribuídos em 8 turmas de Ensino Fundamental (4 turmas de 8º Ano e 4 turmas de 9º Ano), e 246 alunos, distribuídos em 6 turmas de Ensino Médio (2 turmas do 1º ano, 2 turmas do 2º ano e 2 turmas do 3º ano), no período de 6 meses.

A seguir temos o INSTRUMENTO DE PESQUISA, o Jogo dos 16 Ensinamentos versão Impressa (J16EI), que pode ser visto na Figura 3.1 e os GRÁFICOS que apresenta o diagnóstico da clientela pesquisada.

3.1 Instrumento de Pesquisa

3.1.1 FICHA - Jogo 16 Ensinamentos para um Bom Resultado (J16EI)

- **Cabeçalho:**
  Recebe as informações do aluno: escola, nome, número e data.
- **Expressões Numéricas:**
  Dezesseis (16) itens com cálculos de fáceis resoluções, escolhidos de maneira aleatória através do programa computacional Excel, arquivo J16EI (Jogo dos 16 Ensinamentos versão Impressa), programa esse criado por mim, o qual permite imprimir quarenta ou mais, uma expressão diferente para cada aluno, conforme cada solicitação, ou seja, imprime infinidade de atividades com o simples toque na tecla F9. Dispostos em quatro colunas. Cada uma corresponde a uma operação: 1ª e 2ª coluna (adição e subtração), 3ª coluna (multiplicação) e 4ª coluna (divisão). Os cálculos abrangem o jogo de sinais e as 16 possíveis situações que envolvem dois termos de uma expressão nos Número Inteiros. Eles estão em ordem crescente de dificuldade.
- **Espaço Livre:**
  Abaixo de cada coluna temos um espaço destinado aos cálculos se necessários.

- **Frase de Autoestima:**
  Na margem inferior das fichas aparece uma frase, do tipo VOCÊ É CAPAZ. Frases como essas, que aparecem de maneira aleatórias, originárias do programa computacional, objetivam fortalecer a autoestima do aluno e ampliar o seu conhecimento.

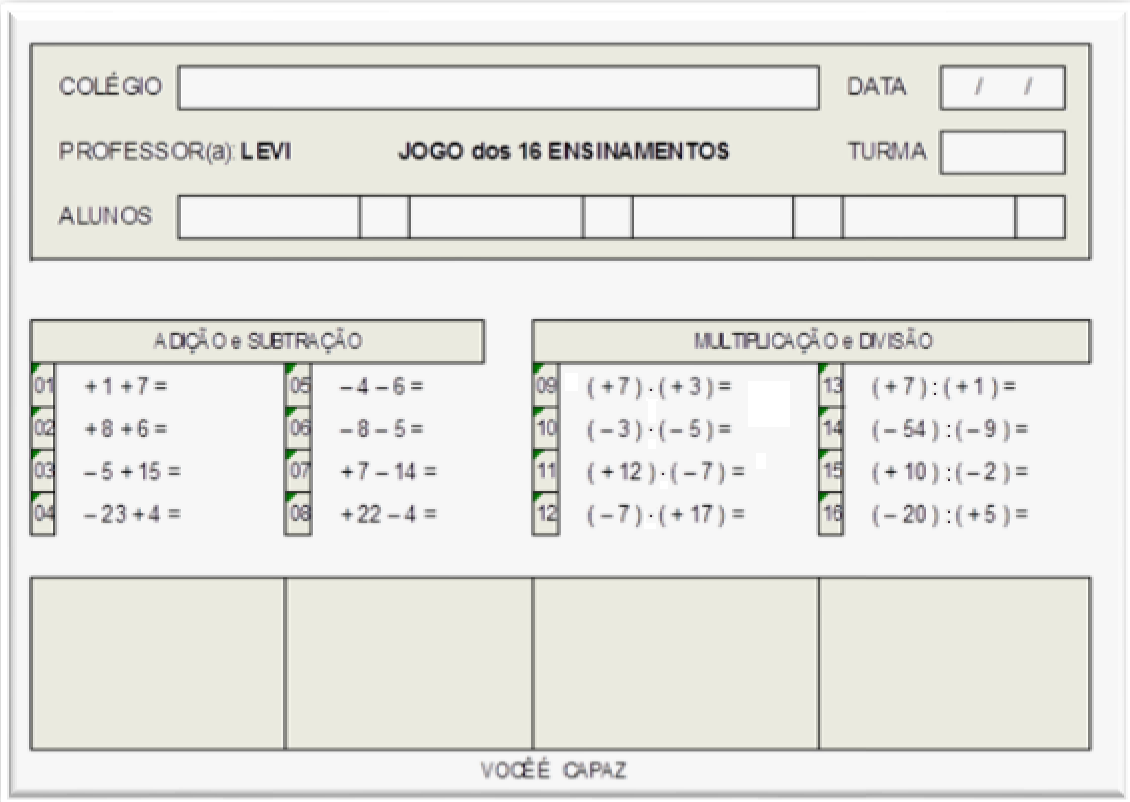

Figura 3.1: Instrumento de Pesquisa (J16EI)

3.2 Diagnósticos dos Estudantes Pesquisada Antes da Intervensão

3.2.1 Oitavo Ano do Fundamental com Ensino Tradicional

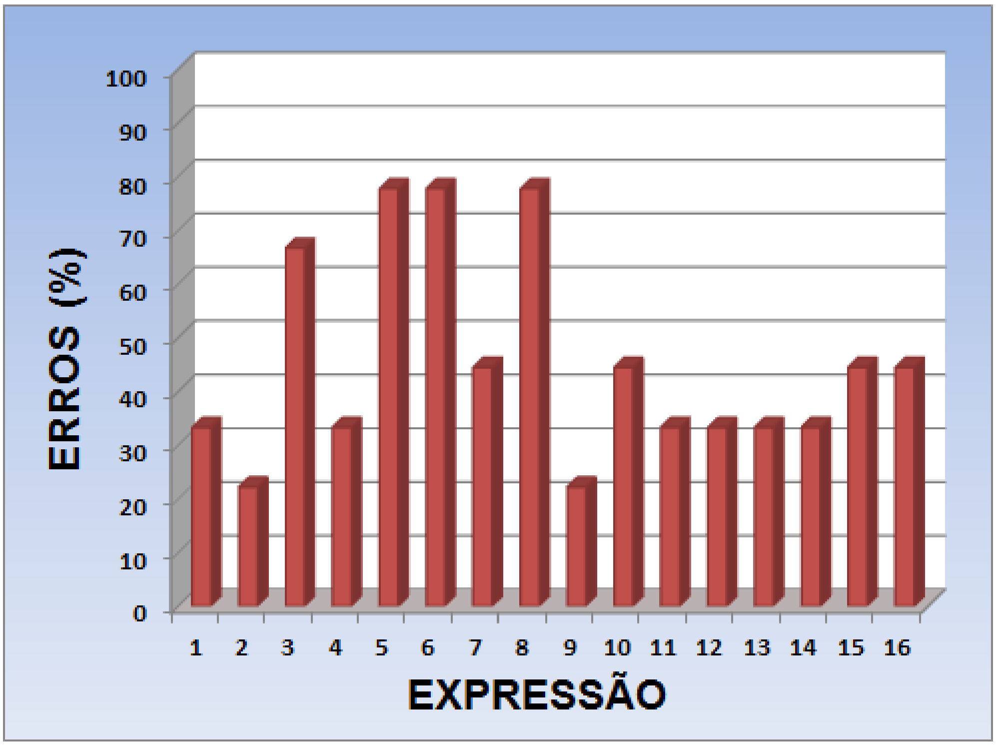

Figura 3.2: Oitavo Ano do Fundamental com Ensino Tradicional

Analisado a figura 3.2, percebe-se que as expressões do **tipo 5** $(-4-6)$ e do **tipo 6** $(-8-5)$, apresentaram uns dos maiores índices de erro. Isso dar-se pela interpretação equivocada do aluno, que traz o resultado do sinal do produto de dois números negativos (multiplicação), que é positivo, para a operação de adição de dois números negativos, onde o resultado é negativo.

Esses índices de erros elevados apresentado nesse ano, influenciará na aprendizagem dos seguintes conteúdos: Expressão Numérica, Expressão Algébrica, Equação do 1º grau e Inequação do 1º grau.

3.2.2 Nono Ano do Fundamental com Ensino Tradicional

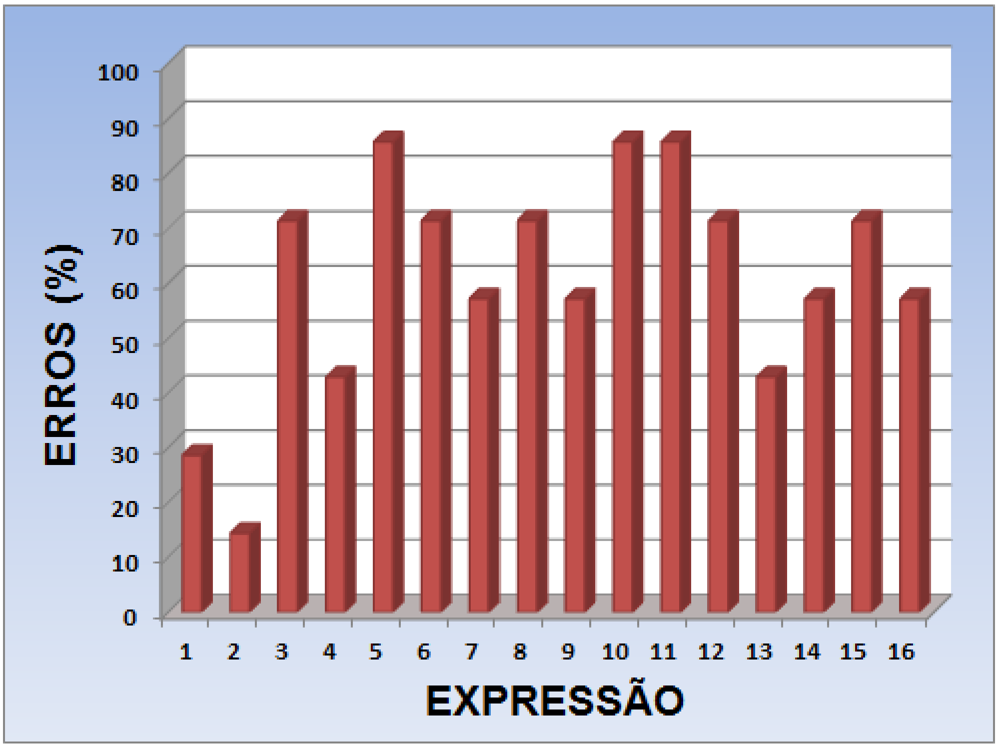

Figura 3.3: Nono Ano do Fundamental com Ensino Tradicional

Analisando a figura 3.3, observa-se um aumento nos índices de erro em relação ao ano anterior, 8º ano, provavelmente ocorre tal fato pelo esquecimento do aluno do conteúdo do 7º ano, pois não houve aprendizagem, e sim apenas memorização do conteúdo.

Esses índices de erros elevados apresentado nesse ano, influenciará na aprendizagem dos seguintes conteúdos: Expressão Numérica, Expressão Algébrica, Equação do 2º Grau, Sistema de Equação, Função do 1º Grau e Função do 2º Grau.

3.2.3 Primeiro Ano do Médio com Ensino Tradicional

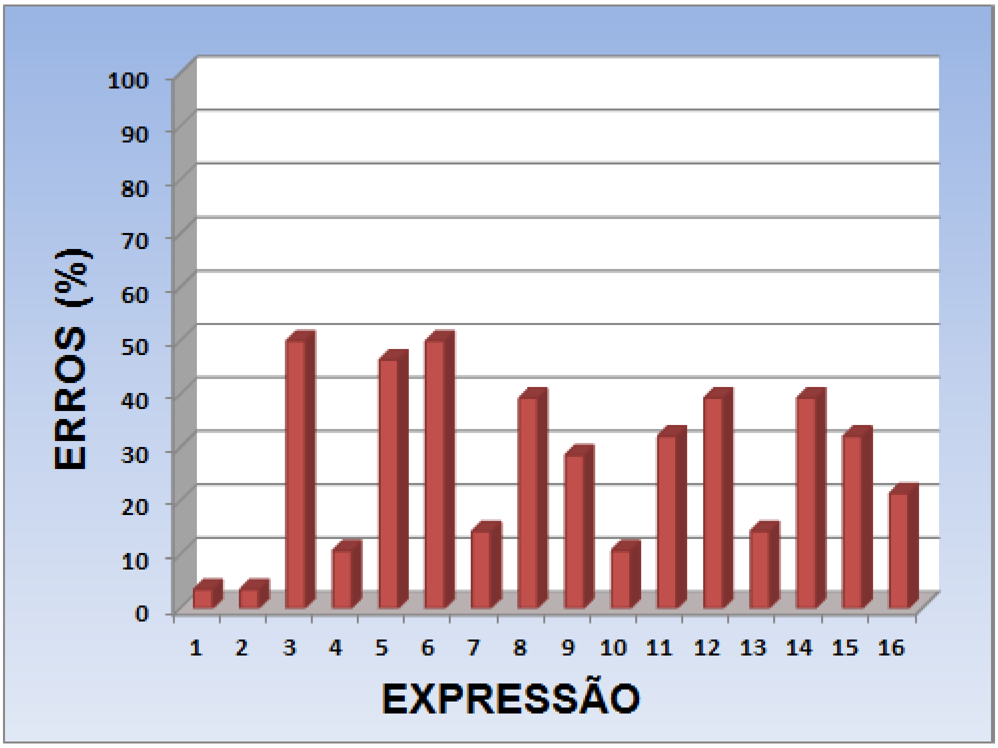

Figura 3.4: Primeiro Ano do Médio com Ensino Tradicional

Esses índices de erros elevados apresentado no primeiro ano do ensino médio, influenciará na aprendizagem dos seguintes conteúdos:

- Função do Afim
- Função Quadrática
- Função Modular
- Sequencias
- Progressão Aritmética

3.2.4 Segundo Ano do Médio com Ensino Tradicional

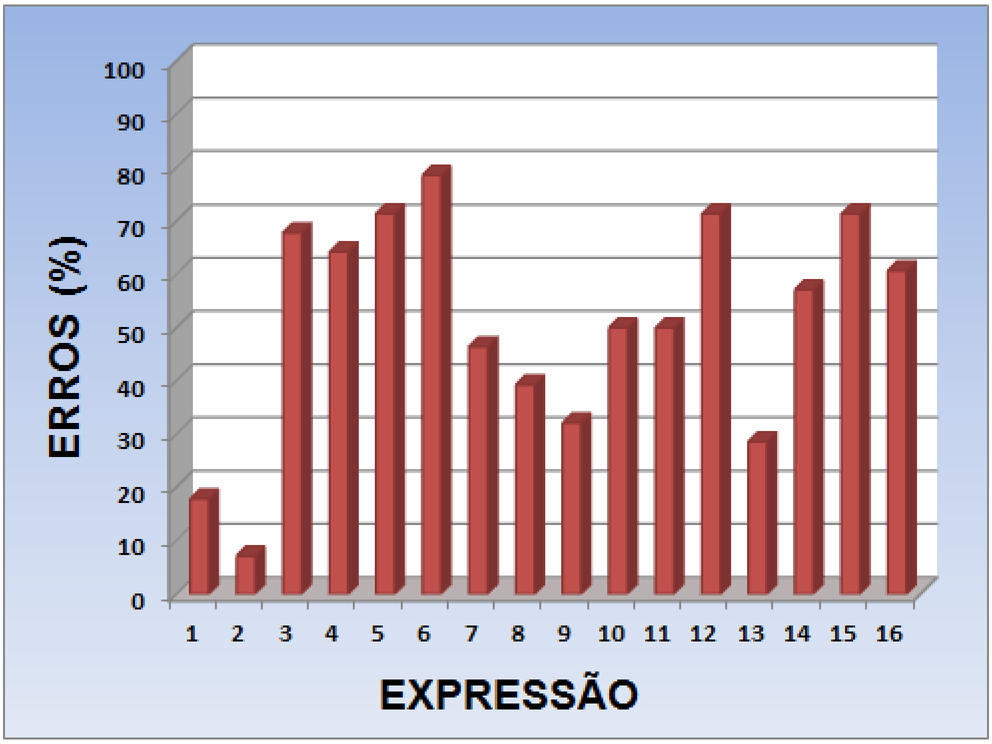

Figura 3.5: Segundo Ano do Médio com Ensino Tradicional

Esses índices de erros elevados apresentado no segundo ano do ensino médio, influenciará na aprendizagem dos seguintes conteúdos:

- Matrizes
- Determinante
- Sistemas lineares

3.2.5 Terceiro Ano do Médio com Ensino Tradicional

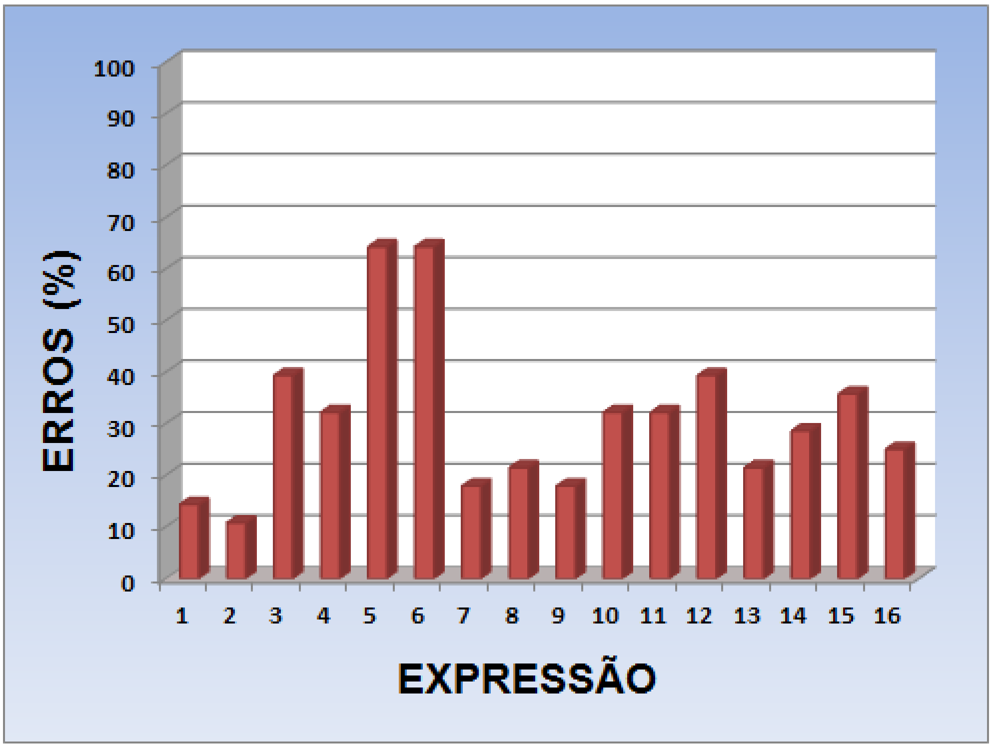

Figura 3.6: Terceiro Ano do Médio com Ensino Tradicional

Esses índices de erros elevados apresentado no terceiro ano do ensino médio, influenciará na aprendizagem dos seguintes conteúdos:

- Geometria Analítica: Ponto e Reta
- Geometria Analítica: A Circunferência
- Geometria Analítica: Secções Cônicas
- Números Complexos
- Polinômios
- Equações Algébricas

3.2.6 Geral com Ensino Tradicional

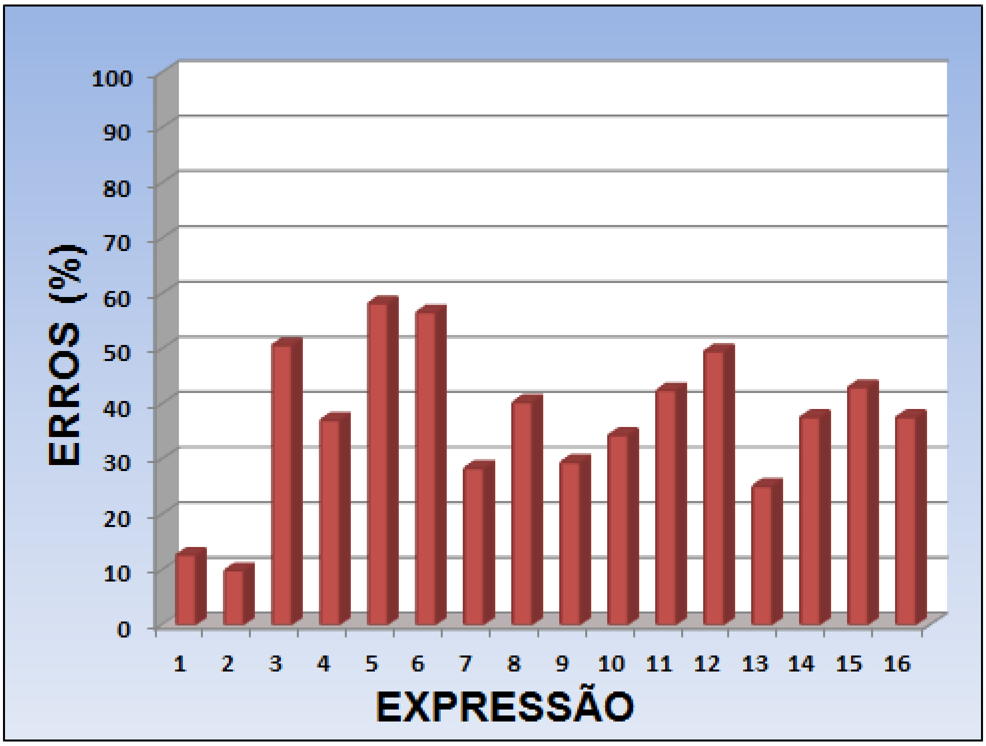

Figura 3.7: Geral com Ensino Tradicional

Analisado as figuras 3.2 até 3.7, compreende-se que as expressões do **tipo 5** $(-4-6)$ e **tipo 6** $(-8-5)$, apresentarem maiores índices de erro.

Mostrando assim que a interpretação equivocada do aluno, que traz o resultado do sinal produto de dois números negativos (multiplicação), que é positivo, para a operação de adição de dois números negativos, onde o resultado é negativo. Persiste durante todo Ensino Básico (Ensino Fundamental ao Ensino Médio) e até ao Superior. Pois tive a oportunidade de comprovar esse fato através de aulas de reforço a aluno do Ensino Superior.

Capítulo 4

METODOLOGIA

Diante da necessidade de superar o modelo tradicional do ensino dos números inteiros vivenciado nas escolas, campo de pesquisa, e fundamentada no isolamento dos conteúdos descontextualizados da realidade do aluno, estruturamos uma Proposta de Intervenção Pedagógica, buscando despertar a necessidade de mudança no ensino da Matemática , numa perspectiva de articular o conhecimento científico com a prática social do docente, articulando as diversas áreas do conhecimento.

A referida proposta de intervenção foi apresenta aos diretores, professores e alunos. Nossa intervenção pedagógica, foi realizada em três momentos, foi desenvolvida por meio de seqüências didáticas, tendo sido utilizados recursos tecnológicos e material concreto.

4.1 Primeiro Momento

Após identificarmos os conhecimentos prévios dos alunos através do INSTRUMENTO DE PESQUISA (J16EI), mostrado na figura 3.1, com os objetivos de refletir sobre a importância dos conhecimentos de Números Inteiros vivenciados na 7º Ano do Ensino Fundamental e de reconhecer a importância da contextualização no ensino e aprendizagem dos Números Inteiros para melhor compreensão do mundo físico.

4.1.1 Adição e Subtração

Figura 4.1: Material Concreto com Biscuit (MCB)

Contamos uma estória usando Materiais Concretos com Biscuit (MCB), mostrado na figura 4.1 ou o Vídeo de Adição e Subtração (VAS), que pode ser

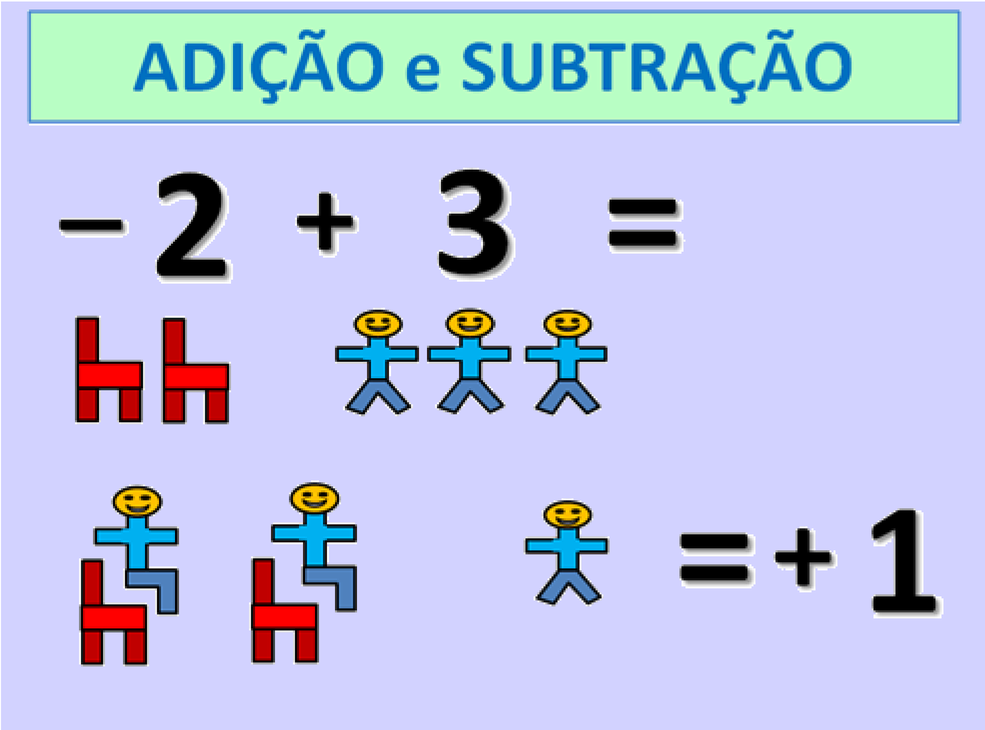

Figura 4.2: Vídeo de Adição e Subtração (VAS)

visto na figura 4.2, onde o sinal de mais representava uma pessoa e o sinal de menos uma cadeira, e fazemos os alunos transformar uma situação, em uma sala que tem 2 cadeiras e 3 pessoas, se as pessoas sentarem nas cadeiras (pessoas sentadas não interessa para o resultado final, o que interessa são as cadeiras que sobrarem ou as pessoas que ficaram em pé, quando as pessoas sentaram), sobrou 1 pessoa em pé, podemos assim transformar essa situação na expressão matemática $-2+3=+1$, ficando assim uma melhor compreensão. Analogamente, transformamos as expressões 1ª à 8ª, mostrado na figura 3.1, instrumento de pesquisa. E mostramos que o resultado na Adição e Subtração pode ser relacionado a uma estória interessante.

4.1.2 Multiplicação e Divisão

Figura 4.3: Material Comcreto Magnetizado (MCM)

Já para os itens 9º ao 16º, pedimos que os alunos manuseassem Materiais Concretos Magnetizados (MCM), que pode ser visto na figura 4.3, tampas de garrafa pet com números inteiros desenhados nas bases, em seguida os alunos assistiram ao Vídeo de Multiplicação e Divisão (VMD), mostrado na figura 4.4, e oportunizando-os a perceber que quando encostamos números com os mesmos sinais, as peças se repeliam, e quando encostamos números com sinais diferente, as peças se atraiam, podemos assim transformar essa situação na expressão matemática:

$$(-4) \cdot (-5) = +20$$

Os sinais iguais repelem-se, resultando em mais distância, ou seja, sinal de mais

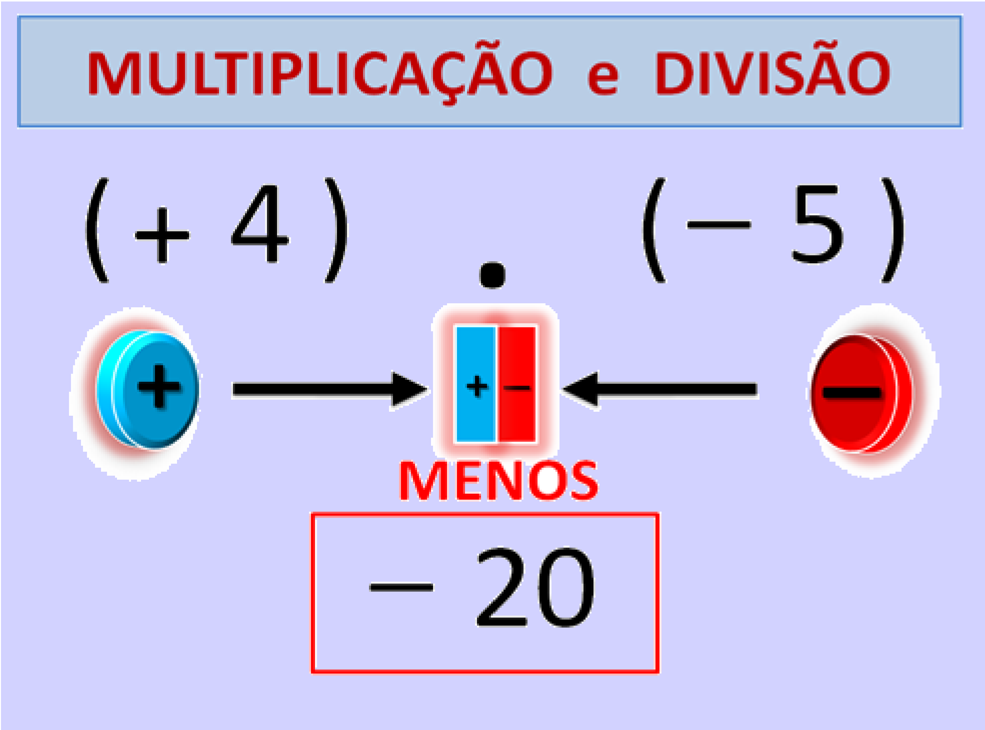

Figura 4.4: Vídeo de Multiplicação e Divisão (VMD)

e os sinais diferentes atraem-se, resultando em menos distância, ou seja, sinal de menos. Analogamente, transformamos as expressões 9ª à 16ª, mostrado na figura 3.1, instrumento de pesquisa. E mostramos que o resultado do sinal na Multiplicação e Divisão funciona de maneira diferente na Adição e Subtração.

4.2 Segundo Momento

4.2.1 Big Computer

Figura 4.5: Big Computer de Adição e Subtração (BCAS)

Faz-se a relação das operações dos números inteiros com Big Computer de Adição e Subtração (BCAS), que pode ser visto na figura 4.5 e Big Computer de Multiplicação e Divisão (BCMD), mostrado na figura 4.6, caixas construídas através de conhecimentos eletrônicos com LEDs. Onde com a simples aproximação de uma peça circular magnetizada, tal caixa funciona como uma grande calculadora. Fazendo cálculos como:

$$-2 + 5 = +2$$

$$(-3) \cdot (-3) = +9$$

E mostramos ao aluno que a tecnologia pode servir como instrumento de aprendizagem.

Figura 4.6: Big Computer de Multiplicação e Divisão (BCMD)

4.3 Terceiro Momento

4.3.1 Futebol e os Números Inteiros

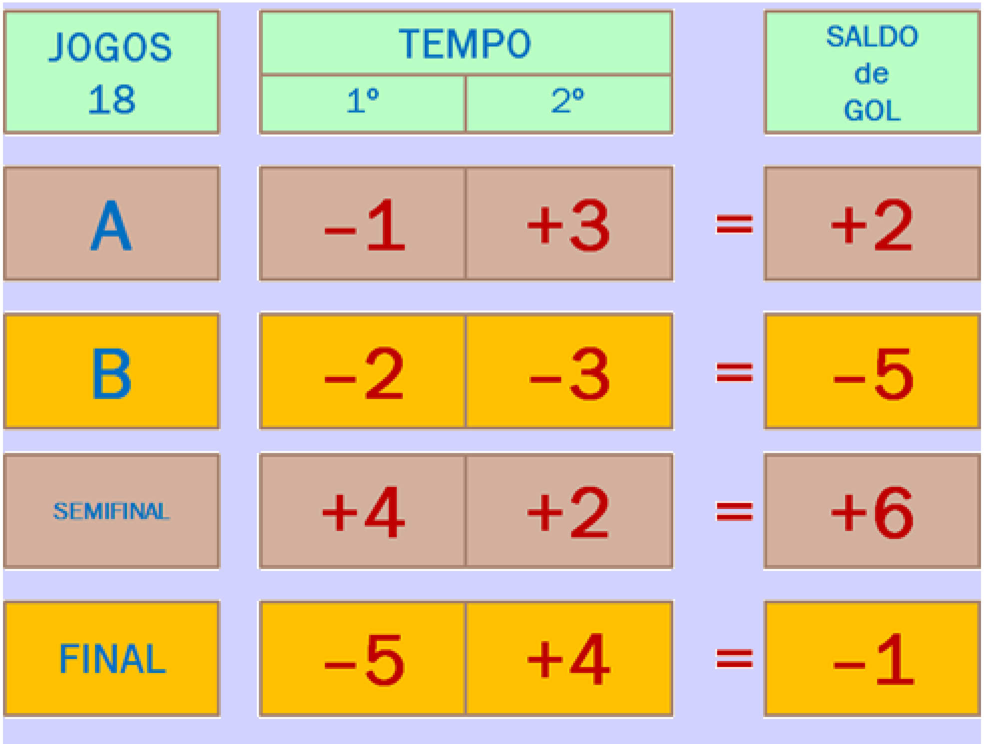

Figura 4.7: Vídeo de Futebol e os Números Inteiros (VFNI)

Passamos o Vídeo de Futebol e os Números Inteiros (VFNI), conforme mostrado na figura 4.7 e pedimos para os alunos responder os cálculos que o vídeo mostra antes que o vídeo apresente o resultado. E mostramos aos alunos que uma coisa do cotidiano, o saldo de gols do futebol, está relacionada com os Números Inteiros.

4.4 Quarto Momento

4.4.1 Avaliação

Apresentamos novamente o Instrumento de Pesquisa (J16EI), como mostra a figura 4.8, mas agora como Instrumento de Avaliação, com outras expressões, para a análise da intervenção.


COLÉGIO DATA / /
PROFESSOR(a): LEVI JOGO dos 16 ENSINAMENTOS TURMA
ALUNOS

ADIÇÃO e SUBTRAÇÃO		MULTIPLICAÇÃO e DIVISÃO	
01 $+1+7=$	05 $-4-6=$	09 $(+7)\cdot(+3)=$	13 $(+7):(+1)=$
02 $+8+6=$	06 $-8-5=$	10 $(-3)\cdot(-5)=$	14 $(-54):(-9)=$
03 $-5+15=$	07 $+7-14=$	11 $(+12)\cdot(-7)=$	15 $(+10):(-2)=$
04 $-23+4=$	08 $+22-4=$	12 $(-7)\cdot(+17)=$	16 $(-20):(+5)=$

VOCÊ É CAPAZ

Figura 4.8: Instrumento de Avaliação (J16EI)

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta a nossa tentativa de responder as questões que nos levaram a investigar o ensino e a aprendizagem dos Números Inteiros no 7º Ano e sua influência nos anos de educação vindouros, (8º e 9º Ano do Ensino Fundamental e o Ensino Médio), tendo como preocupação maior a forma que é ensinado os Números Inteiros. A pesquisa teve como ponto de partida as seguintes questões:

1. Qual a importância do ensino dos Números Inteiros para o desenvolvimento intelectual do aluno?
2. Há resistência dos alunos na aprendizagem desses números?
3. Em que consistem as dificuldades encontradas pelos alunos na sua aprendizagem no ensino dos Números Inteiros?

Ao mesmo tempo, procuramos testar nossas hipóteses confrontando-as com os dados da investigação. As hipóteses formuladas no nosso trabalho foram:

1. Nos cursos de formação de professores não temos o destaque necessário para os Números inteiros.

2. No Ensino fundamental não é dada a importância devida aos Números Inteiros, sendo ensinado apenas no 7º Ano, sem um acompanhamento processual nos anos vindouras.

3. Durante o ensino dos Números Inteiros os alunos não constroem conhecimento necessário, por falta de uma relação dos números inteiros e um material pedagógico concreto.

Sendo professor de matemática há 25 anos, tendo experiência em sala de aula e reforço escolar com alunos do Ensino Fundamental e Médio de escolas publicas (municipais, estaduais e particulares) e universitário. Observa-se junto aos colegas professores que havia nos alunos uma carência nos conteúdos básicos de matemática, operações com os números inteiros.
Verifica-se ainda, que os alunos sentiam aversão à disciplina por conta desta carência, este fato foi reforçado com os dados e gráficos dos Parâmetros Curriculares Nacionais(PCNs), mostrado na figura 5.1, onde mostra as taxas de repetência elevadas no 7º ano (6ª Série), quando exatamente acontece o confronto o conteúdo dos Números Inteiros, as quatro operações e o jogo de sinais.

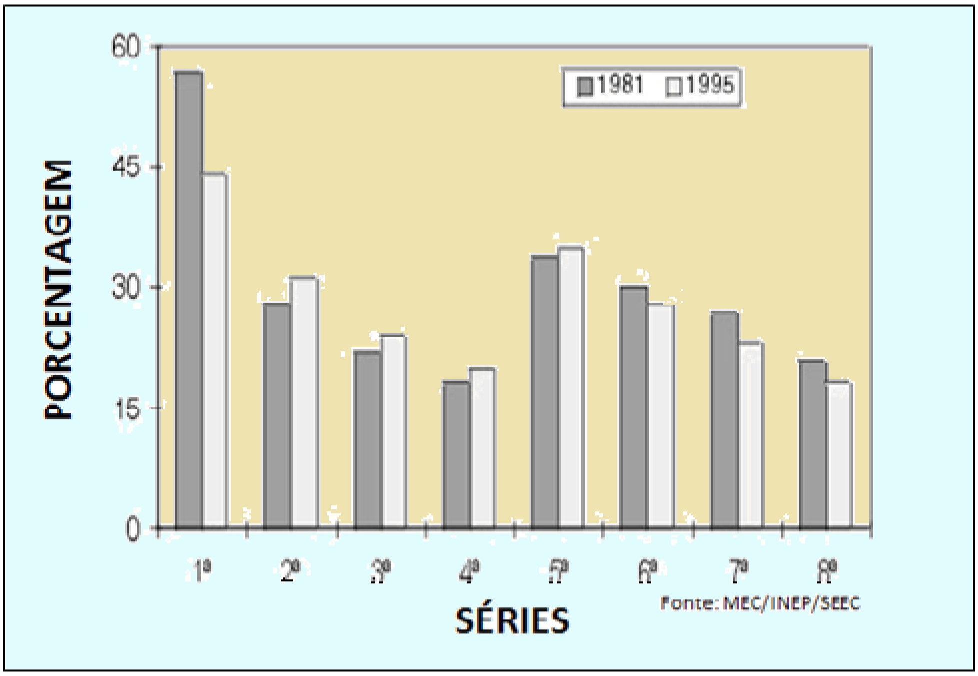

Figura 5.1: Taxas de Repetência no Ensino Fundamental (Fonte: Brasil, 1998)[3]

Os professores deparam-se com a mesma carência ao apresentarem o conteúdo do 7º ao 9º ano e no ensino médio. Sentíamos que boa parte dos alunos não conseguia absorver o assunto, por conta de não ter esses conteúdos definidos no seu entendimento, vindo assim influir no índice de reprovação, tornando alto. Tudo isso nos trouxe a mente uma preocupação, que este problema tem afetado alunos de vários níveis escolares.
De acordo com nossas análises, os Números Inteiros ainda não são vistos pelos alunos como um conteúdo importante.

Analisando a figura 5.2, oitavo ano do Ensino Fundamental.

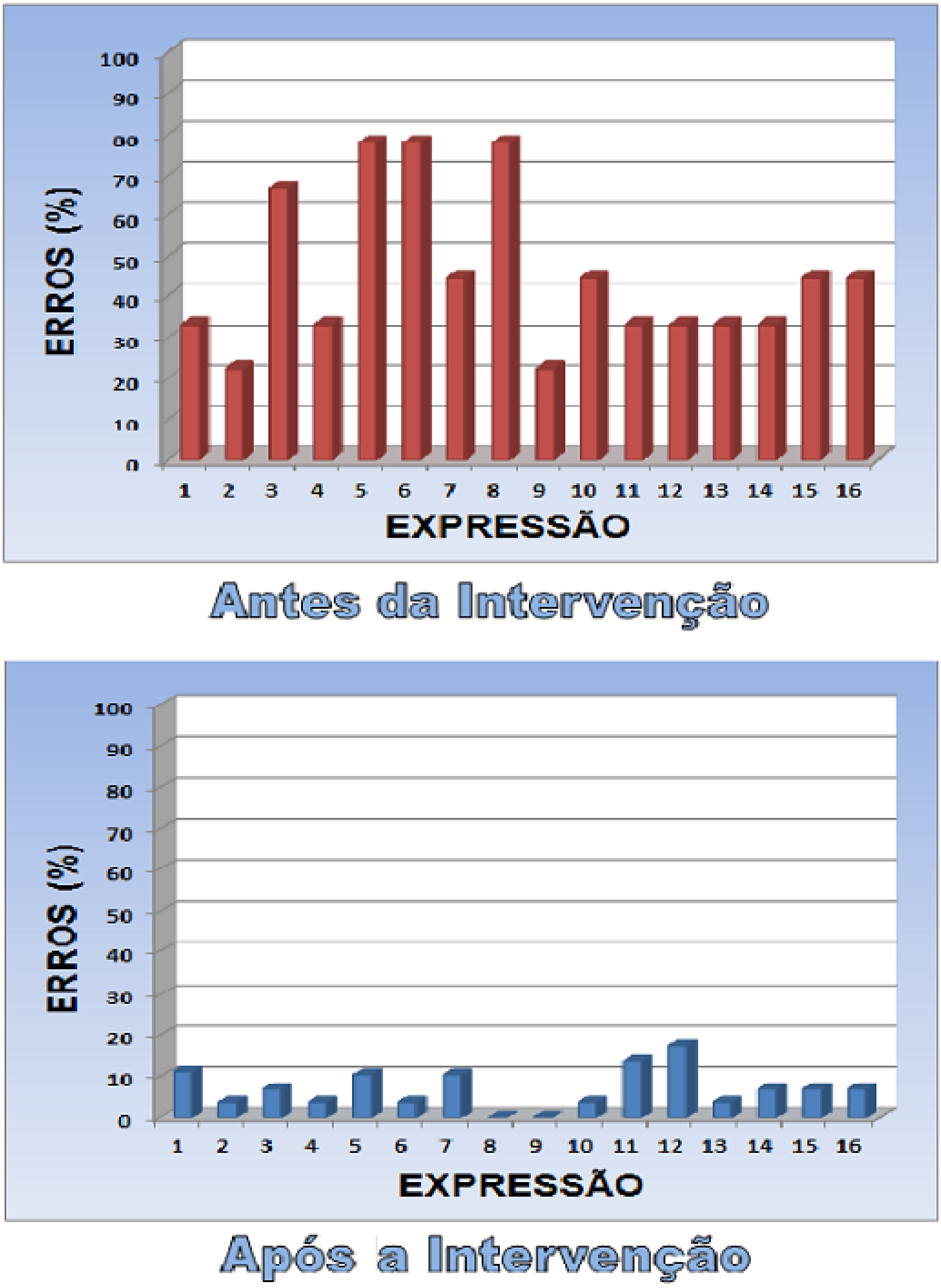

Figura 5.2: Análise do oitavo Ano do Ensino Fundamental

Percebemos através da figura 5.2, que os alunos que não tiveram contato com conhecimento que comparassem com o cotidiano, no ensino dos Números Inteiros, ou seja, tiveram o ensino tradicional, apresentaram alto índice de erros, contudo os que tiveram contato obtiveram os índices de erros baixos. Comprovando nossa hipótese que para a melhora do entendimento dos Números Inteiros, precisamos contextualizar tal conteúdo.

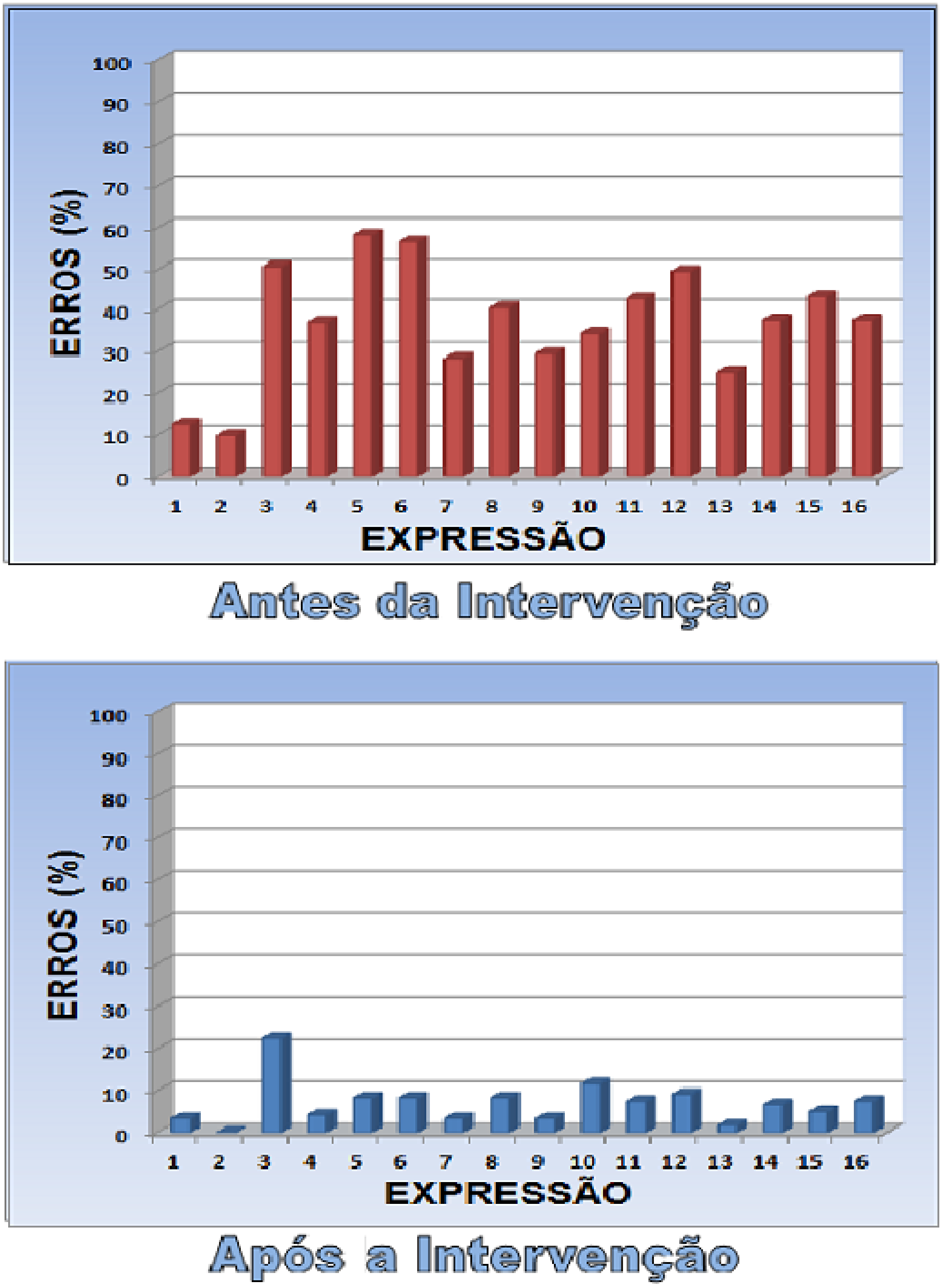

Figura 5.3: Análise Geral

Fazendo a mesma análise a figura 5.3, entende-se que antes das intervenções os alunos apresentaram alto índice de erros, mas após as intervenções o índice de erros baixos. Comprovando nossa hipótese, que se o aluno não tiver melhor entendimento sobre os Números Inteiros no 7º Ano, terá maiores dificuldade nos anos seguintes, pois os Números Inteiros é um conteúdo que o aluno utiliza em toda sua vida educacional, após ser ensinado no 7º Ano, e em diversas disciplinas que envolvem cálculos, como Física, Química e etc,.

5.1 Opinião dos Alunos Sobre as Atividades

Algumas falas dos alunos no decorrer dos quatros momentos.

- Já me ensinaram de cem maneiras, mas essa maneira foi que eu consegui aprender.
- Que maneira legal de aprender.
- Porque melhora a aprendizagem da pessoa e ela aprende melhor, principalmente no jogo dos sinais. E se com esse jogo os alunos não aprenderem o jogo dos sinais, pode ter certeza que não aprenderão mais, pois vai pelo interesse do aluno.
- Eu não entendia, mas agora eu passei a entender melhor o jogo de sinais, e meu aprendizado melhorou 95 por cento.
- Ajuda bastante a aprendizagem do aluno, pois sentar em grupo facilita a aprendizagem. Quem não sabe a questão acaba aprendendo, por causa da explicação do colega, é bom. O aluno fica animado querendo vencer e acaba aprendendo.

Jogo dos 16 Ensinamentos: versão Microcomputador (J16EM) e Celular (J16EC)

Convergindo as atividades apresentadas anteriormente, foram criados os aplicativos: Jogo dos 16 Ensinamentos, versão Microcomputador (J16EM), que pode ser visto na figura 5.1 e Jogo dos 16 Ensinamentos, versão Celular (J16EC), mostrado na figura 5.5. Nesses o aluno terá acesso à aprendizagem dos Números Inteiros e exercitar sempre que desejar, em casa, na escola ou num momento livre. Substituído aquele estudo tradicional da tabuada, onde o aluno necessitava de outra pessoa para pergunta-lhe, pessoa essa que nem sempre estava disponível. Nesse software professores ou pais deixarão o aluno a vontade para fazer seus acertos e erros, tentando quebrar suas próprias barreiras. O J16EM é um ótimo instrumento para que ensino Jovem e Adulto, pessoas que estão fora da faixa etária, pois o mesmo é de fácil manuseio, fazendo uma boa interação entre o aluno e o conteúdo dos Números Inteiros.

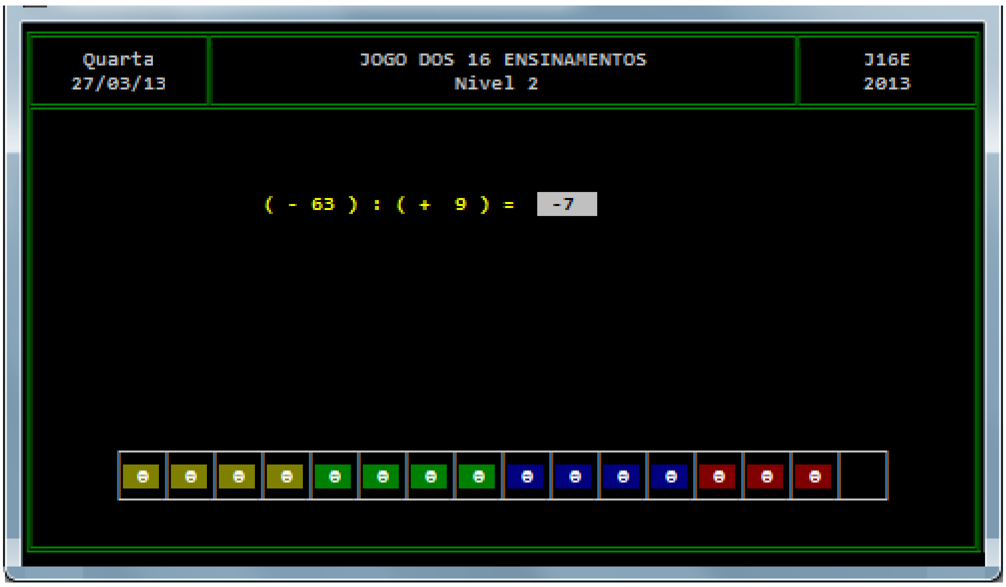

Figura 5.4: Jogo dos 16 Ensinamentos, versão Microcomputador (J16EM)

Figura 5.5: Jogo dos 16 Ensinamentos, versão Celular (J16EC)

Espera-se que este trabalho contribua para uma melhor compreensão em relação ao ensino e à aprendizagem dos Números Inteiros, não apenas na nossa região do Sertão do Médio São Francisco, mas que estimule outros pesquisadores e educadores a repensarem o ensino da Matemática nos diversos níveis e modalidades de ensino.

Referências

[1] BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTO, Olímpio Runinin; LAUREANO, José Luiz Tavares. *Matemática e Vida, 7º Ano.*.São Paulo: Ática, p.98, 2001.

[2] BRASIL, Ministério da Educação. *Secretaria de Educação Fundamental. Matemática. Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª Série).* Brasília: MEC/SEF, p.19, 1997.

[3] BRASIL, Ministério da Educação. *Secretaria de Educação Fundamental. Introdução. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Série).* Brasília: MEC/SEF, p.30, 1998.

[4] BRASIL, Ministério da Educação. *Secretaria de Educação Fundamental. Matemática. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Série).* Brasília: MEC/SEF, p.42, 1998.

[5] BRASIL, Ministério da Educação. *Secretaria de Educação Fundamental. Matemática. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Série).* Brasília: MEC/SEF, p.46, 1998.

[6] BORBA, Rute Elizabete de souza Rosa. *O ensino e a compreensão de números relativos. In Analúcia Schliemann e David Carraher(orgs.). A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e pesquisa.* Campinas, SP: Papirus, p.121-151, 1998.

[7] CÚNICO, Edimar. *Professor: Seja um Médico. Revista do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática.* nº 14, p.53, 1989.

[8] DANTE, Luiz Roberto. *Números Positivos e Negativos. Tudo é Matemática.* São Paulo: Ática, p.98, 2002.

[9] DAMBRÓSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática. 12.ed.*Campinas, SP: Papirus, 2006.

[10] GUELLI, Oscar *Uma Aventura do Pensamento, Matemática, 7º Ano.* São Paulo: Ática, 2001.

[11] ONETTA, Antonio Alberto. *O problema do ensino dos números inteiros dentro da matemática e a apresentação de um protótipo alternativo valorizando o uso dos jogos.* Florianópolis: UFSC, Dissertação de mestrado, 2002.

[12] SALGADO, R. C. *O ensino de números inteiros por meio de atividades comcalculadora e jogos.* Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

[13] SPINILLO, A. G. *O Desenvolvimento de Conceitos Matemáticos: Temas de Interesse para a Educação Matemática, Pesquisas Brasileiras em Psicologia do Desenvolvimento.* Rio de Janeiro: EDUERJ, 1998.