UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

EDINALVA FEITOSA PASSOS

O USO DO GEOGEBRA NO CELULAR COMO MEIO FACILITADOR PARA O ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR EM TURMAS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

JUAZEIRO - BA
2023

EDINALVA FEITOSA PASSOS

O USO DO GEOGEBRA NO CELULAR COMO MEIO FACILITADOR PARA O ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR EM TURMAS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

JUAZEIRO - BA
2023

Passos, Edinalva Feitosa
P289u O uso do GeoGebra no celular como meio facilitador para o ensino de função modular em turmas do 1º ano do ensino médio/ Edinalva Feitosa Passos. -- Juazeiro-Ba, 2023.
xi 79 f.: il ; 29 cm.

Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, 2023.

Orientador: Prof. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Jogos em educação matemática. 3. GeoGebra (Software). 4. Função modular. I Título. II. Pereira, Lucília Batista Dantas III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510.07

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UNIVASF.
Bibliotecária: Andressa Laís Machado de Matos CRB – 4/2240.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

EDINALVA FEITOSA PASSOS

O USO DO GEOGEBRA NO CELULAR COMO MEIO FACILITADOR PARA O ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR EM TURMAS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Aprovado em: 28 de fevereiro de 2023.

Banca Examinadora

Lucília Batista Dantas Pereira - Doutora - UPE

Lino Marcos da Silva, Doutor - UNIVASF.

Carla Saturnina Ramos de Moura- Doutora - UPE.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida, saúde e forças para superar os desafios diários.

Aos meus pais, Dilson de Castro Passos (memoriam) e Nilda da Silva Passos, mulher guerreira, que sempre fez o que pode e o que não pode pela criação e educação dos seus filhos. Sou-lhe infinitamente grata.

Ao meu esposo, Aristóteles Alves Feitosa, pelo carinho, cuidado, paciência, parceria e companheirismo.

Às minhas filhas, Amanda Feitosa Passos e Ellen Feitosa Passos, por serem meu combustível de amor, felicidade, perseverança e determinação. Amo vocês, do tamanho de Deus.

Aos meus irmãos, Elane Patrícia Passos Braga e Tulio Cezar da Silva Passos, pelo carinho e cuidado.

Aos meus avós, Manoel Passos (memoriam), Alzira Castro Passos (memoriam), Daniel Passos (memoriam) e, em especial, Matilde da Silva Passos (memoriam), exemplo de serenidade, paz e amor. Guardarei comigo todos os momentos que estivemos juntas.

Às minhas tias e tios, e aos meus demais familiares e amigos que fizeram e fazem parte da minha vida.

Aos professores e colegas de mestrado, em particular, Fernanda, pela amizade, incentivo e momentos de estudos.

À minha orientadora, professora Dra. Lucília Dantas, pela orientação, paciência e comprometimento em partilhar seu conhecimento.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar as possíveis contribuições da utilização do software GeoGebra no celular para o ensino e a aprendizagem da Função Modular em turmas do 1º ano do Ensino Médio. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa baseada na observação da participação dos alunos nas atividades em sala e na atividade avaliativa online. Assim, foi averiguado o conhecimento prévio deles em relação ao conceito de módulo e de valor absoluto. Em seguida, foram realizadas algumas construções gráficas manualmente. Logo após, os alunos utilizaram nos seus dispositivos o GeoGebra para esboçar gráficos de algumas funções. Depois eles usaram o jogo online, Kahoot. Por último, foi aplicada uma atividade avaliativa online que os alunos responderam utilizando seus dispositivos. Dessa forma, foi possível verificar que o uso do GeoGebra nos dispositivos móveis como recurso pedagógico, nas aulas de Matemática, contribuiu para o ensino e a aprendizagem do conteúdo trabalhado por meio da visualização gráfica das funções, tendo em vista que houve mais interesse e participação dos alunos. Constatou – se ainda que os dispositivos podem ser usados em algumas atividades para tornar as aulas mais atrativas e dinâmicas.

Palavras-chave: GeoGebra.Celular. Função Modular.

ABSTRACT

This work aims to analyze the possible contributions of using the GeoGebra software on cell phones for teaching and learning the Modular Function in 1st year high school classes. The research had a qualitative approach based on the observation of students' participation in classroom activities and online assessment activities. Thus, their prior knowledge regarding the concept of module and absolute value was verified. Then, some graphic constructions were performed manually. Soon after, the students used GeoGebra on their devices to sketch graphs of some functions. Then they used the online game, Kahoot. Finally, an online assessment activity was applied, which the students answered using their devices. In this way, it was possible to verify that the use of GeoGebra on mobile devices as a pedagogical resource, in Mathematics classes, contributed to the teaching and learning of the content worked through the graphic visualization of the functions, considering that there was more interest and participation from the students. It was also found that the devices can be used in some activities to make classes more attractive and dynamic.

Keywords: GeoGebra. Cell. Modular Function. Kahoot.

LISTAS DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática, no decorrer dos anos, precisou ressignificar – se, tendo em vista que o mundo está em constante transformação e a Matemática tem grande relevância para a compreensão e atuação nele. Assim, é necessário acompanhar as mudanças e melhorar as práticas pedagógicas no processo de ensino e de aprendizagem.

Ao longo dos anos, nota-se que ter a atenção e a participação dos jovens em sala de aula é um desafio e pedir isso para um conteúdo, que não será cobrado diretamente nos editais de alguns vestibulares, é um impasse. Dessa forma, é necessário instigar a atuação deles, pois com tantas tecnologias e entretenimentos se fez necessário adaptar as aulas a formatos mais dinâmicos, tendo em vista que os estudantes atuais nasceram em um mundo digital, estão continuamente conectados e usando as tecnologias digitais.

Por outro lado, o Ensino Médio, por ser o período de conclusão da educação básica, é o segmento que apresenta mais desafios diante das competências e habilidades que precisam ser desenvolvidas e consolidados no final do processo, sendo considerado uma barreira na garantia do direito à educação. “Para além da necessidade de universalizar o atendimento, tem-se mostrado crucial garantir a permanência e as aprendizagens dos estudantes, respondendo às suas demandas e aspirações presentes e futuras” (BRASIL, 2018, p. 461).

Os estudantes estão em uma fase transitória das suas vidas saindo do Ensino Fundamental e entrando no Ensino Médio, que exige deles mais compromisso, desempenho, colaboração e resultados. De acordo com a BNCC, “a dinâmica social contemporânea nacional e internacional, marcada especialmente pelas rápidas transformações decorrentes do desenvolvimento tecnológico, impõe desafios ao Ensino Médio” (BRASIL, 2018, p. 464).

Dentre as competências e habilidades que precisam ser desenvolvidas e consolidadas no Ensino Médio, tem-se o estudo das funções, que permite fazer conexões com outras áreas do conhecimento, tendo em vista que “o conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário compreender o sentido que esse conceito pode assumir em diferentes contextos” (BRASIL, 2006, p. 121).

Dentre as funções estudadas no 1º ano do Ensino médio, está a Função Modular. Ao longo da experiência em sala de aula, pode-se dizer que com a dinâmica do ano letivo, muitos conteúdos a cumprir, calendário apertado, quantidade reduzida de aulas, quando comparada ao Ensino Fundamental, o ensino dessa função, às vezes, é deixado de lado ou é passado de maneira superficial. Ainda há um agravante, pois essa função não aparece, explicitamente, na BNCC e nem no programa de alguns vestibulares, como no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e o Sistema Seriado de Avaliação da UPE- SSA.

No entanto, o estudo dessa função se faz necessário pela sua importância e aplicações em diversas áreas. A Função Modular é o elo de conhecimento entre Álgebra, Geometria e Aritmética. Ao ser definida como função formada por duas ou mais sentenças, possui uma extensa e variada família de curvas, possibilitando uma aplicação das propriedades das funções polinomiais, trigonométricas, exponencial e logarítmica na construção e análise de gráficos, além da aplicação de princípios como a reflexão, a simetria e a translação.

O conceito de módulo é usado no estudo de distância entre dois pontos e entre um ponto e uma reta na Geometria Analítica, em número complexo quando escritos na forma trigonométrica a partir da forma algébrica. Em estatística, por exemplo, utiliza-se a Função Modular quando calculam os desvios de cada elemento em relação à média e eleva-se ao quadrado para obter o desvio total em módulo.

Usa-se também na Física para determinar a velocidade de um móvel que se desloca no sentido negativo do eixo das abscissas. Em Química, na comparação das temperaturas entre duas ou mais cidades; em Eletricidade, Acústica, Mecânica ondulatória, Geografia entre outras. Portanto, com essas consideráveis aplicabilidades e interações na própria Matemática e em outras áreas de conhecimento, percebe-se a importância do estudo da Função Modular no Ensino Médio.

Por isso, deve- se aproveitar essas tecnologias como recursos didáticos para incrementar as aulas. Existem muitos aplicativos educacionais que podem, inclusive, ser usados em dispositivos móveis, como, por exemplo, o GeoGebra (um software de geometria dinâmica que possibilita a transformação da geometria em álgebra, e vice-versa, além de possuir ferramentas muito intuitivas, que permitem construir objetos bi e tridimensionais) e o Kahoot (um aplicativo com diversos temas, por meio de jogos e perguntas em formato de *quiz*, que pode ser acessado individualmente ou em grupo).

Assim, faz-se necessário buscar novas formas de ensino que favoreçam a aprendizagem, inovar na dinâmica da relação entre o professor e o aluno, encontrar mudanças nas práticas em sala de aula, realizar aulas que não sejam unicamente expositivas e estimular os alunos a se tornarem mais ativos no processo de ensino. A esse respeito, a BNCC do Ensino Médio destaca as tecnologias digitais e a computação como parte fundamental do mundo atual. Temas como cultura digital, mundo digital e pensamento computacional são postos como fundamentais para novas gerações, “certamente grande parte das futuras profissões envolverá, direta ou indiretamente, computação e tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 473).

O uso das tecnologias podem ser ferramentas poderosas nesse processo, sendo capaz de superar o desinteresse do aluno, buscar seu engajamento, motivar sua participação nas aulas, promover e melhorar o aprendizado e interesse pela disciplina. Os estudantes são convidados e instigados a participarem ativamente na construção do conhecimento. A BNCC destaca que,

> [...] os jovens estão dinamicamente inseridos na cultura digital, não somente como consumidores, mas se engajando cada vez mais como protagonistas. Portanto, na BNCC dessa etapa, o foco passa a estar no reconhecimento das potencialidades das tecnologias digitais para a realização de uma série de atividades relacionadas a todas as áreas do conhecimento, a diversas práticas sociais e ao mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 474).

Nesse cenário, este trabalho tem como questão de pesquisa: Como o uso do GeoGebra no celular pode favorecer o ensino de Função Modular em turmas do 1º ano do Ensino Médio?

Tem como objetivo geral analisar as possíveis contribuições do GeoGebra no celular para o ensino e a aprendizagem da Função Modular em turmas do 1º ano do Ensino Médio. Os objetivos específicos são: utilizar o GeoGebra no celular para a apresentação dos gráficos da Função Modular, de maneira que os alunos possam visualizar as características gráficas , como também verificar se os conceitos de Função Modular foram compreendidos pelos alunos com o auxílio do GeoGebra e do *Kahoot*.

O trabalho está organizado em 6 seções: a Seção 2 trata do ensino da Matemática com vista ao surgimento das tendências, seguida por uma breve explanação sobre as metodologias ativas e os jogos matemáticos. Na Seção 3, tem-se a importância do uso de tecnologias no ensino de Matemática, a utilização do aplicativo GeoGebra como recurso didático e uso do celular nas aulas de Matemática. Já na Seção 4, apresenta-se o estudo das funções e uma abordagem sobre os principais elementos ligados à função modular. A Seção 5 é dedicada à metodologia utilizada na pesquisa. Na Seção 6, tem-se a análise dos resultados obtidos após a vivência das atividades aplicadas nas três turmas do 1º ano do Ensino Médio, em uma escola particular de Petrolina, no ano de 2021. Por fim, na Conclusão, são apresentadas as considerações finais e proposta para a melhoria do método apresentado.

2 O ENSINO DA MATEMÁTICA

A Matemática surgiu da necessidade humana, serviu e continua servindo como ferramenta no desenvolvimento social e cultural das pessoas ou de uma região. Todas as suas contribuições para a sociedade são resultados de experiências individuais e coletivas, que permitem entender o mundo e dele fazer parte.

Então, entende-se que é preciso mostrar essa Matemática na sala de aula. Para isso, faz-se necessário buscar mecanismos que tornem significante a aprendizagem da Matemática e, assim, os estudantes possam compreender a sua relevância e utilidade no mundo moderno. Reforçando essa ideia, D'Ambrósio diz que

> é preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exposição, que levam a um receber passivo do conteúdo, através de processos que não estimulem os alunos à participação. É preciso que eles deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdos é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 19).

Várias foram as tendências do ensino da Matemática, ao longo da história, que se preocuparam com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Sobre isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática comentam que

> para dimensionar a Matemática no currículo do ensino é importante que se discuta sobre a natureza desse conhecimento e que se identifiquem suas características principais e seus métodos particulares como base para a reflexão sobre o papel que essa área desempenha no currículo, a fim de contribuir para a formação da cidadania. (BRASIL, 1998, p. 24).

No Brasil, destacam-se as tendências: formalística clássica, empírico-ativista, tendência formalista moderna, tecnicista e suas variações, a construtivista e sócio etnocultural. Fiorentini (1995) explica um pouco dessas tendências:

A tendência formalística clássica (até o final da década de 1950): caracterizava-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados). A aprendizagem dos alunos era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução (imitação/repetição). Ao professor cabia apenas "passar" o conteúdo acabado aos alunos.

Já a tendência empírico-ativista (décadas de 1960 e 1970) surge como negação ou oposição à escola clássica tradicional, que não considera a natureza da criança em desenvolvimento, sobretudo suas diferenças e características biológicas e psicológicas. Dessa tendência considera que o importante não é aprender, mas aprender a aprender. O aluno passa a ser o centro da aprendizagem e o professor deixa de ser o elemento fundamental do ensino, tornando-se orientador ou facilitador da aprendizagem. Desta forma, procura-se valorizar os processos de aprendizagem e envolver os alunos nas atividades. A tendência consistia em investigar de um lado o que a criança pensa, gosta, faz e pode fazer, e de outro, em desenvolver atividades ou materiais, potencialmente, ricos que levem os alunos a aprenderem ludicamente e a descobrirem a Matemática.

Na tendência formalística moderna, a educação matemática brasileira, após 1950, passaria por uma intensa mobilização em virtude dos cinco Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática e o Movimento da Matemática Moderna. Surgiu como resposta à constatação da defasagem, após a Segunda Guerra Mundial, entre processo científico-tecnológico da nova sociedade industrial e o currículo escolar vigente, sobretudo nas áreas de Ciências e Matemática. O ensino, de um modo geral, continua sendo acentuadamente autoritário e centrado no professor, que expõe/demonstra rigorosamente tudo no quadro. A Matemática escolar perde tanto o seu papel de formadora da "disciplina mental" como o seu caráter pragmático de ferramenta para resolução de problemas. Na verdade, essa proposta de ensino parecia visar não à formação do cidadão em si, mas à formação do especialista matemático.

Tendência tecnicista e suas variações: é uma corrente de origem norte-americana que, pretendendo otimizar os resultados da escola e torná-la "eficiente" e "funcional", aponta como soluções para os problemas do ensino e aprendizagem o emprego de técnicas especiais de ensino e administração escolar. Utilizada desde o final da década de 60 até o final da década de 70, a técnica de ensino desenvolvida e privilegiada por essa corrente é a "instrução programada" dando início à era da informática, aplicada à educação, com as "máquinas de ensinar". Os conteúdos, sob esse enfoque, aparecem dispostos em passos sequenciais em forma de instrução programada em que o aluno deve realizar uma série de exercícios com comandos diretos.

Tendência construtivista: no Brasil, essa tendência começou a ser utilizada na década de 1970. Ela considera o conhecimento matemático resultante da ação interativa-reflexiva do indivíduo com o meio ambiente. Destacam-se o aprender a aprender e o desenvolvimento do pensamento lógico-formal tratando-se de uma aprendizagem significativa, que acontece quando o aluno consegue atribuir sentido e significado às ideias matemáticas e sobre elas é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

Tendência sócio-etno-cultural: após o fracasso da Matemática Moderna, na década de 1970. Surgiu a tendência sócio-etno-cultural, que vê o conhecimento matemático como um saber prático, que se diferencia de acordo com o meio cultural com o qual o aluno interage. Surge, então, o conceito da Etnomatemática. A evasão e o fracasso escolar são associados às condições socioculturais de classes sociais menos favorecidas. D´Ambrósio (2007, p. 111) define etnomatemática:

> Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Para compor a palavra etno matemática utilizei as raízes tica, matema e etno para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etno).

Assim, percebe-se que as tendências variaram ao longo do tempo de acordo com as necessidades para o desenvolvimento da humanidade, e a Matemática esteve presente durante esse processo, como, por exemplo, no surgimento das grandes civilizações e descobertas científicas.

Nessa perspectiva, os conhecimentos matemáticos são importantes para uma análise da sociedade atual, podendo auxiliar no entendimento do mundo, na tomada de decisões e no desenvolvimento consciente de estratégias em que esses conhecimentos se fazem necessários.

Por isso, o currículo da disciplina Matemática na Educação básica tem sido objeto de análise de estudiosos da área de Educação Matemática, que buscam melhorias para proporcionar um ensino de qualidade, que faça parte da realidade educacional brasileira, que os alunos se sintam estimulados a participarem e se tornarem detentores de um saber que poderá auxiliar nas decisões das diversas situações na realidade em que eles vivem, "tais considerações colocam a área de Matemática e suas tecnologias diante da responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses alunos, para promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e pensamentos criativos'' (BRASIL, 2018, p. 518).

Ainda de acordo com a BNCC, a Matemática é uma ferramenta, que favorece a construção do conhecimento e o seu entendimento não se resume ao manuseio de técnicas e operações numéricas. É preciso que se estabeleça alguma relação com o que acontece no cotidiano (BRASIL, 2018, p. 265).

2.1 METODOLOGIAS ATIVAS

As Metodologias Ativas são exemplos de métodos ativos na educação, são estratégias didáticas, que colocam os alunos no centro do processo de ensino e de aprendizagem, "[...] contrariando, assim, a exclusividade da ação intelectual do professor e a representação do livro didático como fontes exclusivas do saber na sala de aula" (PEREIRA, 2012, p. 6)

Tornar o aluno protagonista no processo de aprendizagem por meio de diferentes formas de ensino, que possibilitem interesse e entendimento, é fundamental para seu desenvolvimento pessoal nas diversas decisões futuras. Para isso, é necessário que a prática pedagógica do corpo docente seja diferenciada, saindo do formato tradicional com o professor sendo detentor do saber e colocando o aluno como um sujeito ativo no processo de aprendizagem.

Camargo e Daros (2018) afirmam que as metodologias ativas levam os alunos a raciocinarem e construírem, ao invés de memorizarem e reproduzirem, o que torna a aprendizagem mais relevante. Essa construção não se faz sozinha, mas pela mediação docente, em que o professor se torna um fomentador e não mais mero transmissor. Eles, ainda, concordam que: "As Metodologias Ativas de aprendizagem colocam o aluno como protagonista, ou seja, em atividades interativas com outros alunos, aprendendo e se desenvolvendo de modo colaborativo" (CAMARGO; DAROS, 2018, p. 15).

Portanto, a inclusão das Metodologias Ativas na proposta pedagógica pode favorecer no engajamento, participação, compreensão e autonomia dos alunos para se envolverem e resolverem situações-problema propostas que necessitem de soluções criativas.

Já Bastos (2006) apresenta uma conceituação de Metodologias Ativas como “processos interativos de conhecimento, análise, estudos, pesquisas e decisões individuais ou coletivas, com a finalidade de encontrar soluções para um problema”. Para isso, o professor passa a ser um orientador para que os alunos reflitam e decidam sozinhos o que deve ser feito para atingir os objetivos estabelecidos. Segundo o autor, trata-se de um processo que oferece possibilidades para que se possa desenvolver a capacidade de observar as situações e apresentar soluções, em diferentes contextos.

As Metodologias Ativas, enquanto estratégias didáticas, têm o potencial de favorecer os processos interativos entre a construção do conhecimento e o fornecimento de ferramentas para que os alunos tomem decisões individuais e coletivas, principalmente para solucionar problemas e despertar a curiosidade e engajamento dos alunos (BASTOS, 2006; BERBEL, 2011; PEREIRA, 2012).

As Metodologias Ativas incluem as tecnologias digitais para aprimorar o ensino e a aprendizagem, promovendo momentos de interação, colaboração e envolvimento. São muitas as possibilidades de Metodologias Ativas, com a participação dos alunos. A *gamificação* é uma delas; é a utilização de jogos em situações de ensino e de aprendizagem, que promove o engajamento e estimula a criatividade para obter um bom desempenho, pois são desafiados a vencer. (BACICH; MORAN, 2018, p. 67).

Para Berbel (2011, p.34), "todas as alternativas de metodologias ativas colocam o aluno diante de problemas e/ou desafios que mobilizam o seu potencial intelectual, enquanto estuda para compreendê-los e ou superá-los.” Desse modo, o ensino de Matemática pode ser potencialmente melhorado com aplicação de metodologias ativas nas práticas pedagógicas, desenvolvendo, assim, a colaboração e a autonomia, fatores que são essenciais na formação de modo geral.

2.1.1 Jogos Matemáticos

Em geral, a disciplina Matemática não é a preferida dos alunos. Deve-se isso, talvez, ao fato de essa disciplina, ao longo dos anos, ter sido transmitida de maneira abstrata e metódica, e os alunos precisavam memorizar e reproduzir técnicas para a realização de atividades propostas. Diante dessa situação, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam que

> [...] o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p.26)

Desse modo, desenvolvimento e aprendizagem são duas formas dependentes entre si de gerar conhecimento uma vem de dentro para fora e a outra de fora para dentro. Assim, o aluno é instigado a evoluir, absorver informações que poderão desenvolver habilidades que propiciem reflexão e análise de situações concretas ou mesmo relacionadas com o mundo real (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005).

É preciso tornar o ensino de Matemática dinâmico, é necessário reconstruir o olhar sobre essa disciplina e desenvolver práticas que levem o aluno a interagir e ser protagonista no processo de construção do conhecimento.

Para isso, já existem diferentes metodologias para serem abordadas na disciplina Matemática, de maneira que favoreçam o processo de ensino e de aprendizagem, dentre elas: a Modelagem, as Tecnologias de Informação e Comunicação TIC'S), o uso de softwares e jogos educativos. Nessa perspectiva, Grando ressalta que

> A busca por um ensino que considere o aluno como sujeito do processo, que seja significativo para o aluno, que lhe proporcione um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção e que lhe possibilite um prazer em aprender, não pelo utilitarismo, mas pela investigação, ação e participação coletiva de um "todo" que constitui uma sociedade crítica e atuante, leva-nos a propor a inserção do jogo no ambiente educacional, de forma a conferir a esse ensino espaços lúdicos de aprendizagem. (GRANDO, 2000, p.15)

Com o uso de jogos e softwares educativos têm-se ferramentas importantes para a prática educativa, podendo superar o desinteresse do aluno, buscando o seu engajamento, motivando sua participação nas aulas, promovendo e melhorando o aprendizado e interesse pela disciplina, além de ser uma forma de entretenimento e de socialização. Nessa perspectiva, os Parâmetros Curriculares de

Pernambuco de Matemática abordam que os jogos matemáticos promovem um ambiente de interação, tornando os estudantes elementos ativos no processo de ensino e de aprendizagem (PERNAMBUCO, 2012).

Desse modo, tem-se motivos para trazer os jogos para as aulas de Matemática, desde que eles estimulem a criatividade, o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas, podendo apresentar níveis diferentes de dificuldades de acordo com o desenvolvimento dos alunos. Borin (1996), diz que:

> Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos estudantes que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (BORIN, 1996, p.9).

Nessa perspectiva, com os jogos, os estudantes são convidados e instigados a participar ativamente na construção do conhecimento, tornando a aula mais favorável para o desenvolvimento da aprendizagem, "... a ação de jogar exige comprometimento e intencionalidade, aspectos também fundamentais para a sala de aula constituir-se em um ambiente cooperativo, produtivo e disciplinado" (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, p. 36).

Vale ressaltar que os jogos online são os favoritos dos alunos, que os veem como uma brincadeira, mas, seguindo regras estabelecidas, os alunos aprendem Matemática de maneira dinâmica e descontraída. Um exemplo de jogo educativo é o *Kahoot*, um jogo online em que o professor, por meio de atividades, pode valorizar o raciocínio lógico e argumentativo. Para isso, os alunos precisarão desenvolver meios para resolver as atividades propostas de maneira rápida e correta por estarem preocupados com o tempo do jogo.

Portanto, os alunos poderão participar ativamente do processo de aprendizagem com os seus dispositivos e se entusiasmarão com seus desenvolvimentos e capacidades de compreensão, que adquirirão com a ajuda dos aplicativos.

3 O USO DE TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

No cenário em que se buscavam melhorias no ensino e na aprendizagem da Matemática, surgiram as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's), que são recursos tecnológicos pedagógicos para modificar o cotidiano dos alunos e podem ser inseridos no ensino da Matemática, tendo em vista que o uso de tecnologias e softwares educativos motivam a participação dos alunos e com isso tornaram as aulas mais atrativas. A esse respeito, os PCN's de Matemática relatam que as tecnologias exercem um importante papel de transformação da sociedade por fazerem parte do cotidiano de grande parte das pessoas (BRASIL, 1998).

Assim, levando em consideração as modificações que as tecnologias exercem no cotidiano das pessoas, o uso desses recursos na escola pode transformar o espaço em um ambiente dinâmico de conexões entre o ensino e a aprendizagem, podendo contribuir no processo de ensino, motivando a participação dos alunos nas aulas e, assim, terem melhor resultado na aprendizagem.

Borba (1999, p. 294) também considera as TIC's e faz uma análise das mudanças provocadas pelo uso dos meios de informação no ensino de Matemática e seu impacto na pesquisa em Educação Matemática, considerando que

> [...] ao mesmo tempo que as técnicas se tornam cada vez mais humanizadas, na medida em que interfaces amigáveis são desenvolvidas buscando seduzir o usuário em geral, em nosso caso o estudante, vemos que as técnicas permeiam e condicionam o pensamento humano. As mídias, vistas como técnicas, permitem que "mudanças ou progresso do conhecimento" sejam vistos como mudanças paradigmáticas impregnadas de diferentes técnicas desenvolvidas ao longo da história.

Batista, Barcelos e Afonso (2005, p. 5) também enfatizam que "as TIC 's permitem explorar outras habilidades, como visualização e simulação, além de possibilitar a formulação de conjecturas, permitindo uma melhor visualização do estudo em questão". Desse modo, o uso das tecnologias, em sala de aula, poderá facilitar a compreensão sobre determinado tema. Nesse sentido, Batista, Barcelos e Afonso (2005, p. 5) afirmam que:

> A mediação do professor, durante a realização das atividades, deve incentivar a busca por explicações para o que está sendo empiricamente constatado.

> Resgata-se, assim, o caráter investigativo, algo que tem sido, em geral, desconsiderado nas aulas de Matemática. [...] Mas, isto requer, muitas vezes, desprendimento para reconhecer que não sabemos tudo e que podemos aprender com nossos alunos. Tudo isso torna o processo de ensino e aprendizagem muito rico, no qual o professor exerce a posição de mediador, construindo também os seus conhecimentos.

Porém, antes de se depararem com as tecnologias nas atividades essenciais de aprendizagem, Borba e Penteado (2017) sugerem que, nas escolas, os alunos recebam uma “alfabetização tecnológica”, para que, assim, possam manusear, usar e usufruir dos recursos digitais de maneira proveitosa. “Tal alfabetização deve ser vista não como um Curso de Informática, mas, sim, como um aprender a ler essa nova mídia” (BORBA, PENTEADO, 2017, p. 17).

Diante do dinamismo de informações e tecnologias em que se encontra a sociedade atual, é necessário aprimorar as práticas educativas e buscar novos sentidos para o encontro entre professores e alunos. O professor vai precisar ter uma nova postura, atualizar, constantemente, seus conhecimentos com relação às tecnologias para que, assim, possa haver um melhor aproveitamento em suas aulas, “à medida que a tecnologia informática se desenvolve, deparamo-nos com a necessidade de atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está sendo integrada” (BORBA, PENTEADO, 2017, p. 64).

D’Ambrósio (2007, p. 28) ressalta que, frente a todos os avanços propiciados pela teleinformática, já não há mais espaço para verdades impostas e absolutas. Nessa direção, o autor enfatiza a importância da ressignificação da educação: “Assim como a biodiversidade representa o caminho para o surgimento de novas espécies, a diversidade cultural representa o potencial criativo da humanidade”.

Por isso, as práticas educativas usadas na formação escolar devem ser melhoradas constantemente e tendo em vista que a sociedade é dinâmica, a escola precisa acompanhar todas as mudanças para formar cidadãos participativos.

3.1 A UTILIZAÇÃO DO APLICATIVO GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁTICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

A importância da tecnologia digital está expressa na BNCC e se explicita na quinta competência geral da educação básica quando diz que é preciso "compreender, utilizar e criar tecnologias digitas de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações," para produzir e promover conhecimentos de forma individual e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Ainda segundo a BNCC para o Ensino Médio, as tecnologias digitais e a computação são recursos para o mundo atual. Temas como cultura digital, mundo digital e pensamento computacional são postos como fundamentais para novas gerações. Assim,

> [...] é preciso garantir aos jovens, aprendizagens para atuar numa sociedade em constante mudança, prepará-los para profissões que ainda não existem, para usar tecnologias que ainda não foram inventadas e para resolver problemas que ainda não conhecemos. Certamente grande parte das futuras profissões envolverá, direta ou indiretamente, computação e tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 473).

Desse modo, nas melhorias das práticas educativas, pode-se incluir o uso das tecnologias como recurso didático em algumas aulas, visto que a vivência no período escolar é muito importante para a formação do aluno protagonista, ativo e participativo na sociedade.

Nessa perspectiva da aprendizagem Matemática associada ao uso da tecnologia, têm-se alguns aplicativos que contribuem para esse processo. Por exemplo, o *software* gratuito de Matemática dinâmica GeoGebra, desenvolvido por Markus Hohenwarter, é um *software* livre, de fácil instalação, disponível no site www.geogebra.org, para *download* ou pode ser usado *online*, compatível com diferentes sistemas operacionais, de fácil manipulação. Acerca de algumas características desse *software*, o Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro[1], relata que

---

[1] O Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro é integrante do IGI (INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTES) Disponível em: http://www.geogebra.im-uff.mat.br/index.html. Acesso em: 14 de junho de 2021

> o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometría, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si (HOHENWARTER, 2014, p.1).

Logo, o *software* GeoGebra é um recurso que pode contribuir no estudo e na aprendizagem de funções. Com ele podem-se estabelecer animações com os parâmetros de uma função, mostrando diversas características e propriedades, que ajudam na compreensão de forma mais dinâmica e de fácil visualização que, somente com a utilização da lousa e livros, não seria facilmente compreendida pelos alunos.

Assim, os alunos têm a oportunidade de aprender o conteúdo, mesmo não tendo todo o domínio das ferramentas do *software*, mas com as manipulações podem criar possibilidades de análise das propriedades envolvidas e, por meio da visualização dos passos de construção, desenvolvem o raciocínio lógico, matemático e estratégico.

A esse respeito, a BNCC define competências e habilidades, que permitem aos estudantes, dentre elas, “[...] usar diversas ferramentas de *software* e aplicativos para compreender e produzir conteúdos em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática”. (BRASIL, 2018, p. 475).

Dessa forma, é possível proporcionar um ambiente de troca de experiências e de saberes, no qual o aluno pode ser motivado a se envolver mais na aula e o conteúdo pode ser compreendido de maneira mais ampla e mais prazerosa. Segundo Batista (2012, p. 9), “[...] recurso como o GeoGebra, além de contribuir para despertar e motivar o processo de aprendizagem, cria o hábito de participar, pensar por si próprio e construir o conhecimento, verificando também sua aplicação em outras disciplinas”.

O uso desse *software* não se restringe ao computador; é possível baixá-lo em outros dispositivos como *tablets* e *smartphones*, ou ainda, usar *online*. E como o *smartphone* faz parte da rotina dos adolescentes, é um meio de socialização e de expressão, pois, a todo momento, os alunos estão em contato com as mais diversas informações e, também, com seus colegas pelas redes sociais. Eles têm uma facilidade muito grande com as tecnologias e, rapidamente, executam os comandos nos aplicativos dos seus celulares.

No momento em que eles conhecerem o *software* e suas funcionalidades, poderão utilizá-lo em qualquer lugar fora do ambiente escolar como uma ferramenta de estudo e não somente para uma atividade proposta em sala pelo professor, pois trata-se de um recurso que contribui para despertar e motivar o processo de aprendizagem e, também, criar o hábito de participar, pensar por si próprio e construir o conhecimento num processo de desenvolvimento da autonomia (NÓBRIGA, ARAÚJO, 2010).

3.2 O USO DO CELULAR NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O mundo atual é digital, a sociedade está rodeada de equipamentos eletrônicos com diversos recursos tecnológicos. De maneira geral, esses equipamentos servem para facilitar ou agilizar diferentes situações do cotidiano, e mesmo com essa presença tão significativa na vida das pessoas, ainda, é um desafio integrar, de forma, eficiente a prática docente com esses recursos.

Porém, é necessário pensar em maneiras de utilizar, em sala de aula, os recursos tecnológicos digitais, visando melhorar a compreensão dos conteúdos matemáticos e o aprendizado dos alunos. Uma importante ferramenta, no dinamismo das práticas educativas, é o celular, uma tecnologia digital interativa que desenvolve participação, colaboração e autonomia, que são fatores muito importantes não somente na formação do conhecimento matemático, mas também na formação profissional qualificada. Sendo assim, um “cenário fértil ao desenvolvimento de investigação e à realização de pesquisas”. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.37).

Além disso, os alunos estão sendo preparados para viverem e trabalharem em um mundo digital em que estarão conectados o tempo todo, e não faz sentido distanciar a Matemática e a sala de aula dessa realidade. A Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) acredita que “as tecnologias móveis podem ampliar e enriquecer oportunidades educacionais para estudantes em diversos ambientes” (UNESCO, 2014, p. 6).

Ladeira (2015, p.217) afirma que é “fundamental conhecer e avaliar o potencial da aprendizagem móvel e identificar as novas maneiras em que a mobilidade pode contribuir para as experiências significativas de aprendizagem”.

Por outro lado, Borba e Penteado (2017) afirmam que, quando o professor decide inovar, sair do tradicional em que tem controle de tudo e passa a usar as tecnologias digitais, passa a ser um aprendiz também. Ponte (2000, p. 76) corrobora dizendo que “tal como o aluno, o professor acaba por ter de estar sempre a aprender. Desse modo, aproxima-se dos seus alunos. Deixa de ser a autoridade incontestada do saber para passar a ser, muitas vezes, aquele que menos sabe”.

Porém, a maioria das escolas não permite o uso do celular nas salas de aula, embora se sabe que, no geral, os alunos não atendem muito bem a essa proibição, e acabam usando indevidamente. Então, talvez, a solução não seja proibir, mas sim tornar o seu uso de maneira mais proveitosa, em algumas atividades, como estratégia didática. A UNESCO recomenda “evitar proibições plenas do uso de aparelhos móveis. Essas proibições são instrumentos grosseiros que, geralmente obstruem as oportunidades educacionais e inibem a inovação do ensino e da aprendizagem” (UNESCO, 2014, p.29).

Sabe –se que o uso de aplicativos educativos está ganhando força nas escolas e, com essa “disseminação dos smartphones, escolas, governos e demais instituições se voltam para potencializar essa tecnologia na melhoria do ensino e da aprendizagem” (SALDANA, 2015, p.1).

Tendo isso em vista, é possível tornar a aula mais atrativa e dinâmica, saindo do modo tradicional em que o professor é o detentor do saber, instigando o aluno a ser protagonista na construção do conhecimento, para que haja o desenvolvimento e a evolução contínua da prática pedagógica e da qualidade de ensino. (KENSKI, 2007).

Assim, o uso de recursos tecnológicos, nas aulas de Matemática, pode ser um dos fatores que contribuem para diminuir as deficiências no processo de ensino e da aprendizagem dessa disciplina e, consequentemente, melhorar a qualidade da educação de modo geral, cabendo ao professor, como mediador, tomar conhecimento de como utilizar esses recursos e se apropriar deles para socializar em sala de aula.

4 ESTUDOS DAS FUNÇÕES

Um conteúdo muito relevante no Ensino Médio, que merece destaque, por estabelecer conexões e interações com outras áreas do conhecimento, é o estudo das funções. Conforme Barreto (2010, p.3) “o conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas dessa ciência, como, por exemplo, na contagem”. Segundo os PCN’s:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica, como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática (BRASIL, 2002, 121).

É por haver essa ligação com outras áreas do conhecimento, que o estudo das funções é um conteúdo muito importante no Ensino Médio. E para que haja um melhor entendimento e amadurecimento, o seu estudo inicia –se no 9º ano do Ensino Fundamental, com as funções Afim e Quadrática. Sobre isso, Ponte (1990, p. 5) apresenta alguns aspectos da história e da origem das funções:

> A noção de função não apareceu por acaso na Matemática. Ela surgiu, como instrumento matemático indispensável para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais, iniciados por Galileu e Kepler. O seu desenvolvimento apoiou- se nas possibilidades expressivas proporcionadas pela moderna notação algébrica por Viète, e, muito em especial, da geometria Analítica, por Descartes e Fermat.

Desse modo, o estudo das funções evoluiu na educação Matemática por ter surgido como um meio necessário para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais. Hoje em dia, a noção de função e os novos desenvolvimentos da Matemática, estão além das ciências físicas. Estão associados a outras áreas de conhecimento, serve também como ferramenta para as ciências humanas e sociais. Ponte, 1990.

Diante disso, é preciso buscar meios que possibilitem ao aluno entender, compreender e aplicar o conceito de função em diversas situações do seu cotidiano. Uma estratégia, que pode ser usada para estreitar os laços de função com a rotina dos estudantes, é o uso das tecnologias digitais. A esse respeito Ponte (1990, p. 9), relata que a tecnologia tem um papel importante na prática pedagógica, auxiliando no processo de construção do conhecimento, no entendimento da definição dos conceitos, “mudando o foco do ensino dos processos mecânicos e repetitivos”.

Ou seja, não basta saber manusear as expressões algébricas das leis de definições das funções, tem que associá-las e criar modelos necessários para a resolver as situações propostas. Segundo a SEB (BRASIL, 2006, p. 121),

> O estudo de funções é relevante, mas devido à abrangência do conceito, envolve um número de dificuldades. O conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário, compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. A relação funcional ocorre em todos os campos do conhecimento humano e está, em sua origem, associada à ideia de regularidade, ultrapassando o domínio matemático.

Braga (2006, p. 147) também considera o ensino de função um dos fundamentos do Ensino Médio e sugere que a formação do seu conceito seja realmente significativa e articulada com uma metodologia, que favoreça a aprendizagem. Assim, “a metodologia e o conteúdo estão entrelaçados enquanto componentes escolares. E mais, o sucesso de um saber no ambiente escolar está diretamente relacionado à adequação e à eficiência desse entrelaçamento”.

Por isso, o ensino de funções, nos livros de Matemática do Ensino Médio (IEZZI *et al*., 2014; PAIVA, 2013), normalmente, é iniciado com uma exploração intuitiva por meio de exemplos, de situações simples e comuns, presentes no cotidiano dos alunos, para que, assim, eles façam associações do conteúdo a ser abordado com a sua experiência de vida.

Porém, em relação às funções, percebe-se uma falha no que se refere à Função Modular, visto que não aparece, explicitamente, na BNCC (BRASIL, 2018). Por esse fato, não é cobrada em alguns vestibulares, como, por exemplo, o vestibular Seriado da UPE. Como consequência, algumas vezes, não é vista pelos alunos ou é abordada, em algumas escolas, sem aprofundamento, sem mostrar suas variações, aplicações e conexões com outras áreas de conhecimento.

Desse modo, buscou – se propor, nesta pesquisa, estratégias didáticas de como enriquecer as aulas, ou seja, maneiras que contribuam para o ensino e a aprendizagem da Função Modular, uma vez que essa função, assim como as outras, também é fonte de conhecimento e ligações para outras áreas. Partindo dessa necessidade, é possível, com o auxílio do *software* GeoGebra, abordar os conceitos algébricos e geométricos dessa função por meio da análise gráfica e fazer com que os alunos participem da construção de seu saber.

4.1 FUNÇÃO MODULAR

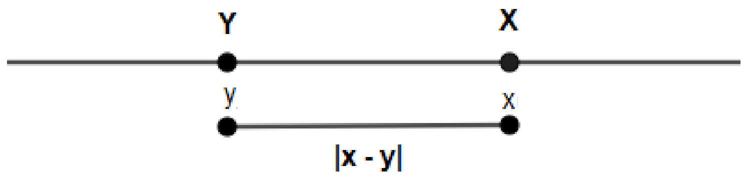
4.1.1 Módulo de um número real

Antes de iniciar o conceito de função modular, é necessário que se faça uma abordagem sobre o conceito de módulo, dar medida a um segmento para mostrar o módulo como distância entre dois pontos na reta numerada, estabelecendo a relação entre a álgebra e a geometria no plano cartesiano.

Abordando o conceito de distância entre dois pontos, x e y, na reta numérica (ver figura 1), tem-se que essa distância é dada por

$$|x - y|. \tag{1}$$

Figura 1- Representação geométrica de módulo na reta numérica.



Fonte: Elaboração própria

Assim, "a interpretação do valor absoluto $|x - y|$ como a distância, no eixo real, entre os pontos de coordenadas x e y, permite que se possa enxergar, intuitivamente, o significado e a resposta de algumas questões envolvendo módulo". (LIMA *et al.*, 2006, p.83). Ainda, segundo os mesmos autores, para a resolução das equações e inequações modulares, faz-se necessário compreender o conceito de módulo.

4.1.1.1 Valor Absoluto

O valor absoluto (ou módulo) de um número real x, indicado pela notação $|x|$, é definido pondo – se (LIMA *et al.*, 2006)

$$|x| = \begin{cases} x, se\ x \geq o \\ -x, se\ x < 0 \end{cases} \tag{2}$$

Em outras palavras

$|x| = max\{-x, x\}$ é o maior dos números reais entre $-x$ e x.

Assim, como exemplo, pode-se notar que $|3| = 3$ e $|-3| = 3$, uma vez que, pela definição mostrada na eq. (2), tem-se:

- $|3| = max\{-3, 3\} = 3$, que é o maior dos números reais entre -3 e 3.
- $|-3| = max\{3, -3\} = 3$, que é o maior dos números reais entre 3 e -3.

Analogamente, ainda, tem– se que $|x| = 0$. Já, geometricamente, tomando por base o conceito de distância entre dois pontos, 0 e x, na reta numérica, tem-se que essa distância é dada por

$$|x - 0| = |0 - x| = |x|. \tag{3}$$

Assim, pode-se definir $|x|$ como sendo a distância do número real x ao número real zero.

Dessa forma, considerando a interpretação geométrica, distância entre dois pontos, 0 e 3, na reta numérica é dada por

$$|3 - 0| = |3| = 3.$$

A igualdade $|x - 2| = 3$ significa que o número x (ou o ponto a que ele corresponde no eixo) está a uma distância de 3 do número 2. Logo, deve ser $x = 5$ (se x estiver a direita de 2) ou $x = -1$ (se estiver à esquerda).

Quando se tem uma desigualdade, como $|x - a| < \varepsilon$, com $\varepsilon > 0$, isso significa que a distância de x ao ponto a é menor do que ϵ, logo x deve estar entre $a - \varepsilon$ e $a + \varepsilon$. Portanto, o conjunto $\{x \in R / |x - a| < \varepsilon\}$ é o intervalo aberto $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$.

“Quando se lida com valores absolutos, não basta saber que $|x|$ é igual a x ou a $-x$. É necessário especificar quando é que se tem cada um desses casos. Essa observação deve ser aplicada especialmente na resolução de desigualdades". (LIMA *et al.*, 2006, p. 84).

4.1.2 Propriedades do módulo de um número real

Propriedade 1

Para qualquer número real x, tem – se: $|x| \geq 0$.

Demonstração:

Se $x > 0$, então $|x| = max\{-x, x\} = x$. Logo, $x = |x| > 0$.

Se $x < 0$, então $|x| = max\{-x, x\} = -x$.

Assim, $-x = |x|$, multiplicando ambos os membros por -1, obtém-se $x = -|x|$.

E como $x < 0$ tem – se $-|x| < 0$, o que implica $|x| > 0$.

Se $x = 0$, então $|0| = max\{-0, 0\} = 0$.

Propriedade 2

$|x| = 0 \iff x = 0$.

Demonstração:

Se $x = 0$, então é imediato que $|0| = max\{-0, 0\} = 0$.

Se $|x| = 0$, então $x = 0$, uma vez que se define $|x|$ como sendo a distância do número real x ao número zero.

Propriedade 3

Para qualquer número real x, tem – se: $|x|^2 = x^2$.

Demonstração:

Se $x = 0$, então $|0| = 0$, elevando – se ambos os membros ao quadrado, obtém – se: $|0|^2 = 0^2$.

Se $x > 0$, então $|x| = x$, elevando – se ambos os membros ao quadrado, obtém – se: $|x|^2 = x^2$.

Se $x < 0$, então $|x| = -x$. Então, $|x| \cdot |x| = (-x) \cdot (-x) = x^2$, daí $|x|^2 = x^2$.

Propriedade 4

Sendo k um número real e positivo, tem – se: $|x| = k \iff x = -k \ ou \ x = k$.

Demonstração:

Como $|x|$ *representa a distância do número real* x *ao número real zero. Sendo* $|x| = k$ *, então k unidades, será essa distância. Logo, os únicos números reais que distam* k *unidades do número real zero são* $-k$ *e* k*.*

Assim, $x = -k \; ou \; x = k$ *.*

Por outro lado;

- *Se* $x = -k$*, então* $|x| = |-k| = \{-k, k\} = k$*.*
- *Se* $x = k$*, então* $|x| = |k| = \{-k, k\} = k$*.*

Propriedade 5

Para quaisquer números reais x e y, tem – se: $|x| = |y| \Leftrightarrow x = -y \; ou \; x = y$.

Demonstração:

Analogamente ao que foi feito na Propriedade 4, sendo $|x| = |y| = k$ *unidades, a distância do número real* x *ao número zero e a distância do número real* y *ao número zero, ocorre quando* $x = -k$ *ou* $x = k$ *e, quando* $y = -k$ *ou* $y = k$*. Dessa forma, tem-se* $x = -y$ *ou* $x = y$*.*

Por outro lado;

- *Se* $x = -y$*, então* $|x| = |-y| = |-1 \cdot y| = |-1| \cdot |y| = |y|$*.*
- *Se* $x = y$*, então* $|x| = |y|$*.*

Propriedade 6

Para quaisquer números reais x e y, tem – se: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$.

Demonstração:

Se $x = y = 0$*, então* $|x| \cdot |y| = |0| \cdot |0| = 0 = |0 \cdot 0| = |x \cdot y|$*.*

Se $x > 0$ *e* $y > 0$*, então* $|x| \cdot |y| = x \cdot y = |x \cdot y|$*, pois* $x \cdot y > 0$*.*

Se $x > 0$ *e* $y < 0$*, então* $|x| \cdot |y| = x \cdot (-y) = -(x \cdot y) = |x \cdot y|$*, pois* $x \cdot y < 0$*.*

Se $x < 0$ *e* $y < 0$*, então* $|x| \cdot |y| = (-x) \cdot (-y) = x \cdot y = |x \cdot y|$*, pois* $x \cdot y > 0$*.*

Se $x < 0$ *e* $y > 0$*, então* $|x| \cdot |y| = (-x) \cdot y = -(x \cdot y) = |x \cdot y|$*, pois* $x \cdot y < 0$*.*

Propriedade 7

Para quaisquer números reais x e y, com $y \neq 0$, tem – se: $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

Demonstração:

Sendo $y \neq 0$, e usando a Propriedade 5, então $\left|\frac{x}{y}\right| = \left|\frac{x \cdot 1}{y \cdot 1}\right| = \frac{|x| \cdot |1|}{|y| \cdot |1|} = \frac{|x|}{|y|}$.

Propriedade 8

Para qualquer número real x, tem – se: $x \leq |x|$.

Demonstração:

Se $x \geq 0$, então $x = |x|$ e, se $x < 0$, então $x < 0 < |x|$; portanto, $x \leq |x|$ para todo x real.

Propriedade 9

Para quaisquer números reais x e y, tem – se: $|x + y| \leq |x| + |y|$.

Demonstração:

Usando produtos notáveis, temos:

$$|x + y|^2 = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy \qquad (4)$$

Na igualdade da eq. (1), tem – se:

- $x^2 = |x|^2$ *e* $y^2 = |y|^2$
- *Mas, usando a Propriedade 8, obtém – se:* $2xy \leq 2|x| \cdot |y|$

Calculando $(|x| + |y|)^2$, *tem – se:*

$$(|x| + |y|)^2 = |x|^2 + |y|^2 + 2 \cdot |x| \cdot |y| \qquad (5)$$

Dessa forma, usando as Propriedades 3 e 8

$|x + y|^2 \leq (|x| + |y|)^2$ *ou seja,* $|x + y| \leq |x| + |y|$.

Propriedade 10

Para quaisquer números reais x e y, tem – se: $|x-y| \geq |x|-|y|$.

Demonstração:

Usando produtos notáveis, temos:

$|x-y|^2 = (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ *(6)*

Na igualdade da eq. (6) , tem – se:

- $x^2 = |x|^2$ *e* $y^2 = |y|^2$
- *Mas, usando a Propriedade 8, obtém – se:*

$2xy \leq 2|x| \cdot |y|$, *multiplicando ambos os lados por -1, têm – se:*

$-2xy \geq -2|x| \cdot |y|$ *(7)*

Calculando $(|x|-|y|)^2$, *tem – se:*

$(|x|-|y|)^2 = |x|^2 + |y|^2 - 2 \cdot |x| \cdot |y|$ *(8)*

Dessa forma, usando as Propriedades 3 e 8

$|x-y|^2 \geq (|x|-|y|)^2$ *ou seja,* $|x-y| \geq |x|-|y|$.

Propriedade 11

Sendo k um número real e positivo, tem – se: $|x| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x \leq k$.

Demonstração:

$|x| \leq k \Leftrightarrow x^2 \leq k^2 \Leftrightarrow x^2 - k^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-k)\cdot(x+k) \leq 0 \Leftrightarrow -k \leq x \leq k.$

Propriedade 12

Sendo k um número real e positivo, tem – se: $|x| \geq k \Leftrightarrow x \leq -k \text{ ou } x \geq k$.

Demonstração:

$|x| \geq k \Leftrightarrow x^2 \geq k^2 \Leftrightarrow x^2 - k^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-k)\cdot(x+k) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -k \text{ ou } x \geq k.$

4.2 FUNÇÃO MODULAR

4.2.1 Definição

Função Modular é definida como uma aplicação de R → R recebendo o nome de função Módulo ou Modular quando, a cada x ∈ R, associa-se o elemento |x| ∈ R (IEZZI; MURAKAMI, 2013, p. 188). Isto é:

$$f: IR \to IR$$

$$x \to |x|$$

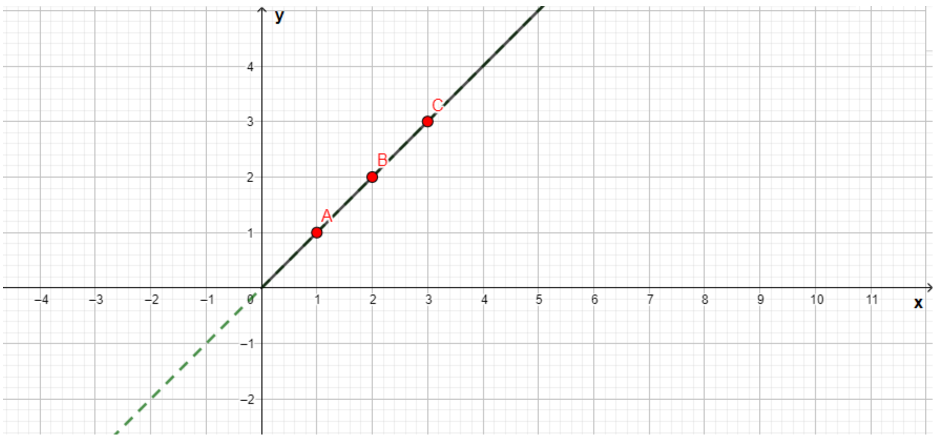
Utilizando o conceito de módulo de um número real, a Função Modular pode ser definida também da seguinte forma:

$$f(x) = \begin{cases} x, se\ x \geq 0 \\ -x, se\ x < 0 \end{cases}$$

4.2.1.1 Gráfico da função modular

Para construir o gráfico da função modular, pode-se proceder da seguinte forma: Primeiramente, constrói-se o gráfico da função $f(x) = x$, mas só para $x \geq 0$, o que representará uma semirreta apoiada na **bissetriz dos quadrantes ímpares**, ver Figura 2.

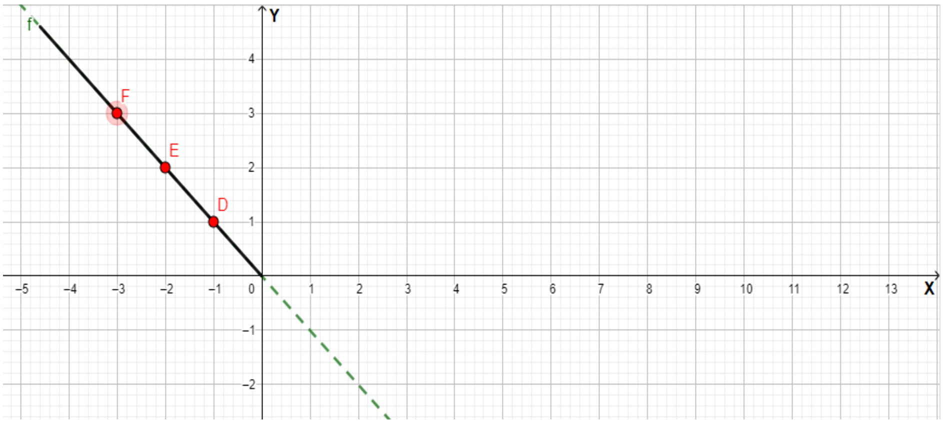
Figura 2- Gráfico da função f(x) = x.



Fonte: Elaboração própria

Depois, constrói – se o gráfico da função $f(x) = -x$, mas só para $x < 0$, que será uma semirreta apoiada sobre a **bissetriz dos quadrantes pares**, ver Figura 3.

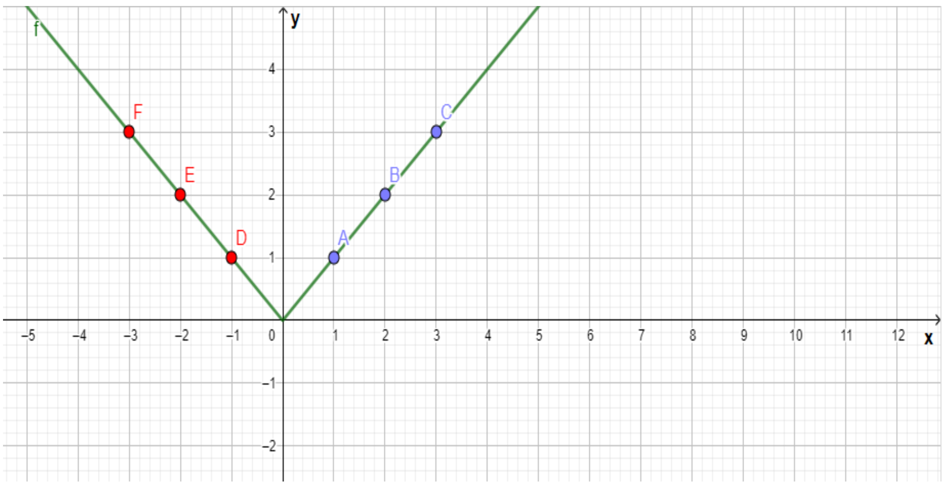
Figura 3- Gráfico da função f(x) = **-** x.



Fonte: Elaboração própria

O gráfico de uma função modular é a união desses dois gráficos, ou seja, é a reunião de duas semirretas de origem O, que são as bissetrizes dos 1º e 2º quadrantes, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4- Gráfico da função modular f(x) = |x|.



Fonte: Elaboração própria

Verifica – se que o conjunto imagem de uma função modular

$f(x) = |x|$ é Im(f) = {y∈R|y≥0}, ou R_+.

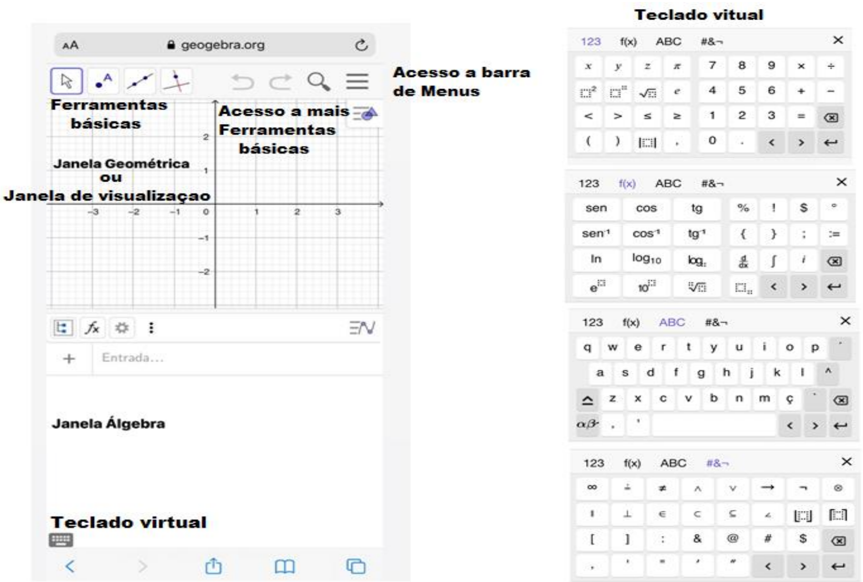
4.3 TRABALHANDO A FUNÇÃO MODULAR NO GEOGEBRA

O GeoGebra oferece a alternativa de visualização animada para a melhor assimilação dos conceitos relacionados às funções. Aqui, serão expostas, para a Função Modular, formas de abordar a translação vertical ($y = |x| + b$, em que b ∈ R, a partir do gráfico de $y = |x|$) e horizontal ($y = |x + b|$, em que b ∈ R, a partir do gráfico de $y = |x|$), de forma que o aluno descubra essas inter-relações, orientados por perguntas do professor.

4.3.1 Usando o GeoGebra[2] como aplicativo no celular

Ao abrir o software, será apresentada uma janela com duas telas, uma algébrica e outra geométrica denominada "Janela de Visualização" (ver Figura 5).

Figura 5- Janela inicial do GeoGebra.



Fonte: Elaboração própria

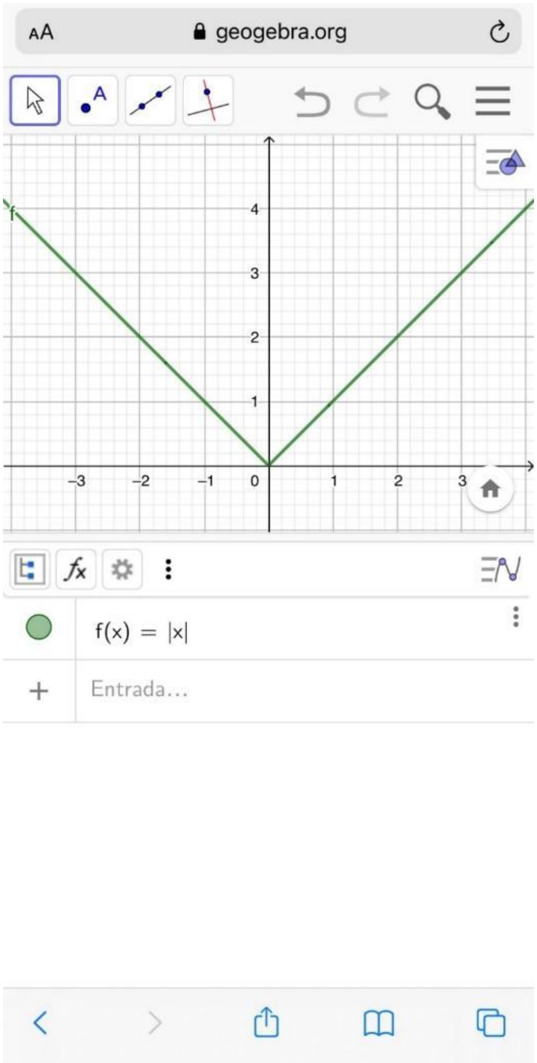
---

[2] GeoGebra é um software gratuito para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux. Para baixar o software GeoGebra no celular, basta acessar a Play Store ou App Store, no buscar escrever GeoGebra, clicar em Calculadora Gráfica e fazer o download. O software também pode ser usado online. No site de busca, Google, digitar GeoGebra Classic.

Na parte superior, as barras de ferramentas e de menus (ver Figura 5). Em seguida, tem-se a Janela de Visualização, onde são mostrados os gráficos, a Janela Algébrica e o teclado virtual.

No campo *Entrada,* devem ser inseridos os comandos algébricos. Ao terminar o comando, esse aparecerá na *Janela Algébrica* e, caso haja um objeto geométrico correspondente, será apresentado na *Janela de Visualização*. Por exemplo, ao inserir $f(x) = |x|$, imediatamente, mostrará a representação dessa função na *Janela de Visualização*, como ilustrado na Figura 6. No teclado virtual, encontram-se os símbolos, as funções, as letras e os números.

Figura 6- Função f(x) = |x|, com a respectiva representação geométrica.

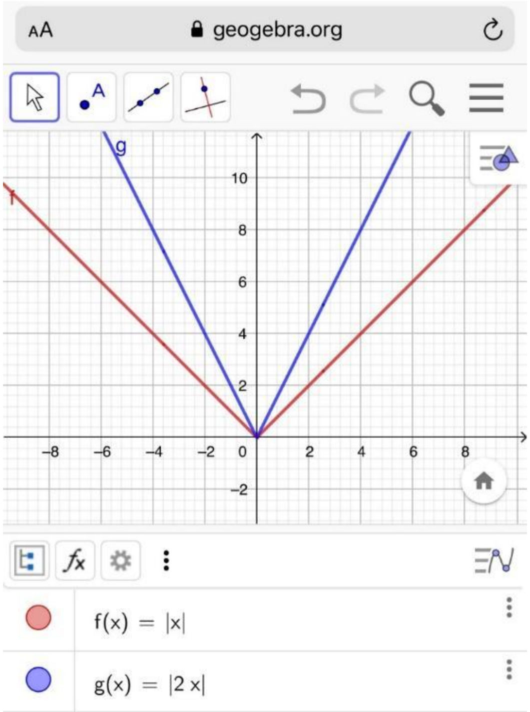


Fonte: Elaboração própria

4.3.1.1 Manipulando a Função Modular no GeoGebra

Com o GeoGebra é possível exibir o comportamento do gráfico da Função Modular, quando há translações e/ou dilatações (ver Figura 7).

Figura 7- Gráficos da Função Modular contendo o coeficiente de variação.



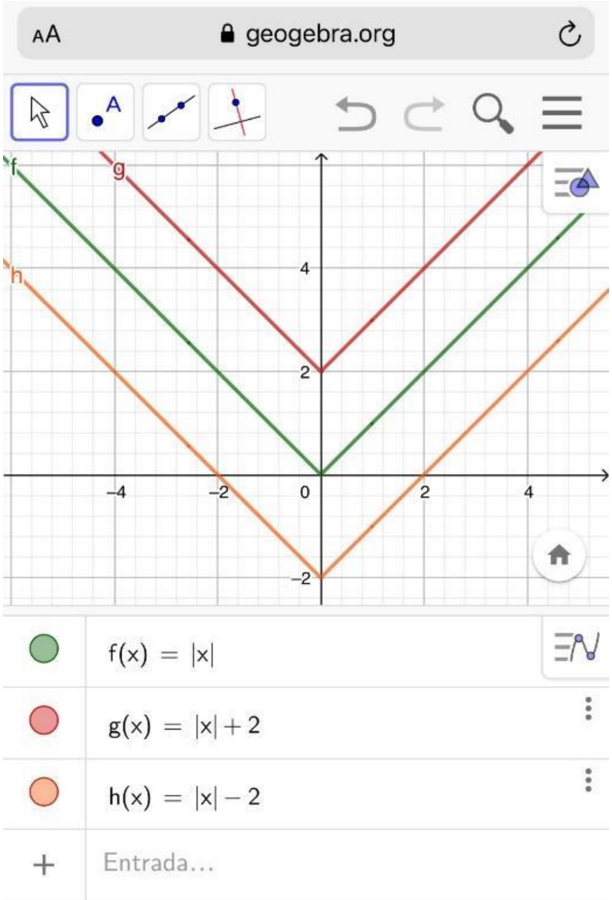
Fonte: Elaboração própria

A variação da função modular pode ser generalizada por $f(x) = |x \pm b| \pm a$, com *a, b* constantes reais, sendo que o coeficiente *a* da função modular tem a característica de deslocar o gráfico da função em relação ao eixo Oy, ou seja, adicionando *a* > *0*, o gráfico desloca-se para cima e adicionando *a* < *0*, desloca-se para baixo.

Por outro lado, o coeficiente *b* da função modular tem a característica de deslocar o gráfico da função em relação ao eixo Ox, ou seja, adicionando *b* > *0*, o gráfico desloca – se para o lado esquerdo e adicionando *b* < *0*, desloca-se para o lado direito.

Vejam alguns exemplos nas figuras 8 e 9, que pela facilidade de manipulação que o uso do aplicativo promove, as variações da função modular podem ser melhor compreendidas.

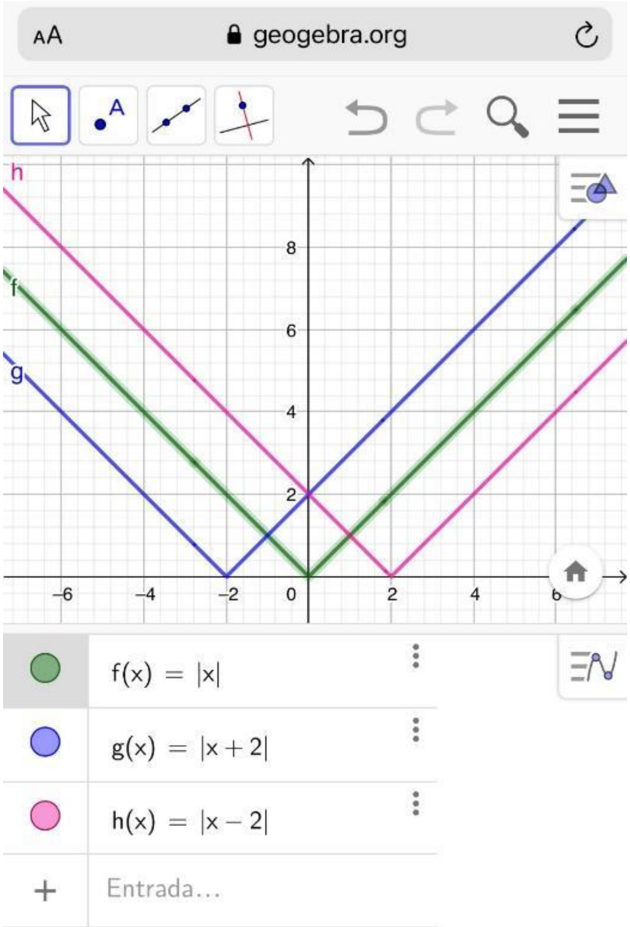
Figura 8- Gráficos da Função Modular com deslocamento vertical.



Fonte: Elaboração própria

Observa-se, na Figura 8, que houve um deslocamento vertical com duas unidades para cima, conforme a função $f(x) = |x| + 2$ cujo gráfico está representado na cor rosa e, duas unidades para baixo, de acordo com a função $f(x) = |x| - 2$ de cor laranja, ambas relacionadas com a função $f(x) = |x|$ cujo gráfico está representado na cor verde.

Figura 9- Gráficos da Função Modular com deslocamento horizontal.



Fonte: Elaboração própria

Já na Figura 9, nota-se que houve um deslocamento (translação) horizontal com duas unidades para a esquerda, conforme a função $f(x) = |x + 2|$ cujo gráfico está representado na cor azul e, duas unidades para a direita, de acordo com a função $f(x) = |x - 2|$ cujo gráfico está representado na cor rosa, ambas relacionadas com a função $f(x) = |x|$ cujo gráfico está representado na cor verde.

5. METODOLOGIA

5.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA E SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa aconteceu nos meses de outubro e novembro de 2021 em uma escola particular no Município de Petrolina -PE, com três turmas do 1º ano do Ensino Médio e contou com a participação de 27 estudantes de 46 da turma A, 32 de 44 estudantes da turma B e 22 de 46 da turma C. As turmas eram mais numerosas, porém, devido à pandemia da COVID-19, era facultativo ir para a escola. Assim, havia estudantes assistindo às aulas remotamente. Desse modo, como critério de inclusão para a coleta de dados, foram considerados somente os alunos que participaram de todas as atividades. E, por questões éticas, a identificação dos estudantes foi preservada, sendo cada estudante identificado pela letra A (quando estiver se referindo a um estudante da turma A), B (quando se referir à turma B) ou C (quando se referir à turma C) acompanhado por um número (definido por meio de ordem alfabética) de 1 a 27 (relativo à turma A) ou 1 a 32 (relativo à turma B) ou 1 a 22 (relativo à turma C). Por exemplo, à medida que a descrição A3 corresponde ao estudante 3 da turma A, C12 está se referindo ao estudante 12 da turma C.

5.2 COLETA DE DADOS

Para a realização da pesquisa, foram utilizados o *software* GeoGebra e o jogo Kahoot, como estratégia pedagógica e o celular, como recurso didático, para o ensino de Função Modular. Para isso, alguns alunos baixaram o aplicativo, outros usaram de forma *online*. Neste caso, foi preciso ter internet disponível. Vale destacar, ainda, que o presente estudo foi desenvolvido em seis momentos distintos, ou seja, foram seis encontros de 50 minutos, dentro do horário regular de aula, e fazendo uso de quatro atividades, conforme descrito a seguir.

5.3 OPERACIONALIZAÇÃO DA PESQUISA

1º: Atividade investigativa em relação ao conceito de módulo e valor absoluto;

2º: Explanação do conteúdo e atividade para aplicar a definição de módulo;

3º: Construção manual de gráficos;

4º: Construção de gráficos utilizando o *software* GeoGebra, no celular;

5º: Jogo online, *Kahoot*;

6º: Atividade avaliativa no portal Edebê.

5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Em relação à seleção de métodos e técnicas, Marconi e Lakatos (2003, p. 164) sugerem que “nunca se utilize apenas um método ou uma técnica, mas todos os que forem necessários ou apropriados” para a realização da pesquisa. Desse modo, foi feita uma abordagem qualitativa e como instrumento de coleta de dados foram aplicadas quatro atividades estruturadas, que serão descritas mais adiante.

No primeiro momento, todas as anotações foram feitas na atividade impressa ou no caderno. Inicialmente, foi averiguado o conhecimento prévio dos estudantes em relação ao conceito de módulo e de valor absoluto. Para verificação, os alunos devolveram da atividade impressa as questões 1 e 2 (atividade 1, ver anexo A).

No segundo momento, após discussões, foram explanados os conceitos básicos de Função Modular e desenvolvida a questão 3 da atividade 1(ver anexo A). No terceiro encontro, foram feitas as construções gráficas, manualmente, da atividade impressa (ver anexo A). Depois, foram feitas observações estabelecendo relações entre as funções e seus respectivos gráficos.

Em seguida, no quarto encontro, foram apresentadas as características e as potencialidades do *software* GeoGebra, visando a um bom desempenho dos estudantes durante o estudo da função modular, ressaltando que o aplicativo é de fácil manipulação, o que tornou possível realizar, mais rapidamente, uma quantidade e variedade maior de atividades em relação às feitas na ficha e no quadro.

Nesse momento, os alunos utilizaram, nos seus dispositivos, o GeoGebra para fazer os gráficos que haviam feito manualmente (atividade 2, ver anexo B). Esse recurso foi usado para despertar o interesse em aprender funções, por meio da memória gráfica e a inteligência visual e, assim, auxiliando os alunos a se apropriarem dos conceitos estudados.

Após concluir o processo de visualização e compreensão de Função Modular, chegou-se ao quinto momento, no qual se utilizou o jogo[3] online, *Kahoot*, que foi a terceira atividade (atividade 3, ver anexo C). Esse jogo projeta uma pergunta de múltipla escolha de cada vez na lousa, sendo que as perguntas são colocadas no jogo pelo professor, ou podem ser utilizadas perguntas já salvas no site.

Por fim, no sexto momento, para finalizar e verificar se os conceitos da Função Modular foram compreendidos pelos estudantes, foi aplicada uma atividade avaliativa online (atividade 4, ver anexo D) na plataforma Edebê[4] da escola, à qual eles responderam utilizando seus dispositivos.

---

[3] Os alunos terão um tempo determinado para clicar na resposta certa em seus dispositivos. Eles ganham pontos para cada resposta correta, além de pontos extras para quem clica mais rápido. Um som grave e intenso ecoa quando o tempo acaba e a tela mostra imediatamente o número de respostas certas e erradas dos alunos. Em seguida surge um ranking, listando os cinco melhores alunos e os pontos obtidos (http://www.gazetadopovo.com.br/educacao/aplicativo-transforma-ensino-em-sala-de-aula-em-game-de-conhecimento-5o6byv02zkjpjq6vp7q1khnh3).

[4] É um ambiente virtual de navegação fácil e intuitiva, favorecendo o ensino híbrido. Por meio dele os educadores e educandos têm acesso aos livros digitais (Material Didático Digital, livros paradidáticos, publicações Salesianas), ao portal do aluno (possibilita o acompanhamento acadêmico) e ao acompanhamento pedagógico (espaço onde são gerados os relatórios das atividades interativas). Ainda oferece aos alunos do Ensino Médio a plataforma de Aprendizagem Adaptativa.

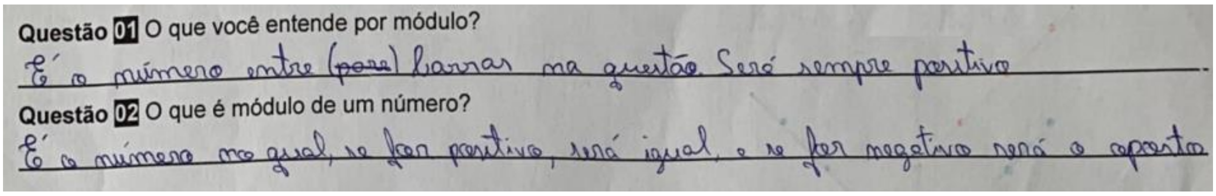
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA ATIVIDADE 1

Antes de iniciar o estudo da Função Modular, foi aplicada uma atividade investigativa sobre a ideia de módulo e o que é módulo de um número real (Atividade 1, anexo A), nas três turmas do 1º ano do Ensino Médio.

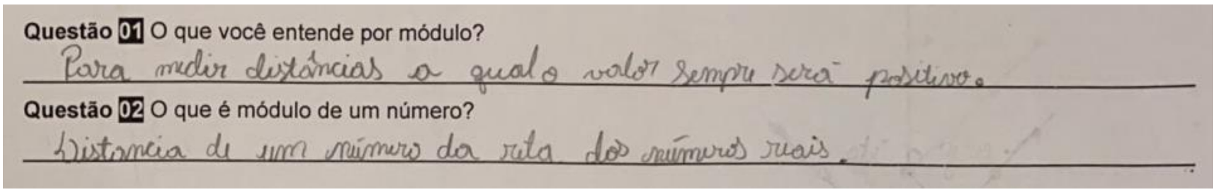
Foi observado que, nas questões 1 e 2, os estudantes tinham conhecimento do que é módulo e associavam a valor positivo ou a distância no eixo real. Como pode ser verificado, por exemplo, na resposta da estudante A21, (ver Figura 10) e do estudante C14 (ver Figura 11).

Figura 10- Resposta da estudante A21, referente às questões 1 e 2 da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

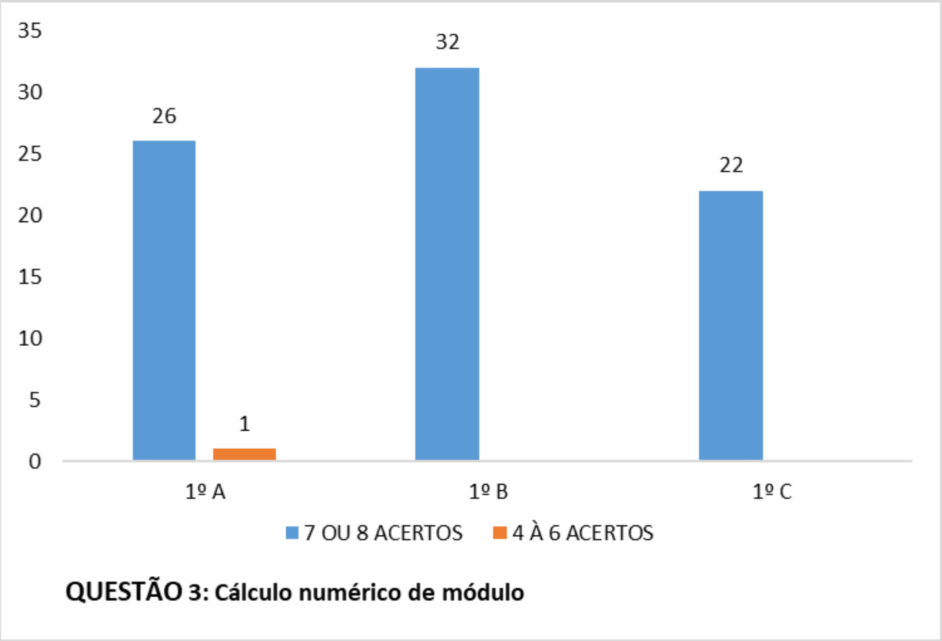
Figura 11- Resposta do estudante C14, referente às questões 1 e 2 da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

Depois dos comentários sobre as questões 1 e 2, foi feita a explanação do conteúdo definindo módulo e função modular. Foram apresentados alguns exemplos com módulo de um número, usando a definição, quando é possível ter módulo e quando não existe módulo. Em seguida, os alunos responderam à questão 3, com oito itens, da atividade 1 (ver Figura 12).

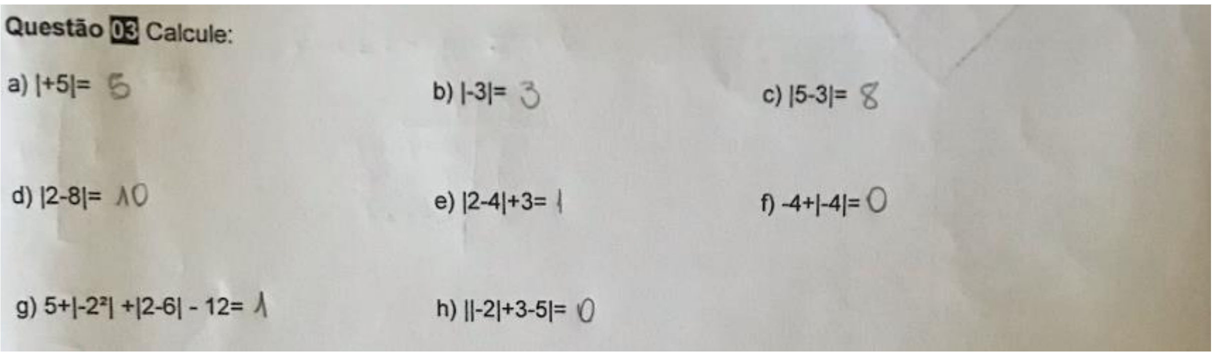
Figura 12- Resultado dos acertos na questão 3 da Atividade 1.



Fonte: Elaboração própria

A Figura 12 mostra que não houve dificuldades em encontrar o valor numérico das expressões em módulo, tendo apenas a estudante A2 (ver Figura 13) com menos de oito acertos.

Figura 13- Resposta da estudante A2, referente à questão 3 da Atividade 1.

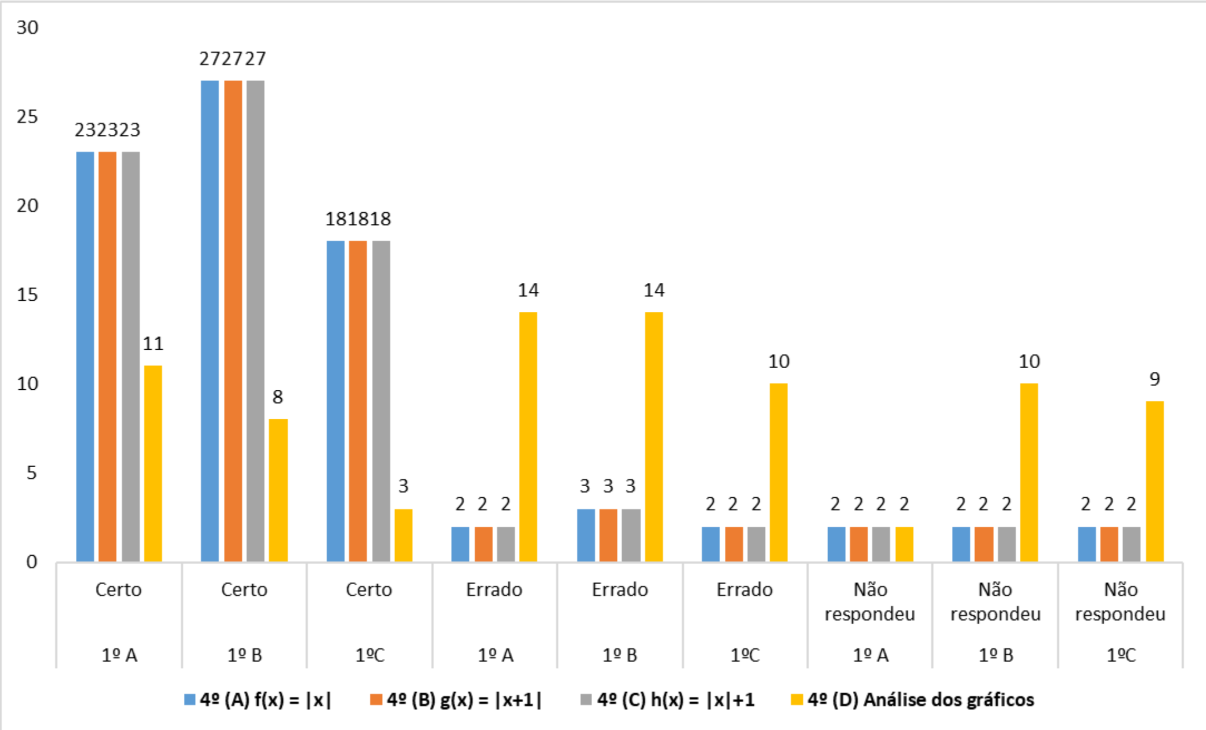


Fonte: Dados da pesquisa

Pode ser visto, na Figura 13, que a estudante errou os itens “c” e “d” por não ter feito corretamente as operações com os inteiros dentro do módulo e o item “e” por não ter aplicado a definição de módulo.

Após a explicação e a correção da questão 3, seguiu-se para as construções gráficas, questões 4, 5 e 6, dando continuidade à Atividade 1, ver figuras 14, 17 e 21, respectivamente.

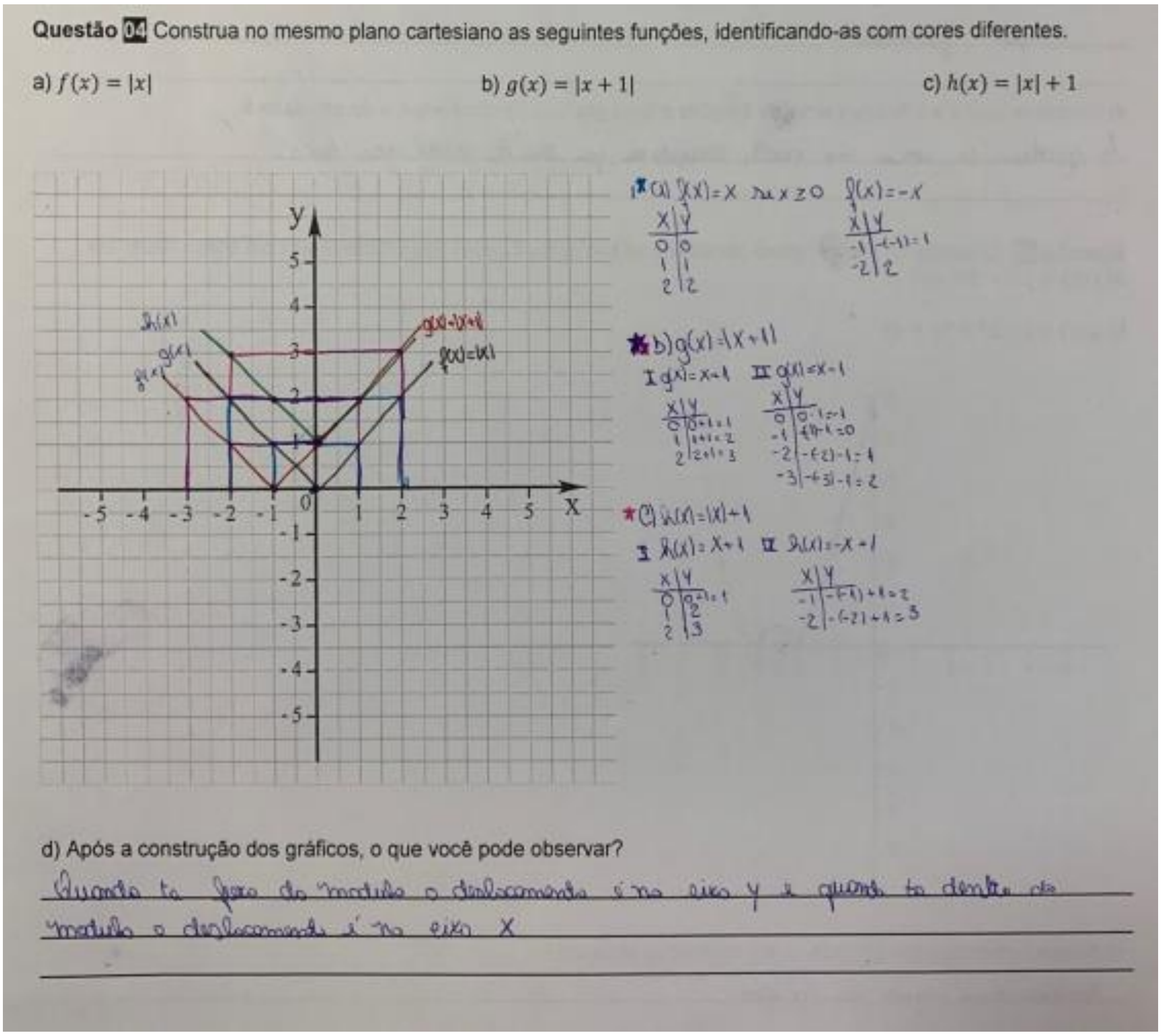
Figura 14- Desempenho das turmas na questão 4 da Atividade 1.



Fonte: Elaboração própria

É importante ressaltar que, nas construções dos gráficos das funções modulares os alunos, no geral, não apresentaram dificuldades. Fizeram as tabelas, atribuindo valores para x, de acordo com a condição do módulo da função, e colocaram os pontos no plano cartesiano, como pode ser observado na resolução do estudante B10 (ver Figura 15).

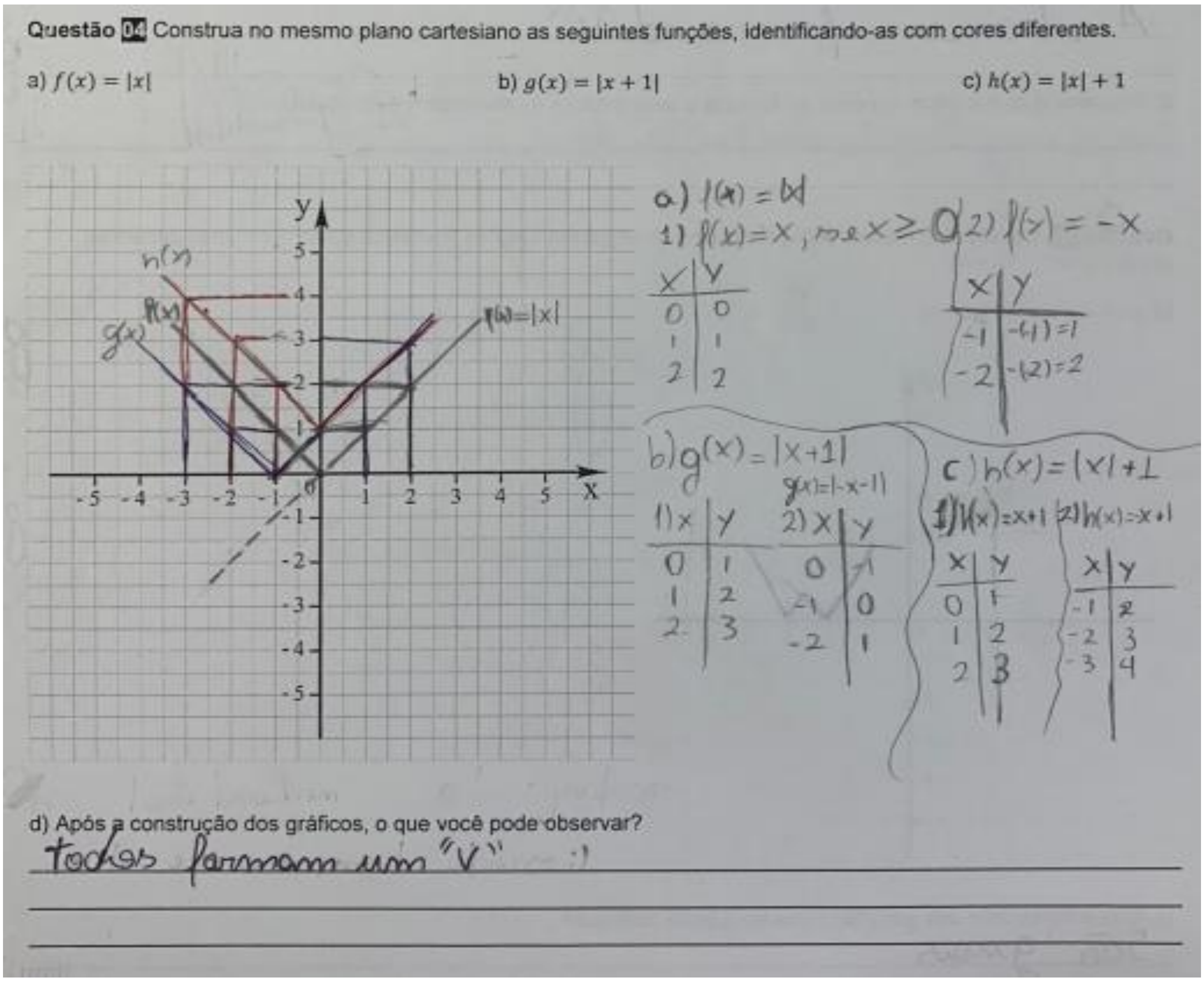
Figura 15- Resposta do estudante B10, referente à questão 4 da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

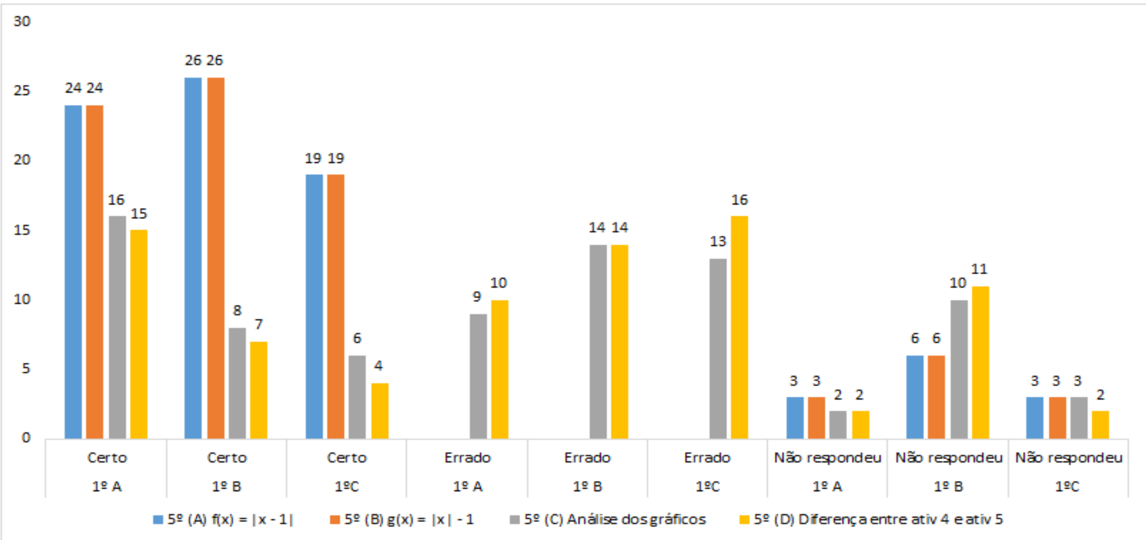
Porém, ainda na Figura 14, percebe-se que não houve um bom desempenho pelas turmas na análise da construção dos gráficos, item “d” da questão 4, pois eles deveriam observar as variações do gráfico em relação aos eixos X e Y, de acordo com a presença da unidade dentro e fora do módulo. E de acordo com a resolução do estudante B14, mostra como alguns alunos, de maneira equivocada, interpretaram os tipos de gráficos no plano cartesiano (ver Figura 16).

Figura 16- Resposta do estudante B14, referente à questão 4 da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 17- Aproveitamento das turmas na questão 5 da Atividade 1.

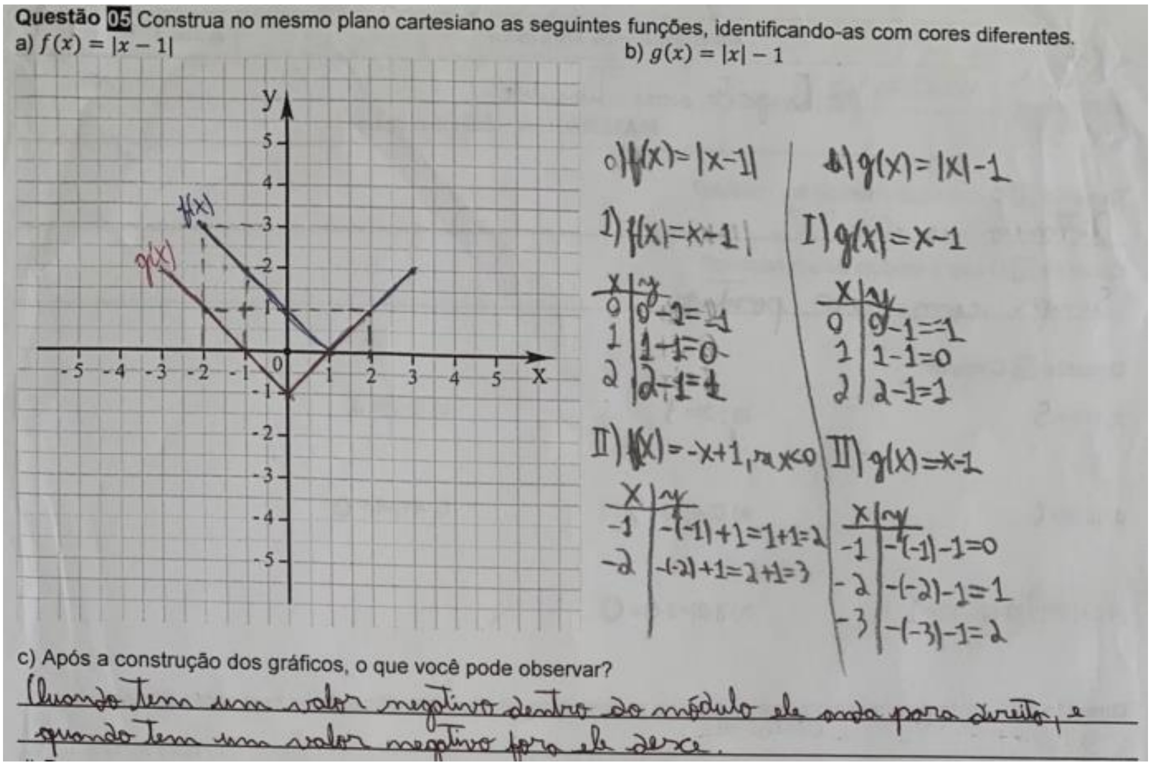


Fonte: Elaboração própria

De acordo com a Figura 17, na questão 5, nos itens “a” e “b”, que era para construir os gráficos, houve um bom aproveitamento pelas três turmas, pois fizeram os gráficos corretamente. O item “c”, em que era para ser visualizada a diferença nos gráficos quando subtraída uma unidade dentro do módulo e fora do módulo, não foi percebido por alguns alunos. O item “d” também não ficou claro, visto que muitos alunos erraram. Nesse item, eles deveriam identificar as diferenças entre as variações dos gráficos, em relação aos eixos cartesianos, quando adicionada ou subtraída uma unidade dentro ou fora do módulo nas questões 4 e 5.

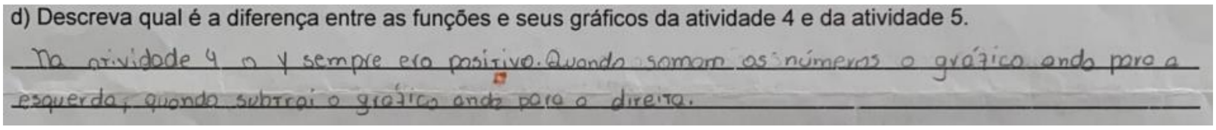
A resolução do estudante B15, (ver Figura 18), mostra qual era a resposta esperada para o item “c” e da estudante A9, (ver Figura 19), mostra a resposta esperada para o item “d” da questão 5. E, como exemplo de resolução incorreta na questão 5, tem-se a da estudante C21 (ver Figura 20).

Figura 18- Resolução correta do estudante B15, referente à questão 5, item c, da Atividade 1.



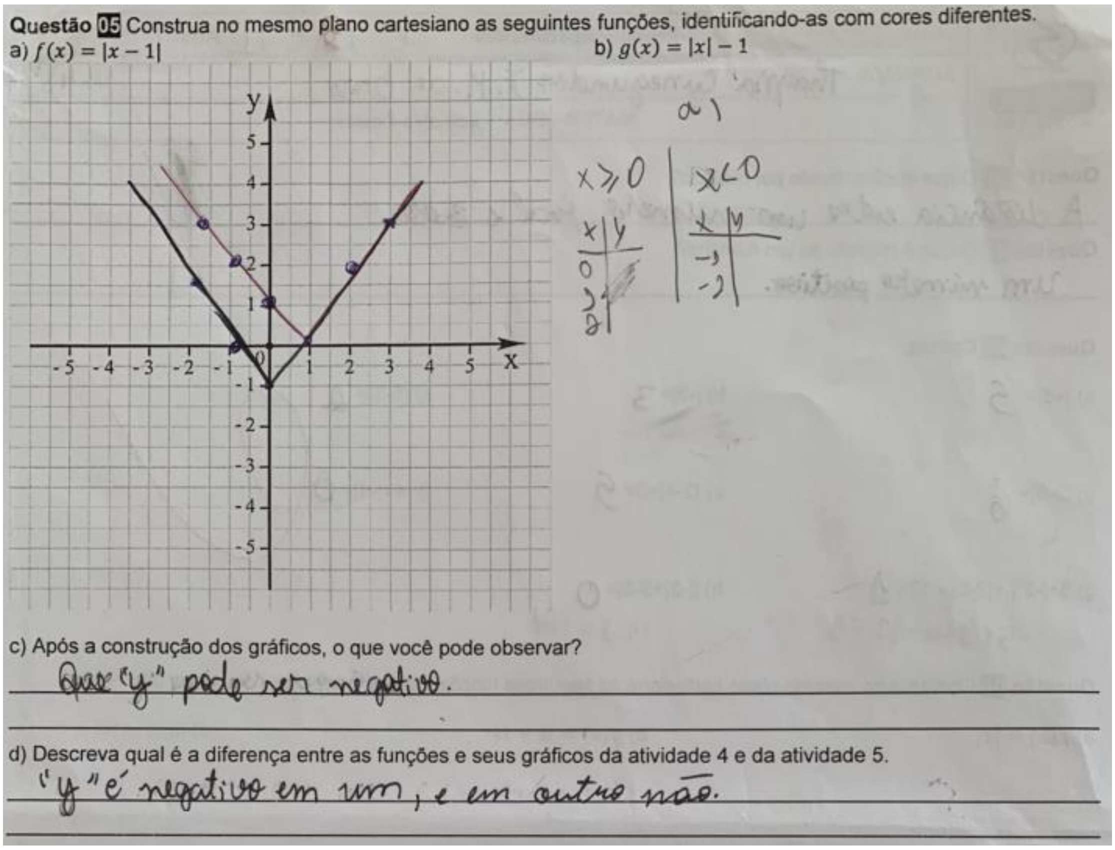
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 19- Resolução correta do estudante A9, referente à questão 5d, da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

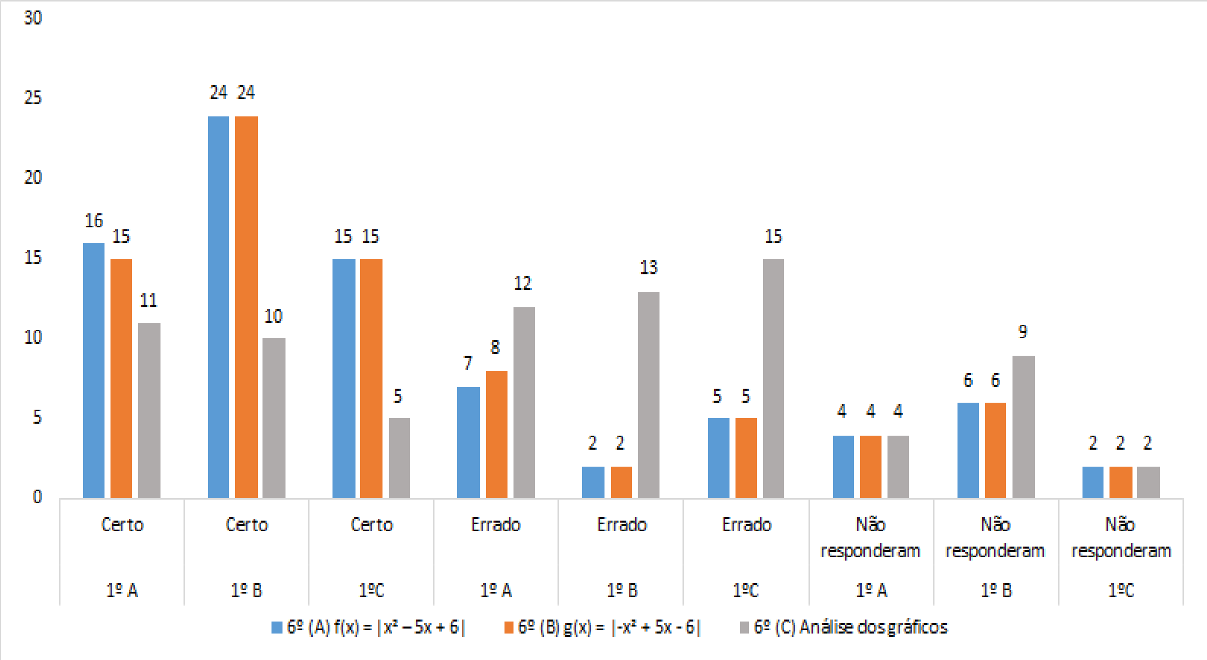
Figura 20- Resolução incorreta da estudante C21, referente à questão 5, da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

A estudante C21, ao analisar os gráficos construídos na questão, observou apenas o deslocamento do gráfico em relação ao eixo Y quando comparado com gráfico do |x|, em que o *y* é sempre positivo. Não notou que a variação aconteceu porque o número estava fora do módulo.

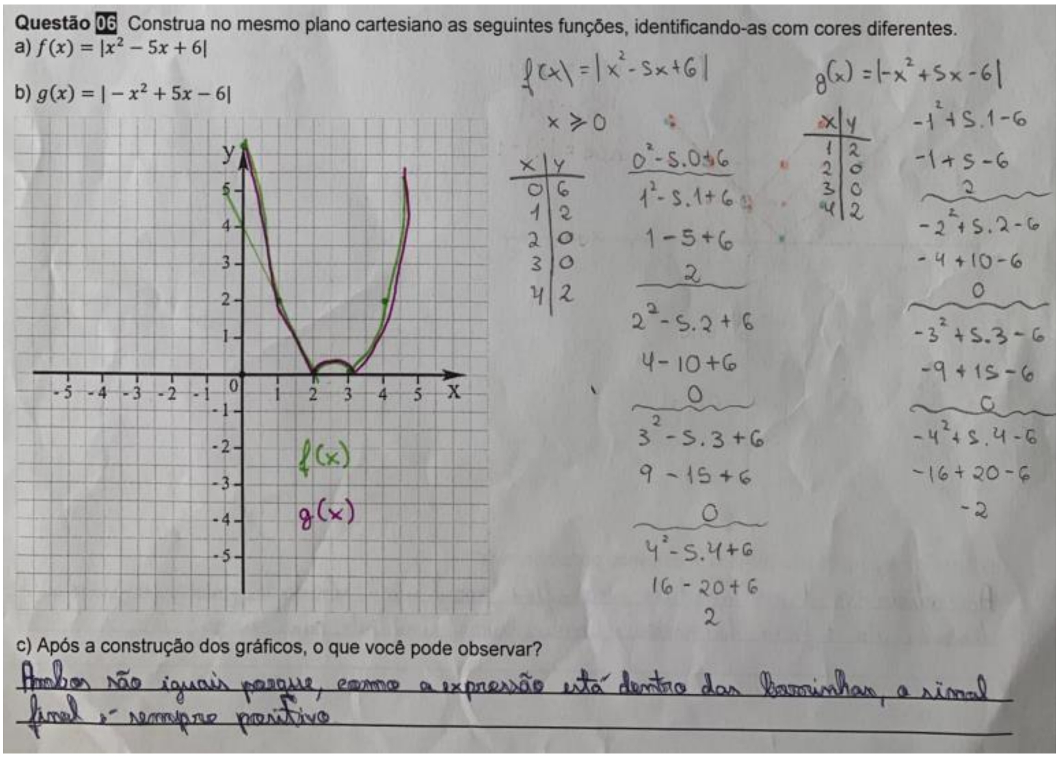
Figura 21- Desempenho das turmas na questão 6 da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

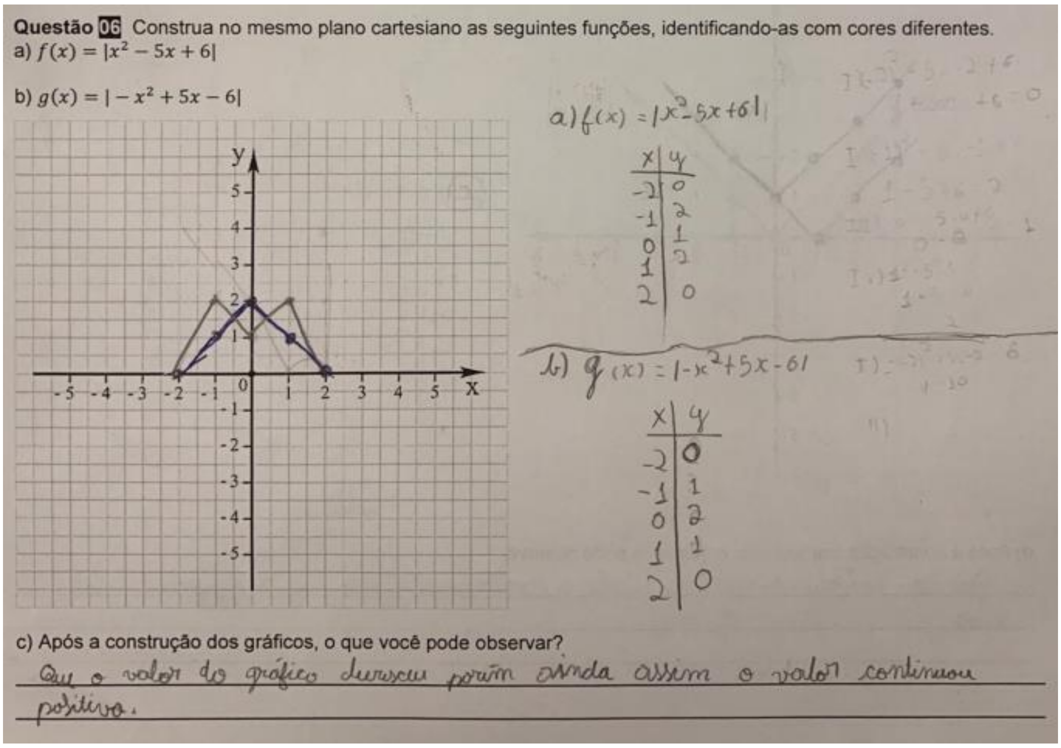
Quanto à construção dos gráficos, itens “a” e “b”, esses foram bem desenvolvidos, segundo a figura 21. Já o item “c”, que corresponde à análise dos gráficos, era para ser observado que, apesar de a função do item “b” ter o coeficiente de x^2 negativo, a parábola não ficou com a concavidade voltada para cima; as funções ficaram com os gráficos iguais por estarem em módulo. Tem - se como exemplo de resolução correta a da estudante A21, (ver Figura 22) e, incorreta o estudante C14, (ver Figura 23), pode ser observado que o estudante não fez, corretamente, os gráficos dos itens “a” e “b” e com isso não conseguiu perceber a igualdade dos gráficos nem por que eles ficaram iguais.

Figura 22- Resolução correta da estudante A21, referente à questão 6, da Atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 23- Resolução incorreta do estudante C14, referente à questão 6, da Atividade 1.

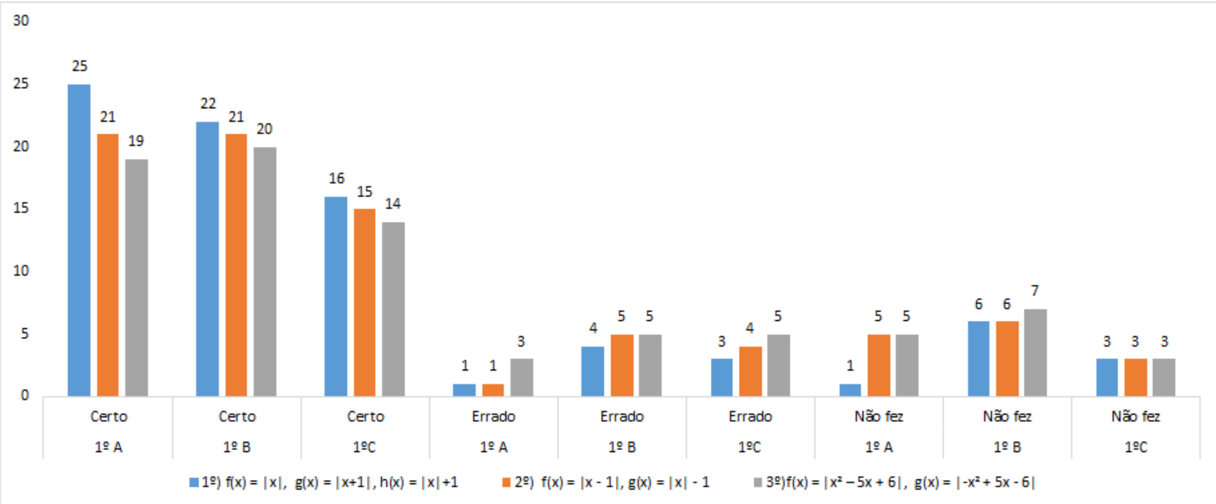


Fonte: Dados da pesquisa

6.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA ATIVIDADE 2

Após a realização da Atividade 1, os alunos utilizaram o aplicativo GeoGebra, Atividade 2 (ver Anexo B), nos seus dispositivos móveis, para construir os gráficos de função modular, dentre eles, os que haviam feito na Atividade 1. O resultado está na Figura 24.

Figura 24- Aproveitamento das turmas na atividade com GeoGebra.



Fonte: Elaboração própria

Como pode ser observado na Figura 24, as turmas apresentaram bom desempenho na atividade, sendo importante destacar que os estudantes se envolveram com essa atividade. Como afirma Batista (2012, p.9), utilizar o GeoGebra, como recurso didático, induz e estimula o processo de aprendizagem.

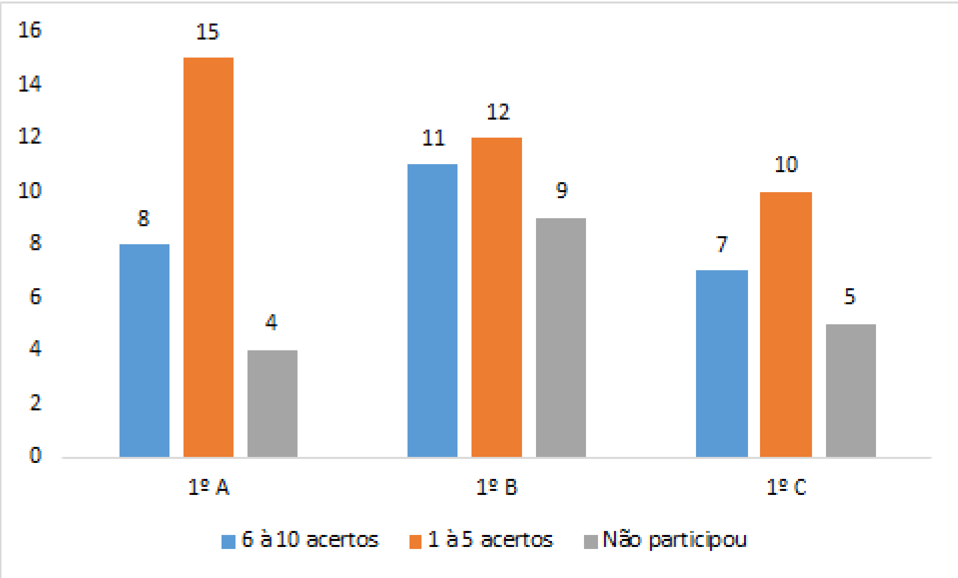
Quando foi mostrado como utilizar o aplicativo para construir os gráficos, colocar o controle deslizante e um ponto no gráfico, os alunos observaram, de forma dinâmica, as características dos gráficos das funções modulares em relação aos eixos cartesianos.

A construção de gráficos, utilizando o celular, auxiliou os alunos a se apropriarem dos conceitos estudados, devido à facilidade de manuseio do aplicativo, os alunos puderam comparar os gráficos com os que haviam construído na Atividade 1. Isso favoreceu a visualização da parte algébrica e a representação gráfica, o que contribuiu para a aprendizagem e compreensão da Função Modular. A esse respeito, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 473) orienta que as tecnologias digitais estejam presentes nas práticas escolares, visto que o mundo digital e o pensamento computacional fazem parte do cotidiano.

6.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA ATIVIDADE 3

Após a conclusão da atividade com o GeoGebra, foi feita uma Atividade interativa em formato de jogo no *Kahoot* (Anexo C), sobre função modular e os alunos usaram seus dispositivos para participar da mesma. Durante a atividade proposta, verificaram-se, de modo geral, a participação, a empolgação e o desempenho das turmas. Na Figura 25, pode ser observado o resultado dessa atividade.

Figura 25- Resultado da atividade no Kahoot.



Fonte: Elaboração própria

Como pode ser observado na Figura 25, as turmas apresentaram bons resultados. Por ser *online,* é necessário ter uma boa conexão com a internet e o celular de alguns alunos travou no momento do jogo. Assim, eles não conseguiram participar e avançar com os demais. Ainda assim, envolveram-se e empolgaram-se resolvendo as atividades do jogo, o que gerou grande euforia à medida em que iam acertando. Foi um momento de aprendizagem e descontração. Como afirma Bacich e Moran (2018), fazer uso dos jogos no processo de ensino e de aprendizagem contribui para a participação dos alunos na aula, pois eles são estimulados a ganharem.

Vale ressaltar que o gráfico mostrado na Figura 25 foi obtido a partir dos relatórios emitidos pelo site do *kahoot* (ver Figura 26), o qual não detalha tanto os resultados.

Figura 26- Fragmento de um relatório do jogo Kahoot.

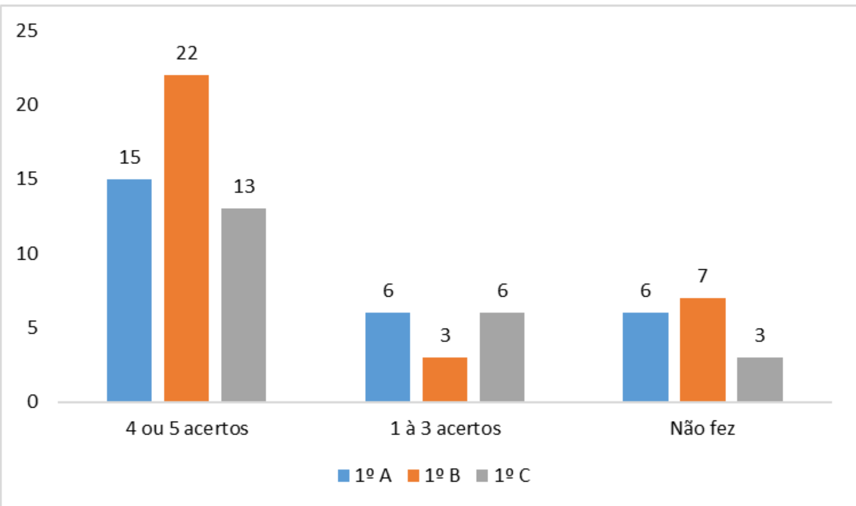
Classificação	Respostas corretas	Não respondido	Pontuação final
1	70%	—	5 407
2	70%	—	5 261
3	70%	—	5 200
4	70%	—	4 918
5	70%	—	4 771
6	70%	—	4 668
7	60%	—	4 608

Fonte: Site Kahoot

6.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA ATIVIDADE 4

Para finalizar e verificar se os conceitos da Função Modular foram apreendidos, foi aplicada uma atividade avaliativa (Anexo D), na plataforma Edebê da escola e os alunos responderam-na utilizando os seus dispositivos. A atividade avaliou o desempenho das turmas. O resultado da atividade pode ser visto na Figura 27.

Figura 27- Resultado da atividade pela plataforma.



Fonte: Elaboração própria

Pela Figura 27 pode-se observar que a turma B teve o maior número de acertos. Essa turma tinha mais alunos em sala no dia em que a atividade foi aplicada. Porém, a atividade estava disponível para todos os alunos presentes e remotos, mesmo assim, alguns não a fizeram.

Vale destacar que o gráfico da Figura 27 foi desenvolvido a partir dos relatórios obtidos pelo portal Edebê, que mostra a nota na atividade e o total de acertos; contudo, os nomes dos alunos foram omitidos, por questões éticas (ver Figura 28).

Figura 28- Fragmento do relatório da atividade 4, da turma B no portal Edebê.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Turma	Nome	Tempo	Nota	Situação	Acertos Matemática	Nota Matemática
2	1a Serie - 1 - B		22 min 53 s	1	Corrigida	5	1
3	1a Serie - 1 - B		-	Não fez	-	-	
4	1a Serie - 1 - B		26 min 53 s	1	Corrigida	5	1
5	1a Serie - 1 - B		20 min 0 s	0,6	Corrigida	3	0,6
6	1a Serie - 1 - B		102 min 23 s	1	Corrigida	5	1
7	1a Serie - 1 - B		-	Não fez	-	-	
8	1a Serie - 1 - B		23 min 26 s	1	Corrigida	5	1
9	1a Serie - 1 - B		19 min 9 s	1	Corrigida	5	1
10	1a Serie - 1 - B		18 min 7 s	1	Corrigida	5	1
11	1a Serie - 1 - B		17 min 0 s	0,8	Corrigida	4	0,8
12	1a Serie - 1 - B		-	Não fez	-	-	
13	1a Serie - 1 - B		31 min 59 s	0,6	Corrigida	3	0,6
14	1a Serie - 1 - B		19 min 58 s	1	Corrigida	5	1
15	1a Serie - 1 - B		24 min 31 s	1	Corrigida	5	1
16	1a Serie - 1 - B		1 min 14 s	1	Corrigida	5	1
17	1a Serie - 1 - B		21 min 21 s	1	Corrigida	5	1
18	1a Serie - 1 - B		22 min 43 s	1	Corrigida	5	1
19	1a Serie - 1 - B		9 min 23 s	0,8	Corrigida	4	0,8
20	1a Serie - 1 - B		20 min 15 s	1	Corrigida	5	1
21	1a Serie - 1 - B		27 min 47 s	1	Corrigida	5	1

Fonte: Portal Edebê

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando se iniciou o trabalho de pesquisa, constatou-se que o uso do celular faz parte da rotina diária da maioria das pessoas, em especial dos adolescentes. Esse dispositivo possibilita o acesso rápido a todo tipo de informação no mundo, o que o torna um importante recurso pedagógico. E sabe-se que o seu uso em sala torna a aula interativa e dinâmica. Desse modo, buscou-se um olhar diferenciado para o ensino e a aprendizagem da função modular, objetivando a visualização e a compreensão pelos alunos.

Diante disso, a pesquisa teve como objetivo geral analisar as contribuições do GeoGebra no celular para o ensino e aprendizagem da Função Modular em turmas do 1º ano do Ensino Médio. Constata-se, com os resultados contidos na seção 6, que o objetivo foi atendido, o trabalho conseguiu, efetivamente, mostrar que o uso do GeoGebra no celular consegue envolver os alunos, favorece a assimilação e compreensão dessa função e com isso gera bons resultados.

O objetivo específico inicial era utilizar o GeoGebra no celular para apresentação dos gráficos da Função Modular, de maneira que os alunos pudessem visualizar as características gráficas. E ele foi conquistado, porque os alunos conseguiram fazer, de maneira mais prática, uma quantidade maior de gráficos e, assim, visualizar as especificidades da função modular.

O segundo objetivo específico era verificar se os conceitos de função modular foram compreendidos pelos alunos com o auxílio do GeoGebra e do Kahoot. Como pode ser observado na Seção 6, o objetivo foi também alcançado, tendo em vista que os alunos apresentaram bom desempenho nas atividades.

A pesquisa partiu da hipótese de que o uso de aplicativos no celular pode favorecer o ensino de função modular, visto que o estudo dessa função se faz necessário pela sua aplicabilidade em outras áreas do conhecimento e o uso desse dispositivo como recurso didático torna a aula dinâmica e interativa.

Durante o trabalho, verificou- se que, nas atividades com uso do GeoGebra e do *Kahoot*, os alunos demonstraram mais interesse para participar da aula; logo, a hipótese foi confirmada.

Diante da metodologia aplicada, percebe-se que a maior parte do trabalho foi pautada no uso de tecnologias digitais e, para isso, é preciso que os alunos estejam com seus dispositivos, que a internet seja de boa qualidade e não apresente problemas, como por exemplo, queda de sinal na rede.

Outra limitação, foi a pandemia causada pela COVID 19. No período da aplicação das atividades, ainda, era facultativo ir para a escola, alguns alunos iniciavam e não concluíam as atividades por perda de sinal de internet ou por se ausentarem da aula, poderia ter sido feita uma coleta maior de dados e acompanhado os resultados da turma toda.

Com base nos resultados na Seção 6, percebeu-se, ainda, que, apesar de o ensino de funções ser iniciado desde o 9º ano do Ensino Fundamental, é necessário dispor de mais tempo para retomar os tipos de gráficos, analisar as construções e as suas especificidades com relação às coordenadas cartesianas.

Assim, primeiramente, antes de iniciar o ensino de Função Modular, recomenda-se que seja feita uma atividade retomando construções de gráficos das Funções Afim e Quadrática, solicitando que sejam feitas observações em relação aos tipos de gráficos e suas variações, para que o aluno perceba as similaridades entre o gráfico da função modular e os gráficos dessas funções.

Sugere-se, também, abordar de modo prático a ideia de módulo, usando papel milimetrado, régua, compasso e, construir as distâncias entre pontos marcados na reta e a origem. Somente após esse momento, explanar a definição de módulo de um número real, apresentando o conceito de função modular.

Após isso, poderá ser iniciado o processo de construção dos gráficos. Aqui o estudante tem um papel fundamental, pois, com o auxílio de papel milimetrado e régua, construirá separadamente, com a orientação do professor, o gráfico de $f(x) = |x|$ e, em seguida, poderá comparar com os gráficos das funções $f(x) = |x| + a$, $f(x) = |x| - a$, $f(x) = |x + a|$, $f(x) = |x - a|$ e $f(x) = -|x|$, ficando claros os deslocamentos verticais e horizontais nos eixos cartesianos.

Somente após esse processo de construção manual, deve-se repetir o procedimento usando o GeoGebra. Finalmente, já com a definição de módulo de um número real estabelecida, devem-se apresentar as equações modulares, o que, será uma oportunidade de aprimorar as técnicas e manipulações algébricas inerentes ao conteúdo.

E, por fim, sugere- se o uso do aplicativo GeoGebra nas outras funções que são trabalhadas no 1º ano do Ensino Médio, que são a função afim, função quadrática, função exponencial e função logarítmica. Com seu uso GeoGebra podem ser amenizadas as dificuldades de visualização dos gráficos da função quadrática com relação ao ponto máximo e ponto mínimo. Também é possível verificar as diferenças e as semelhanças dos gráficos das funções exponenciais e funções logarítmicas.

REFERÊNCIAS

BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática.** Porto Alegre: Penso, 2018.

BARRETO, M. M. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio**. 2010. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf. Acesso em: 08 de abril de 2022.

BASTOS, C. C. **Metodologias ativas**. 2006. Disponível em: http://educacaoemedicina.blogspot.com.br/2006/02/metodologias-ativas.html. Acesso em: 24 jun. 2021.

BATISTA, L.S. **O Geogebra como Ferramenta de auxílio pedagógico no Estudo das Funções Quadráticas. 2012**. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_fafipa_mat_artigo_leonilde_da_silva_batista.pdf. Acesso em: 22 de julho de 2021.

BATISTA, S. C. F. ;BARCELOS, G. T.; AFONSO, F. F. **Tecnologias de Informação e Comunicação no Estudo de Temas Matemáticos**. In: XVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2005, São Paulo. Anais do XVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2005.

BERBEL, N. **As metodologias ativas e a promoção da autonomia dos estudantes**. Semana: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun. 2011.

BORBA, M. C. **Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. P. **Informática e Educação Matemática**. 5 ed.; 3. Reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.** 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática.** São Paulo, IME-USP, 1996.

BRAGA, C. **Função: a alma do ensino da Matemática**. São Paulo: Annablume - FAPESP, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica - Brasília: MEC/SEMT, 2002.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Secretaria da educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: MEC, 2006.

CAMARGO, F; DAROS, T. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo.** Porto Alegre: Penso, 2018.

D’AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade.** 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 15. ed. São Paulo: Papirus, 2007.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** Zetetiké, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov., 1995.

GRANDO, R. C. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula.** 2000. 239 f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

HOHENWARTER, M. GeoGebra.org, 2014. disponível em http://www.geogebra.org/. Acesso em: 14 de junho de 2021.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa.** Ed. Objetiva, 2009.

IEZZI, G; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções.** 9 ed. São Paulo: Atual, 2013.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações.** 2 ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação.** Papirus, Campina, 2007.

LADEIRA, V. P. **O Ensino de Funções em um Ambiente Tecnológico: uma investigação qualitativa baseada na teoria fundamentada sobre a utilização de dispositivos móveis em sala de aula como instrumentos.** 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Outro Preto, 2015.

LIMA, E.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio volume 1**. 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MACEDO, L.; PETTY, A.L.S.; PASSOS, N.C. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

NÓBRIGA, J. C. C. ARAÚJO, L. C. L. de. **Aprendendo matemática com o Geogebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

PAIVA, M. **Matemática: Paiva.** 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PEREIRA, R. **Método Ativo: Técnicas de Problematização da Realidade aplicada à Educação Básica e ao Ensino Superior**. In: VI Colóquio internacional. Educação e Contemporaneidade. São Cristóvão, SE. 20 a 22 setembro de 2012.

PERNAMBUCO. **Parâmetros Curriculares de Pernambuco: matemática**. Recife, MEC – PE, 2012.

SALDANA, P. **Uso de aplicativos para celular ganha força na escola**. 2015. Disponível em: http://educacao.estadao.com.br/noticias/geral,uso-de-aplicativospara-celular-ganhaforca-na-escola,1749345. Acesso em: 18 de abril de 2018.

UNESCO. **Diretrizes de Políticas para a aprendizagem móvel**. (2014). Disponível em: http://www.bibl.ita.br/UNESCO-Diretrizes.pdf. Acesso em: 15 de junho de 2021.

ANEXO A

Atividade 1: Investigativa, aplicada nas três turmas do 1º ano do Ensino Médio.

ATIVIDADE – III TRIMESTRE		SÉRIE: 1º ano EM
ALUNO(A):	Nº:	DATA:
DISCIPLINA: Matemática 1	PROFESSORA: Edinalva Passos	

Questão 01

O que você entende por módulo?

____

Questão 02

O que é módulo de um número?

____

Questão 03

Calcule:

a) $|+5|=$

b) $|-3|=$

c) $|5-3|=$

d) $|2-8|=$

e) $|2-4|+3=$

f) $-4+|-4|=$

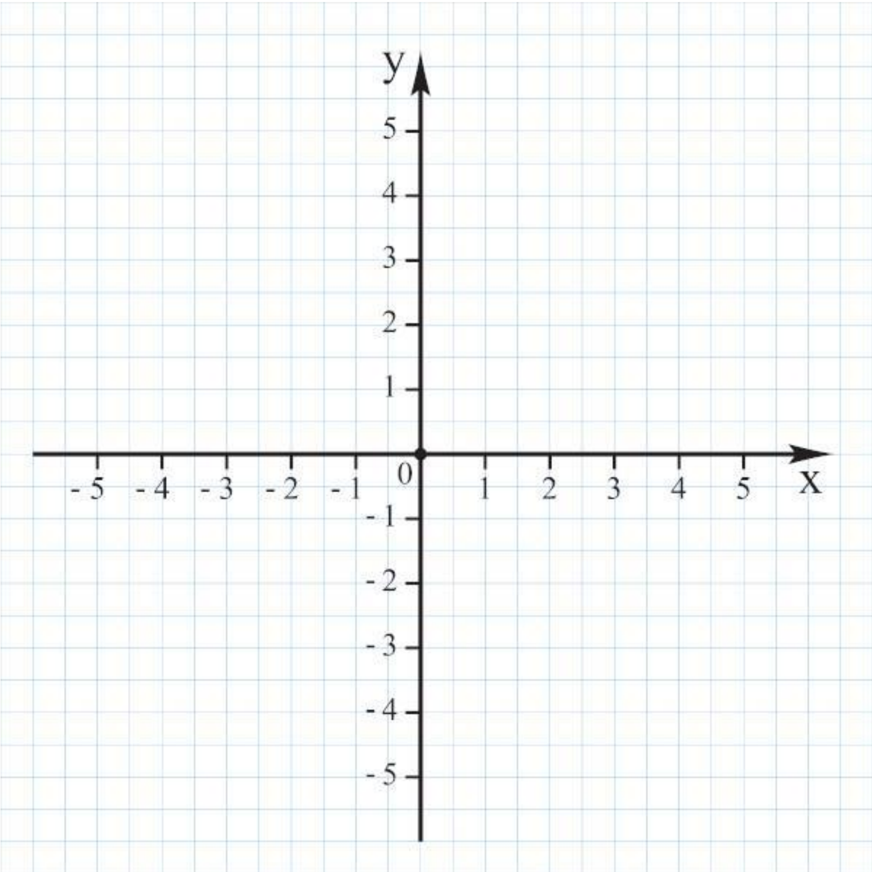
g) $5+|-2^2| +|2-6| - 12=$

h) $||-2|+3-5|=$

Questão 04

Construa, no mesmo plano cartesiano, as seguintes funções, identificando-as com cores diferentes.

a) $f(x) = |x|$ b) $g(x) = |x + 1|$ c) $h(x) = |x| + 1$



d) Após a construção dos gráficos, o que você pode observar?

____

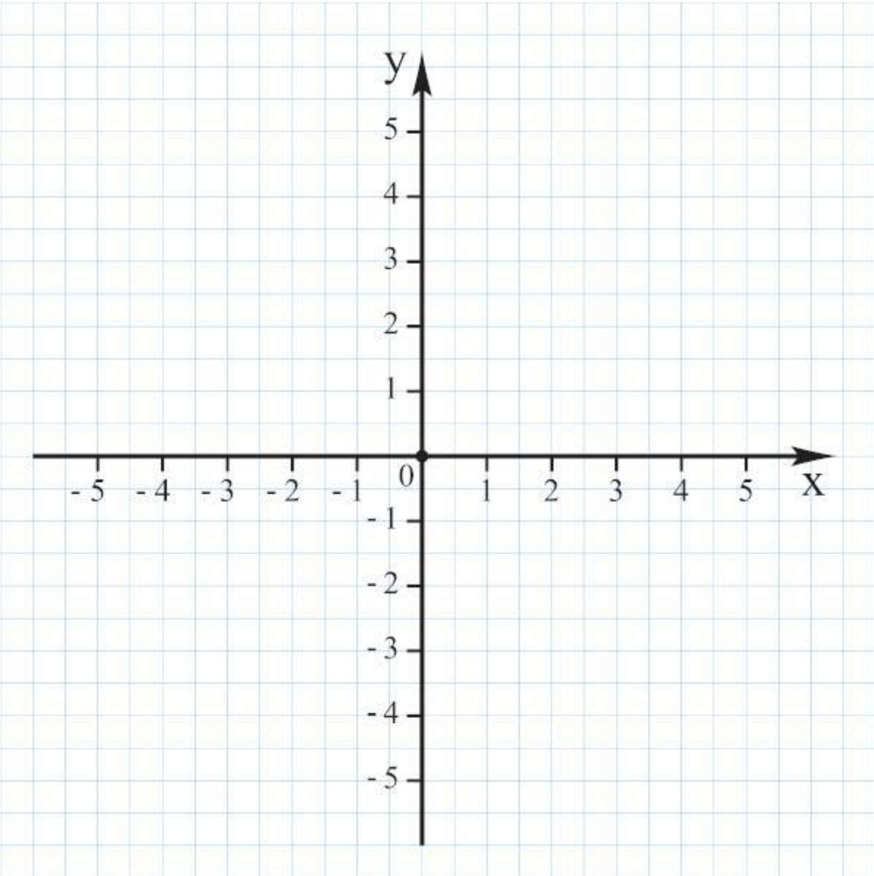
____

____

Questão 05

Construa, no mesmo plano cartesiano, as seguintes funções, identificando-as com cores diferentes.

a) $f(x) = |x - 1|$ b) $g(x) = |x| - 1$



c) Após a construção dos gráficos, o que você pode observar?

____

____

d) Descreva qual é a diferença entre as funções e seus gráficos da atividade 4 e da atividade 5.

____

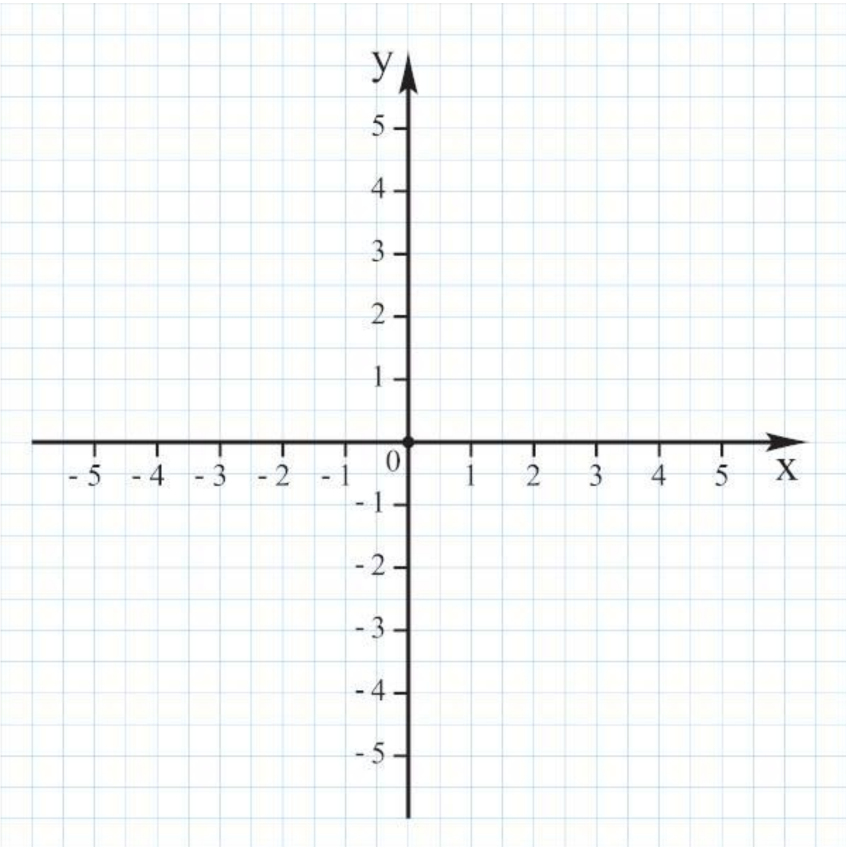
____

Questão 06

Construa, no mesmo plano cartesiano, as seguintes funções, identificando-as com cores diferentes.

a) $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$

b) $g(x) = |-x^2 + 5x - 6|$



c) Após a construção dos gráficos, o que você pode observar?

____

____

ANEXO B

Atividade 2: Construções gráficas utilizando o GeoGebra, aplicada nas três turmas do 1º ano do Ensino Médio.

Questão 01

Construa no mesmo, plano cartesiano, as seguintes funções, identificando-as com cores diferentes.

a) $f(x) = |x|$ b) $g(x) = |x+1|$ c) $h(x) = |x| + 1$

Questão 02

Construa, no mesmo plano cartesiano, as seguintes funções, identificando-as com cores diferentes.

a) $f(x) = |x-1|$ b) $g(x) = |x| - 1$

Questão 03

Construa, no mesmo plano cartesiano, as seguintes funções, identificando-as com cores diferentes.

a) $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$

b) $g(x) = |-x^2 + 5x - 6|$

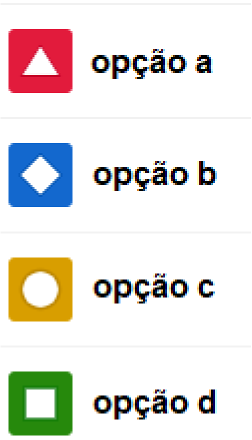
ANEXO C

Atividade 3: Jogo online no Kahoot, aplicada nas três turmas do 1º ano do Ensino Médio.

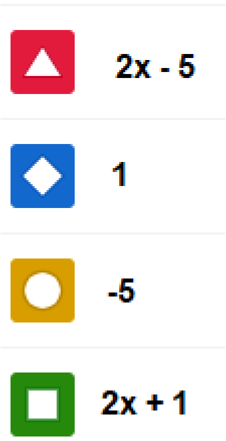
1) Calcule:

$$|2-\sqrt{5}|+|3-\sqrt{5}|$$

a) $5-2\sqrt{5}$ b) 5 c) 1 d) $5+2\sqrt{5}$



2) Sabendo que 2 < x < 3, então o valor de | x - 2 | - | x - 3 | é:

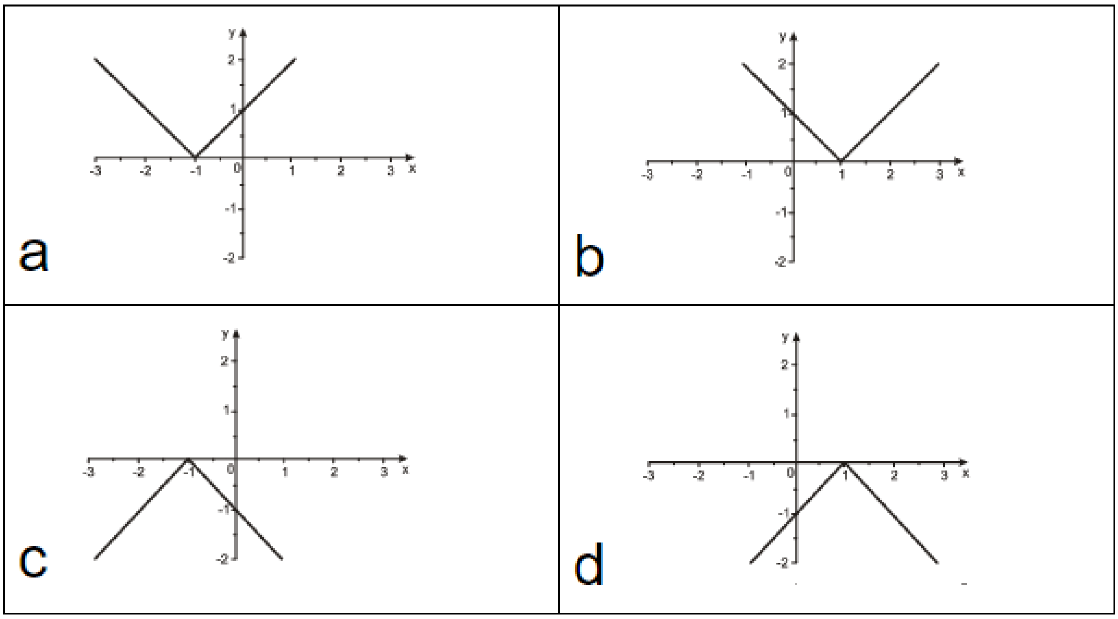


3) Calcule o valor de $| 2 - |\sqrt{3} - 4|$:

- **2**
- **$2 + \sqrt{3}$**
- **$\sqrt{3}$**
- **$2 - \sqrt{3}$**

4) Qual o gráfico que melhor representa a função?

$$f(x) = |-x + 1|$$



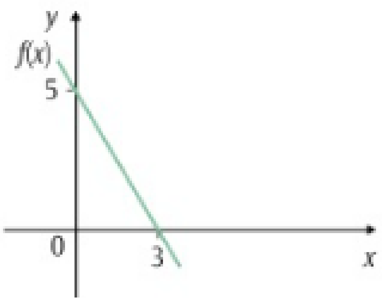
opção a

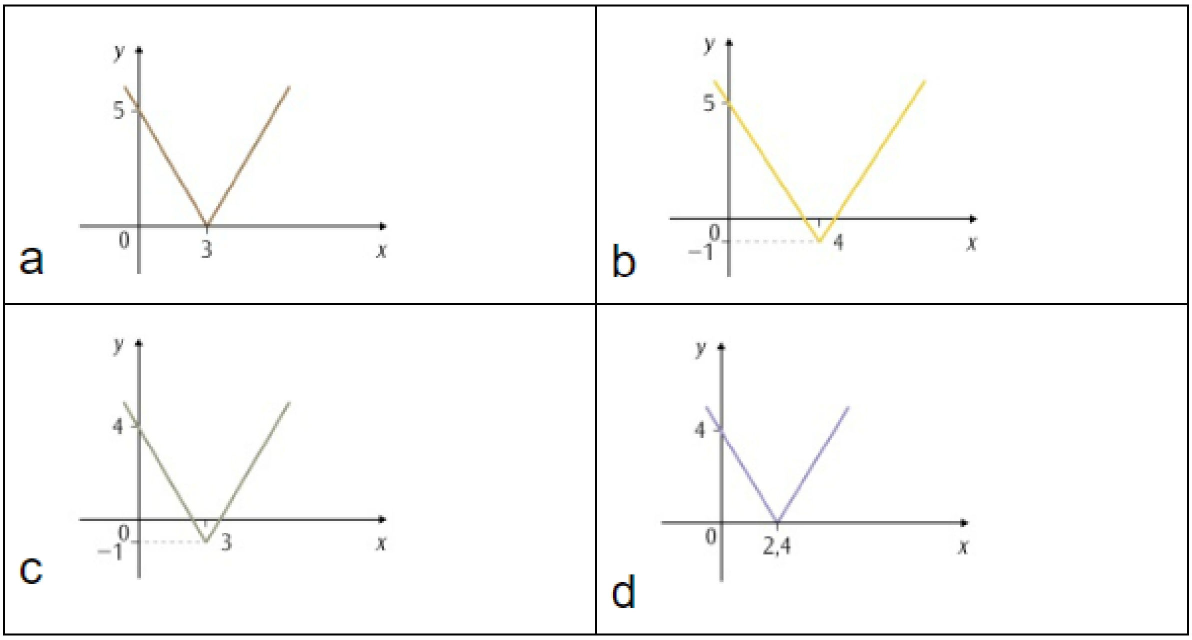
opção b

opção c

opção d

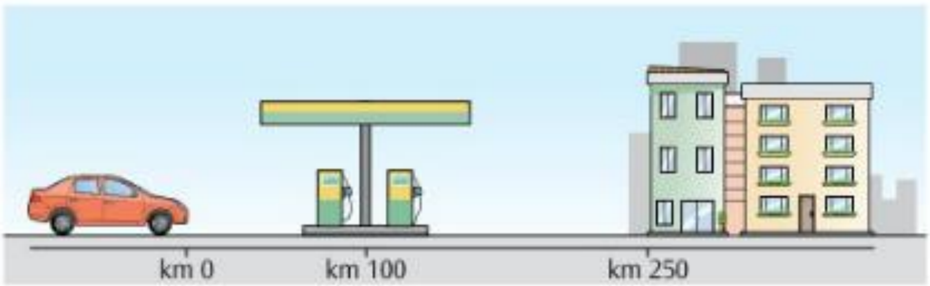
5) (PUC-SP) No gráfico a seguir, está representada a função do 1º grau $f(x)$. O gráfico que melhor representa $g(x) = |f(x)| - 1$ é:





- opção a
- opção b
- opção c
- opção d

6) Resolver: (UFRN) Um posto de gasolina encontra-se localizado no km 100 de uma estrada retilínea. Um automóvel parte do km 0, no sentido indicado na figura a seguir, dirigindo-se a uma cidade a 250 km do ponto de partida. Num dado instante, x denota a distância (em quilômetros) do automóvel ao km 0. Nesse instante, a distância (em quilômetros) do veículo ao posto de gasolina é:

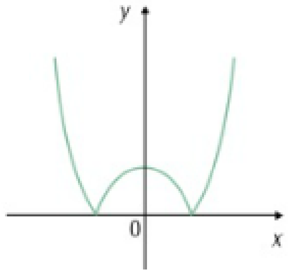


- $|x|$
- $|x - 100|$
- $|250 - x|$
- $|350 - x|$

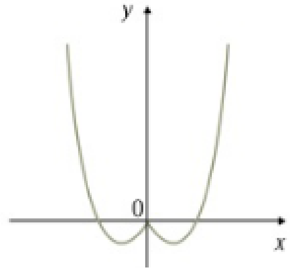
7) Qual o gráfico que melhor representa a função?

$$f(x) = x^2 - |x|$$

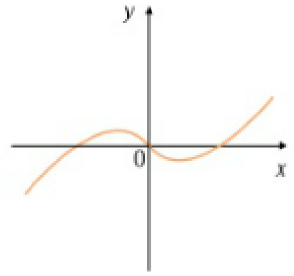
a



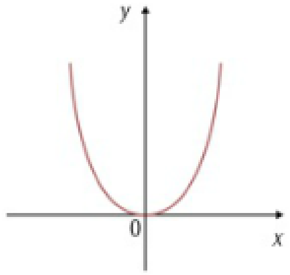
b



c



d



- opção a
- opção b
- opção c
- opção d

8) O conjunto de soluções da equação $|x - 1| + |x - 2| = 3$ é :

- {0,1}
- {1,3}
- {0,3}
- {3}

9) O número de soluções negativas da equação $| 5x - 6 | = x^2$ é:

- 3
- 1
- 2
- 0

10) As raízes reais da equação $| x|^2 + | x | - 6 = 0$ são tais que:

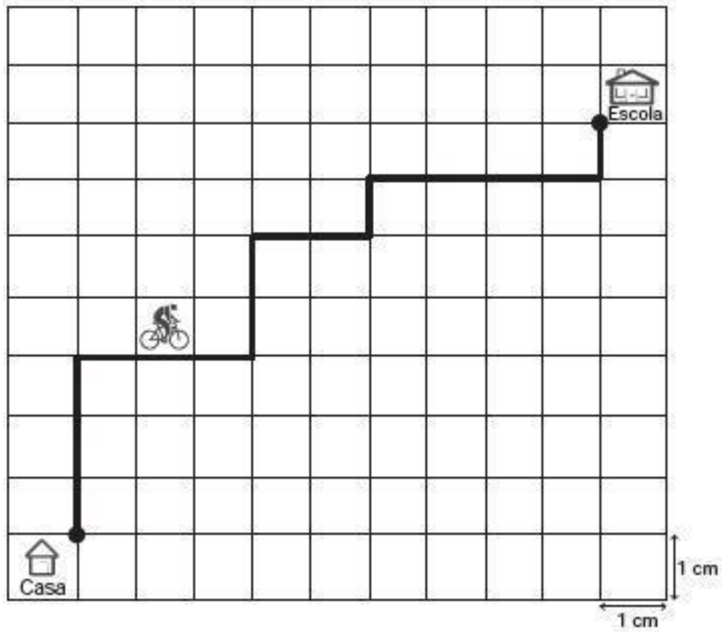
- a soma delas é -1
- o produto delas é -6
- ambas são positivas
- o produto delas é -4

ANEXO D

Atividade 4: atividade avaliativa na plataforma da escola, aplicada nas três turmas do 1º ano do Ensino Médio.

(ENEM) Questão 01	**Valor: 0,2**

A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno, que morava mais distante da escola, realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

(a) 4
(b) 8
(c) 16
(d) 20
(e) 40

(IFMG) Questão 02	**Valor: 0,2**

Um motociclista parte do km zero de uma estrada com destino a uma cidade a 250 km do ponto onde se encontra e a 150 km da sua posição, no mesmo sentido do seu destino, há um posto de combustíveis.

Num dado instante, x denota a distância (em quilômetros) do automóvel ao km 0. Nesse instante, a distância (em quilômetros) do veículo ao posto de gasolina é:

(a) 150 - x
(b) |x - 150|
(c) x - 150
(d) |100 + x|

Questão 03	**Valor: 0,2**

Determine o valor da seguinte expressão y = $|2\sqrt{2}\ -1|-|1-\sqrt{2}|$

(a) $\sqrt{2}-1$
(b) $\sqrt{2}$
(c) -2
(d) $3\sqrt{2}-2$
(e) -1

Questão 04	**Valor: 0,2**

Seja f(x) = |x - 3| uma função. A soma dos valores de x para os quais a função assume o valor 2 é?

(a) 3
(b) 4
(c) 5
(d) 6
(e) 7

Questão 05	**Valor: 0,2**

O gráfico da função f(x) = |x| + 2 é constituído por:

(a) duas semirretas com origem no ponto (0,2).
(b) duas retas concorrentes.
(c) duas retas paralelas.
(d) uma única reta que passa pelo ponto (0,2).
(e) duas semirretas com origem no ponto (0,0).