



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

GISMÊNYA MARIA MARTINS SOUZA

Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental a partir de uma
Revisão Sistemática

JUAZEIRO - BA
2022

GISMÊNIA MARIA MARTINS SOUZA

**Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental a partir de uma
Revisão Sistemática**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF, *campus* Juazeiro, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Evando Santos Araújo.

JUAZEIRO - BA

2022

S729e Souza, Gismênya Maria Martins
Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental a partir de uma Revisão Sistemática / Gismênya Maria Martins Souza. - Juazeiro, 2022
xv; 60 f. : il.; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro-BA, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Evando Santos Araújo.

1. Geometria Espacial - Ensino. 2. Dificuldades de aprendizagem. 3. Materiais manipuláveis. 4. Metodologias alternativas. I. Título. II. Araújo, Evando Santos. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 516.007

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Renato Marques Alves, CRB 5-1458

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

FOLHA DE APROVAÇÃO

**Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental a partir de uma
Revisão Sistemática**

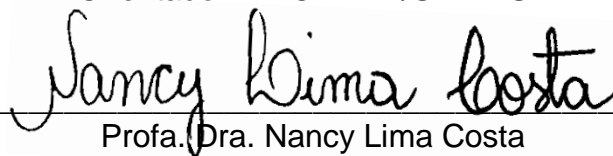
Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF, campus Juazeiro, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 24 / 02 / 2022

Banca Examinadora



Prof. Dr. Evando Santos Araújo
Orientador. PROFMAT/UNIVASF



Profa. Dra. Nancy Lima Costa
Examinadora Interna. Universidade de Pernambuco



Prof. Dr. Evanielson Landim Alves
Examinador Externo. Universidade de Pernambuco

Dedico esse trabalho aos meus alunos e afirmo, quando os seus professores tentarem lhes ensinar algo, tentem aprender, pois a vida lá fora não lhes ensinará com o mesmo amor que eles!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e por ter me permitido acreditar que me tornar mestre era algo possível. Obrigada, Senhor por ter me ajudado a superar todas as dificuldades encontradas.

Ao meu orientador, Prof^o Dr Evando Araújo, pela sua competência, dedicação e sabedoria com que conduziu cada etapa desse trabalho. As suas orientações foram sempre repletas de muita paciência, afeto e partilha de conhecimento. Muito obrigada pelo tempo dedicado a me orientar e pelos ensinamentos.

Agradeço a todos os profissionais que fazem parte do PROFMAT, em especial os da UNIVASF, que se dedicam a melhorar a formação do professor de Matemática da nossa região e de todo o país.

Agradeço aos professores membros da Banca Examinadora, Prof^a Dra. Nancy Lima Costa e Prof^o Dr Evanilson Landim Alves, pelas colaborações dadas para enriquecimento desse trabalho.

A todos os colegas do mestrado, Gonçalo, Carlos, Fabiana, Layane, Fernanda, Jamerson, Pablo e Renato, pelo convívio, troca de experiências e amizades construídas, indistintamente, vocês são grandes guerreiros e vitoriosos. Foram tantos dias na presença de seres humanos incríveis e maravilhosos, que, certamente, todos os momentos serão inesquecíveis

As minhas irmãs pelo amor, apoio e incentivo durante todo o mestrado.

Ao meu esposo Evandro, pelo companheirismo, amor, carinho, preocupação e cumplicidade. E por ter me compreendido nos momentos ausentes para me dedicar aos estudos do mestrado. Aos meus filhos Ewerton e Giovana por me manterem ligados pelo coração, pelo amor, carinho e incentivo.

As minhas amigas Fátima Aparecida Ribeiro, Marta Reis e Ana Lúcia Gpnçalves, pela amizade, apoio, incentivo para estudar sempre e empenho em me ajudar.

Por fim, agradeço aos contratemplos da vida, por me fazerem uma pessoa forte e resistente, porque, sem essas características, não atingiria o meu objetivo.

“O dinheiro público aplicado na educação é um investimento e não um gasto, pois ajuda a construir um futuro mais digno para pessoas e para o país.”

Luiz Inácio Lula da Silva

RESUMO

A Geometria Espacial é conhecida como a área da Matemática que estuda as figuras geométricas no espaço tridimensional. É apresentada no currículo escolar do aluno do Ensino Básico brasileiro desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, com estudo justificado pela sua significativa importância na construção de relações para a compreensão de aspectos espaciais do mundo físico e na vida em sociedade. Embora os documentos regulatórios vigentes da educação básica no Brasil destaquem a importância da aquisição de habilidades da geometria espacial pelos alunos no Ensino Fundamental, a literatura descreve um cenário com dificuldades de aprendizagem significativas neste nível de ensino. Essas dificuldades têm sido estudadas e novas metodologias vêm sendo propostas frente ao ensino tradicional, com foco na minimização desses problemas. Nesse contexto, esse trabalho de pesquisa apresenta uma revisão sistemática da literatura com meta-síntese com o objetivo de reconhecer o panorama do ensino da geometria espacial no Ensino Fundamental e com as especificidades em reconhecer a importância do tema para a formação do aluno nesse nível escolar; analisar as principais dificuldades de aprendizagem em Geometria Espacial e conhecer as principais metodologias alternativas de ensino da geometria espacial no Ensino Fundamental. Os diversos estudos retornados na busca de dados no Google Acadêmico foram selecionados de acordo com a aderência à proposta e sintetizados a fim de reunir e organizar informações relevantes e atuais sobre subtemas, conceitos, documentos regulatórios, práticas e/ou teorias-chave relativas ao objetivo proposto. A pesquisa levou em consideração os trabalhos publicados sobre o tema na última década (2011-2021), a qual retornou oitenta e oito (88) trabalhos acadêmicos no idioma português. A maior parte dos documentos (71 trabalhos) datou dos últimos seis anos (2015-2021), indicando a atualidade e importância do tema no cenário educacional brasileiro. Os resultados destacaram a importância da inserção do tema neste nível de ensino, as principais dificuldades de aprendizagem e as alternativas didáticas de ensino que vêm sendo relacionadas no período.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Geometria Espacial; Ensino Fundamental; Dificuldades de aprendizagem; Metodologias alternativas.

ABSTRACT

Spatial Geometry is known as the area of Mathematics that studies geometric figures in three-dimensional space. It is presented in the school curriculum of Brazilian Basic Education students since the early years of Elementary School, with a study justified by its significant importance in building relationships for the understanding of spatial aspects of the physical world and life in society. Although the current regulatory documents for basic education in Brazil highlight the importance of acquiring spatial geometry skills by students in Elementary School, the literature describes a scenario with significant learning difficulties at this level of education. These difficulties have been studied and new methodologies have been proposed in relation to traditional teaching, with a focus on minimizing these problems. In this context, this research work presents a systematic review of the literature with meta-synthesis with the objective of recognizing the panorama of the teaching of spatial geometry in Elementary School and with the specificities in recognizing the importance of the theme for the formation of the student at this school level. ; to analyze the main learning difficulties in Spatial Geometry and to know the main alternative methodologies for teaching spatial geometry in Elementary School. The various studies returned in the search for data on Google Scholar were selected according to adherence to the proposal and synthesized in order to gather and organize relevant and current information on sub-themes, concepts, regulatory documents, practices and/or key theories related to the objective proposed. The research took into account the works published on the subject in the last decade (2011-2021), which returned eighty-eight (88) academic works in the Portuguese language. Most of the documents (71 works) dated from the last six years (2015-2021), indicating the current and importance of the topic in the Brazilian educational scenario. The results highlighted the importance of inserting the theme at this level of education, the main learning difficulties and the didactic teaching alternatives that have been listed in the period.

Keywords: Teaching Mathematics; Spatial Geometry; Elementary School; Learning difficulties; Alternative methodologies.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	13
3 METODOLOGIA.....	21
4 ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL	23
4.1 Dificuldades de Aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Fundamental	23
4.1.1 VISUALIZAÇÃO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	25
4.1.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	28
4.1.3 UTILIZAÇÃO DE FÓRMULAS MATEMÁTICAS	32
4.2 Metodologias Utilizadas no Ensino de Geometria Espacial	33
4.2.1 IMPRESSÃO 3D COMO RECURSO TECNOLÓGICO EDUCACIONAL	52
4.2.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.....	56
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS.....	59
REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

A Geometria é um ramo da Matemática que estuda as formas planas e espaciais com as suas propriedades (TROIAN *et al.*, 2015). Esta área de estudo pode ser considerada uma das mais intuitivas e concretas da Matemática por apresentar diversas ferramentas que possibilitam descrição direta da realidade e da interação com o ambiente no qual vivemos, com aplicações tanto tradicionais quanto inovadoras (SALIN, 2013). Em meio ao estudo da Geometria no Ensino Básico, destaca-se a Geometria Espacial que, segundo Silva (2017), é aquela que estuda as figuras geométricas no espaço tridimensional.

A Geometria Espacial tem um papel muito importante no currículo da matemática e suas tecnologias e, dessa forma, vem adquirindo destaque cada vez maior no cenário das reformas educacionais no Brasil. O planejamento de ensino de geometria é comumente apresentado nos documentos oficiais que orientam as ações educacionais no Ensino Básico no país, entre eles, os Parâmetros Nacionais Curriculares e a Base Nacional Comum Curricular, competências e habilidades fundamentais para o desenvolvimento intelectual do aluno.

Apesar da Geometria Espacial fornecer recursos para a solução de situações em diversas áreas do conhecimento, autores apontam problemas nos processos de ensino e de aprendizagem do tema no Ensino Básico brasileiro, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Um exemplo é a dificuldade de compreensão de conceitos básicos relativos aos sólidos geométricos, uma vez que ainda costumam ser desenvolvidos de forma abstrata em sala de aula, sem explicitar ao aluno a relação dessas formas com as situações usuais no seu cotidiano. (CHAVES, 2013).

Frente às reflexões e às regulamentações para o ensino da Geometria Espacial no contexto do Ensino Fundamental, tem sido estimulada nas escolas, cada vez mais, a inserção de metodologias alternativas de ensino que promovam um espaço estimulante, acolhedor e atraente para os alunos, com o intuito de desenvolver competências e habilidades para uma consciência crítica capaz de tornar o aluno mais engajado e participativo na sociedade. (ANDRADE; SANTOS; MOURA, 2017).

Tanto a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) quanto os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) destacam que a geometria espacial

pode ser compreendida enquanto um instrumento didático de apoio visual para o pensamento crítico-dedutivo do aluno e o reconhecimento do espaço no qual está inserido, desde anos iniciais do Ensino Fundamental de ensino. Nessa fase escolar, a apresentação da Geometria sem destaque à tridimensionalidade pode dificultar o desenvolvimento da percepção espacial do aluno e da compreensão da diversidade geométrica das formas do mundo real, frente aos desafios atuais da sociedade e à busca por uma aprendizagem significativa (MARQUES; CALDEIRA, 2018).

Em adição, o ensino e a aprendizagem das formas tridimensionais, de seus elementos, de suas propriedades e suas aplicações na modelagem de situações-problema podem ser afetados nos níveis escolares subsequentes pela falta de habilidades que são esperadas do estudante ao final do Ensino Fundamental e que seriam essenciais para a continuidade dos estudos em um grau mais avançado.

Para promover a abordagem da tridimensionalidade no Ensino Fundamental e facilitar para o aluno a associação entre a Matemática e o meio à sua volta, é conveniente que se possam empregar metodologias alternativas de ensino que permitam a participação do aluno na construção do próprio conhecimento. Entre elas, é possível destacar as que trabalham registros de representações semióticas visando o conhecimento, a observação, a construção e a manipulação das formas tridimensionais, além das metodologias que trabalham relações dessas representações com objetos e formas do mundo físico.

Nesse contexto, o objetivo geral deste trabalho foi reconhecer o panorama do ensino da geometria espacial no Ensino Fundamental. Especificamente, focou-se nas dificuldades de aprendizagem relatadas e nas metodologias alternativas de ensino que vêm sendo utilizadas para minimizar estes problemas.

Esta dissertação está organizada em seções. A partir da Introdução na Seção 1, a Seção 2 apresenta um breve referencial teórico sobre o tema de pesquisa, destacando a importância da Geometria Espacial no Ensino Fundamental. A Seção 3 descreve a metodologia utilizada neste estudo. A pesquisa se caracteriza como uma revisão sistemática da literatura com meta-síntese, com dados obtidos a partir da base do Google Acadêmico, no período de 2011 a 2021. Na Seção 4 são apresentados os resultados, fornecendo à comunidade da área de Ensino de Matemática as principais contribuições científicas interpretadas dos trabalhos investigados relacionadas às

dificuldades de aprendizagem e metodologias alternativas de ensino. Foi dada evidência às pesquisas que destacaram a utilização de recursos tecnológicos e materiais concretos de forma combinada, em especial a exploração da técnica de impressão 3D como meio favorável ao ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. Inicialmente, a proposta de trabalho de dissertação estava centrada na investigação dessa última metodologia como estudo de caso em escola pública do estado da Bahia, o que não ocorreu devido à suspensão do ensino presencial no período programado para a realização da pesquisa, em meio à pandemia do novo Corona Vírus.

A Seção 5 apresenta as Considerações Finais do estudo realizado e as perspectivas de trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Compreende-se por espaço tridimensional o lugar onde se pode encontrar todos os entes geométricos em três dimensões e suas propriedades. Ainda segundo Silva (2017), o conhecimento da Geometria tridimensional permite ao aluno fazer suas próprias reflexões sobre formas, posições e medidas. Com isso, ele reforça que se deve oferecer ao aluno a oportunidade de conhecer e aprofundar saberes importantes para a sua formação, ao relacionar os conceitos geométricos às várias atuações profissionais que necessitam desses conhecimentos, tais como aspectos de engenharia, arquitetura, computação gráfica, astronomia, física, arte, entre outras (SILVA *et al.*, 2013; SOUZA, 2015; SANTOS *et al.*, 2015; MARA; QUADROS, 2016; VERONA; LOPES, 2021).

A Geometria Espacial é um dos objetos de conhecimento estruturantes para o Ensino fundamental e Médio, como também em várias áreas técnicas e do Ensino Superior. Os documentos oficiais que norteiam a Educação básica, na preparação dos currículos de ensino de cada estado, são os Parâmetros Curriculares Nacionais que é o documento normativo da educação brasileira e tem como principal objetivo, a orientação do trabalho do cotidiano de professores e especialistas em educação (PCN, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) que “é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais” (BNCC, 2017, p. 7).

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 39), descrevem que o estudo da Geometria Espacial permite ao aluno desenvolver um raciocínio próprio, possibilitando a construção de relações à compreensão do espaço a sua volta e que se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

A frente da realidade educacional do Brasil nos últimos anos e diante da importância e valorização do ensino de Geometria à criança desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, as Diretrizes Curriculares de Matemática (BRASIL, 2013) propõem que o professor (como mediador do conhecimento), a partir de situações práticas, possa aprofundar os conceitos da Geometria Espacial em um nível menos

complexo de abstração para o aluno e assim contribuir com a aprendizagem Matemática. Sobre isso, Polessa e Soares (2015) reforçam que o educador deve iniciar a abordagem do tema favorecendo a percepção visual e tátil de objetos tridimensionais do mundo físico (bem como de suas características), passando pela abordagem da nomenclatura de figuras e de seus elementos, sempre adaptando a linguagem ao público-alvo no momento de ensinar esses conceitos. As relações entre sólidos geométricos e figuras planas também devem ser trabalhadas de forma sequencial, procurando promover a devida significação da aprendizagem para a formação do aluno.

De forma geral, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) descrevem a importância da Geometria no contexto do ensino de Matemática. O documento ressalta que o ensino de Geometria é um meio para que o aluno adquira habilidades de manusear números e medidas, de observar semelhanças e diferenças entre formas bidimensionais e tridimensionais, de identificar regularidades e de construir e representar objetos de diferentes formas.

Santos e Oliveira (2018) destacam o estudo da Geometria quando evidenciam e valorizam o trabalho permanente de observação e construção de figuras para que o estudante perceba as semelhanças e diferenças entre elas e, partindo dessa análise, identifique figuras bidimensionais e tridimensionais, bem como suas propriedades. Para Kaleff (2015), os PCN, que guiam a alfabetização geométrica das formas, dos padrões geométricos e de simetrias, permitem que situações estabelecidas para a Geometria escolar venham aos poucos se modificando além de balizar a inclusão da Geometria no Currículo.

Dito de outra forma, os PCN orientam a apresentação das formas geométricas e de suas relações por meio de situações-problema cotidianas, podendo envolver outros campos da Matemática ou outras áreas do conhecimento. Segundo a autora supracitada, tem sido um consenso que o estudo precoce da Geometria auxilia a criança a organizar o pensamento para a resolução de problemas por meio da visualização e da análise das propriedades e características dos modelos geométricos que modelam os objetos do mundo real.

Lorenzato (2005) já destacava o porquê de se aprender geometria, com base em resultados de pesquisas em psicologia educacional. Diversas outras pesquisas mais atuais discorrem sobre a temática e entendem a Geometria como necessária ao desenvolvimento da criança, uma vez que a percepção de formas geométricas, suas leituras e escrita podem facilitar o entendimento de inúmeras situações reais que requerem tais habilidades (SOUZA; FRANCO, 2012; SANTOS; OLIVEIRA; GHELLI, 2017; SANTOS; OLIVEIRA, 2018). Lorenzato (2005) destaca a existência de muitos exemplos que descrevem o papel fundamental da geometria para o desenvolvimento científico e tecnológico ao longo da história. Por exemplo, o físico Albert Einstein considerou que sem a Geometria ele não teria formulado a Teoria da Relatividade (que trata dos fenômenos envolvendo objetos na velocidade da luz). Einstein tinha o costume de geometrizar suas ideias, afirmando que esta ação facilitava a comunicação e o desenvolvimento do seu pensamento.

Santos e Oliveira (2018), também, mostram a importância do ensino de Geometria para a criança e destacam que

é importante observar que a inserção de tópicos da geometria no Ensino Fundamental deve contemplar, também, a preocupação em relacioná-los com outros conteúdos escolares. Tal espaço, que inicialmente é apenas percebido - espaço perceptivo - possibilitará a construção de um espaço representativo.

Para Viana (2011), a exploração dos conceitos e procedimentos relativos ao espaço e forma deve ser trabalhada no indivíduo desde criança, possibilitando a construção de relações para a compreensão do espaço à sua volta. De acordo com Silva (2017), é viável reiterar a necessidade de evidenciar a aprendizagem da Geometria Espacial na Educação Básica, onde o educando começa a compreender

os aspectos espaciais do mundo físico, desenvolvendo uma intuição tridimensional e, mais tarde, seu pensamento lógico. Esse trajeto agrega conceitos basilares para estudos mais avançados na universidade e, principalmente, para sua vida.

Nesse sentido, o documento discorre que a Geometria Espacial pode ser usada para se propor situações-problema significativas, as quais o aluno costuma se interessar de forma natural por elas. Chaves (2013) destaca a importância de se trabalhar com a Geometria Espacial de forma interdisciplinar com outras áreas de conhecimento, citando exemplos como as disciplinas Geografia e Arte, trazendo formas alternativas e atrativas de inserção do tema no Ensino Fundamental.

Como exemplo, é possível citar trabalhos que defendem a construção de maquetes com o objetivo de analisar objetos tridimensionais de diferentes vistas (lateral, frontal, superior), relacionando-os com suas planificações (SILVA, 2014; AGOSTINIAK; TEZA; PETRY, 2015). Outra possibilidade é o trabalho interdisciplinar com a cartografia, utilizando os vários tipos de mapas, como o turístico, rodoviário ou hidrográfico. Nesse contexto, a representação bidimensional de objetos tridimensionais pode ser trabalhada com o discente. Outros temas em geografia que remetem à localização de objetos no globo terrestre (como altitude, longitude e latitude), coordenadas geográficas das cidades, estados e países, o Sistema de Posicionamento Global (GPS) entre outros assuntos, também, podem ser explorados com o objetivo de propor uma abordagem interdisciplinar da Geometria Espacial (LIMA, 2013; DUARTE; COELHO, 2019; LUZ NETO, 2019).

Na disciplina de Artes, por exemplo, a produção de materiais concretos pode ser direcionada para a construção de sólidos geométricos, evidenciando seus vértices, arestas e faces ou até mesmo discutir sobre suas áreas superficiais e volumes. A arte pode ser utilizada, também, para trabalhar elementos do desenho em perspectiva, com a construção de desenhos em formatos bidimensionais e tridimensionais. Essa representação do objeto dá a ideia de profundidade, possibilitando o discente visualizar, identificar e diferenciar aspectos geométricos do objeto tais como largura, comprimento e altura (SALIN, 2013. FLORES; KERSCHER, 2021).

Lorenzato (2005) concorda que a geometria plana e a espacial apoiam as ações de outras disciplinas do currículo e destaca sua fala com alguns questionamentos-chave: como interpretar um mapa, desenvolver o pensamento

especial sem apoio da Geometria? Como compreender conceitos e medidas sem ideias geométricas? Estas perguntas são traduzidas em investigações mais detalhadas nos trabalhos de Chaves (2013), Salin (2013) e Luz Neto (2019).

Já a pesquisa de Oliveira (2017) concluiu que o ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental fica prejudicado, muitas vezes, devido à falta de contextualização do tema nas escolas, rapidez com que os assuntos são ensinados, falta de explanação das propriedades dos sólidos geométricos e suas relações com os conceitos da geometria plana. Nesse contexto, Troian *et al.* (2015), por exemplo, estudaram didáticas para tornar a Geometria Espacial estimulante e concluíram que para o docente atingir este objetivo deve contextualizá-la com a vivência dos seus alunos. Os resultados da pesquisa indicaram uma aprendizagem significativa dos conceitos geométricos e de suas relações com a realidade dos alunos.

Sobre a Geometria Espacial no Ensino Fundamental, os PCN de Matemática (BRASIL, 1998) evidenciam que o seu ensino tende ao desenvolvimento do pensamento geométrico e objetiva a evolução do raciocínio geométrico e das competências métricas. Além disso, destaca os conteúdos conceituais e procedimentais relativos à Geometria Espacial que podem ser desenvolvidos nesse nível de ensino, a saber:

O estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos - esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos - sem uso obrigatório de nomenclatura; Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos; Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc; Construção e representação de formas geométricas; Distinção, em contextos variados de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria. (BRASIL, 1998, p. 51)

De forma complementar, também são destacados:

Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros; Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas; Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades; Identificação da simetria em figuras tridimensionais; Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais; Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais; Identificação de

semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc.; Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.; Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares; Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas (BRASIL, 1998, p. 60).

Tratando de regulamentação de normas curriculares para o ensino de Matemática na Educação Básica brasileira, a BNCC é o documento oficial mais recente (BRASIL, 2017). Este documento apresenta orientações para a elaboração de currículos nas diversas áreas inclusas no ensino da Matemática desde os primeiros anos do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, propondo objetivos de aprendizagem que partem de cinco unidades temáticas, a saber: números; álgebra; geometria; grandezas e medidas; e probabilidades e estatística.

Quando se trata do ensino de Geometria Espacial, a BNCC para o Ensino Fundamental, que é a referência para estados e municípios prepararem seus currículos, apresenta as competências e habilidades que devem estar nos planos de curso e nas aulas. Neste campo, há habilidades essenciais que devem ser trabalhadas em cada ano do Ensino Fundamental, como as citados no Quadro 1.

QUADRO 1. Objetos de Conhecimento e Habilidades recomendadas pela BNCC para o ensino de Geometria Espacial nos anos finais do Ensino Fundamental.

SÉRIE	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES	BNCC (págs.)
6º ANO	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.	302 – 303
7º ANO	Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).	308 – 309
8º ANO	Volume de bloco retangular	(EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.	314 – 315

9º ANO	Volume de prismas e cilindros	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.	318 – 319
--------	-------------------------------	--	-----------

Fonte: (Brasil, 2017).

Nos anos iniciais, a BNCC (BRASIL, 2017), indica o ensino da Geometria Espacial explanando os conteúdos com ênfase em ações didáticas que abordem situações relativas à percepção de forma e dimensão, para desenvolver o reconhecimento de figuras, manipulação de formas geométricas, representação espacial, conhecimento de propriedades e relação das formas com o mundo físico. Essa base inicial é fundamental para consolidar uma aprendizagem significativa dos conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, a expectativa é a de que os alunos reconheçam o volume de sólidos como grandeza associada às figuras geométricas. O objetivo é que a partir do reconhecimento de medidas de comprimento e de área superficiais, os alunos consigam resolver problemas de volume, manipulando as unidades de medida padronizadas mais usuais.

Pode-se observar que tanto os PCN como a BNCC descrevem a importância do ensino da Geometria Espacial para o desenvolvimento da criança no nível Fundamental. Ambos os documentos destacam que o estudo de aspectos tridimensionais pela criança pode facilitar a sua compreensão, exposição e apresentação do mundo à sua volta. Pela BNCC, em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas devem ser retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, é fundamental considerar que a leitura dessas habilidades seja feita de forma sequencial e não fragmentada (BNCC, 2017). A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens a demanda da compreensão de como ela se conecta com as habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores.

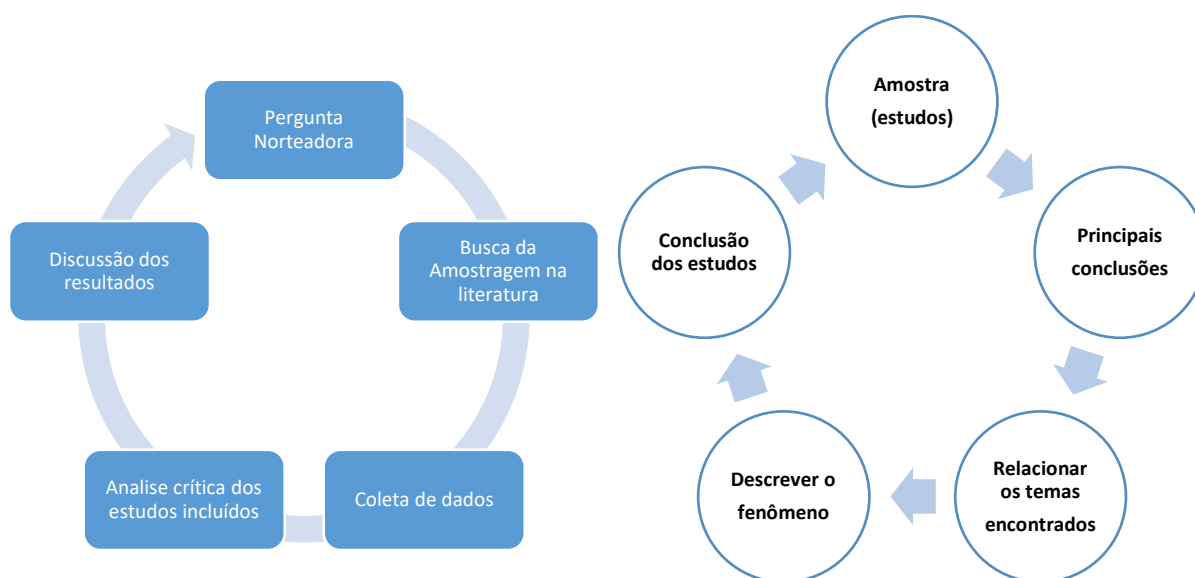
É de se destacar que não se pode pausar a curiosidade e o entusiasmo pela aprendizagem, tão comum nessa etapa da escolaridade, e muito menos deixar de levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos para atingir os objetivos propostos coma a aprendizagem (BRASIL, 1998). Em adição, a BNCC também destaca que outros objetivos de aprendizagem como, por exemplo, as grandezas e medidas estão intimamente relacionados com a Geometria. Essas relações contribuem para a consolidação e ampliação da noção de número, aplicação das noções geométricas na resolução de situações-problema e a construção do pensamento algébrico, lógico e dedutivo.

Pode-se observar no que foi apresentado, que o ensino da Geometria Espacial resulta em muitos benefícios para a formação dos alunos, pois inúmeros fatos do seu cotidiano necessitam de conhecimentos geométricos, portanto, o pensamento geométrico é uma necessidade humana, fazendo com que processos mentais e raciocínios essenciais para a aprendizagem da Matemática sejam explorados de forma significativa.

3 METODOLOGIA

Este trabalho de dissertação se caracteriza como um estudo de revisão sistemática da literatura com meta-síntese. O foco desse tipo de pesquisa bibliográfica é “sintetizar diversos estudos sobre um tópico a fim de localizar temas, conceitos ou teorias-chave que forneçam novas ou mais explicações para o fenômeno sob análise” (GALVÃO; RICARTE, 2020, p. 60). Nesse sentido, o trabalho foi desenvolvido a partir das fases de investigação e de análise explicativa das soluções e de síntese integradora (MARCONI; LAKATOS, 2003. LIMA; MIOTO, 2007), compostas pelas ações ilustradas na Figura 1.

Figura 1. Fases do processo de elaboração da revisão sistemática da literatura com meta-síntese.



Fonte: Adaptado de Souza, Silva e Carvalho (2010) e Souza e Branco (2013).

Na fase de investigação das soluções, usou-se a base de dados do Google Acadêmico para a busca de documentos científicos (artigos, livros, capítulos de livro, teses, dissertações, entre outros) relacionados ao objetivo geral do trabalho de pesquisa. Como critério semântico de busca (critérios de inclusão e exclusão), as palavras-chave “ensino de matemática”, “geometria espacial”, “dificuldade de aprendizagem” e “ensino fundamental”, foram combinadas para iniciar a pesquisa

bibliográfica exploratória (LIMA; MIOTO, 2007).

A pesquisa levou em consideração os trabalhos publicados sobre o tema na última década (2011-2021), a qual retornou oitenta e oito (88) trabalhos acadêmicos no idioma português. A maior parte dos documentos (71 trabalhos) datou dos últimos seis anos (2016-2021), indicando a atualidade e importância do tema no cenário educacional brasileiro. Em adição, foram levados em consideração trabalhos de autores em destaque na área e as competências e habilidades relativas ao ensino de Geometria Espacial contidas nos PCN do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) e na BNCC (BRASIL, 2017).

Na fase de análise explicativa das soluções, os trabalhos foram investigados individualmente e sessenta e nove (69) deles foram selecionados com base na aderência de cada estudo ao objetivo desta pesquisa (LIMA; MIOTO, 2007). O estudo dos resultados obtidos sugeriu a organização da escrita deste trabalho em subseções que destacam as dificuldades de aprendizagem e as metodologias de ensino relacionadas.

Na etapa de síntese integradora foi desenvolvido um estudo exploratório-descritivo, no formato de revisão sistemática da literatura, com as principais contribuições científicas interpretadas dos trabalhos selecionados. Estas reflexões foram relacionadas com os conceitos e definições matemáticas sobre o tema, usando uma linguagem adequada ao público-alvo (LIMA; MIOTO, 2007). A apresentação dos resultados também foi organizada com o auxílio de Quadros descritivos/ explicativos.

4 ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL

Nesta seção apresenta-se os resultados da pesquisa bibliográfica (caracterizada na Seção 3) sobre o panorama do ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental na última década (2011-2021).

A análise dos trabalhos retornados da literatura forneceu informações relevantes e atuais sobre as dificuldades de aprendizagem em destaque e as metodologias de ensino relacionadas que vêm sendo discutidas e colocadas em prática com vista à melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Fundamental.

4.1 Dificuldades de Aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Fundamental

A Matemática, por sua expansão de dimensão e expressão, como linguagem, é uma das Ciências que ocupam posição de destaque em diversas situações. E mais, há necessidade de valorização do ensino e de aprendizagem de Matemática quanto ao seu aspecto sócio-econômico, político, cultural e histórico no qual o indivíduo está inserido. A forma tradicional de ensino que leva em consideração um ensino bancário, que utiliza apenas o livro como ferramenta didática, sem a participação do aluno na formação do seu próprio conhecimento pode desfavorecer o amadurecimento gradual dos conceitos e desenvolver dificuldades de aprendizagem que irão interferir diretamente nos processos de ensino e de aprendizagem em outros anos escolares (SILVA, 2017).

Segundo Silva (2017), considerando a relevância do ensino da Geometria Espacial no Ensino Fundamental, a abordagem do tema deve ocorrer em uma perspectiva mais visual e lúdica, de forma a evidenciar as principais concepções sobre sua importância para a formação do aluno neste nível de ensino. Com base nos estudos publicados na última década (2011-2021), a Geometria Espacial se apresenta com dificuldades de aprendizagem em diversos aspectos de sua abordagem no Ensino Fundamental. No Ensino Médio quando esse tema é retomado (com mais ênfase, com novos conceitos, objetivos e habilidades requeridas), as dificuldades

trazidas se tornam mais evidentes e podem representar um problema relevante para a aprendizagem nesse nível de ensino.

Na Educação Básica a Geometria é desenvolvida e ensinada nas escolas como a parte da matemática que estuda espaços e formas. Em geral são feitas identificações de figuras e seus respectivos elementos, comparações entre eles e classificações mediante as suas características. Pode-se dizer que o conhecimento da Geometria tridimensional permite ao aluno fazer suas próprias reflexões sobre formas, posições e medidas (SILVA, 2017). Além disso, o estudo da Geometria possibilita ao aluno conhecer e aprofundar saberes científicos importantes para a formação plena de todo cidadão. Por esta razão, percebe-se a necessidade de investigação contínua do ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental, reconhecendo sua importância para o currículo e as possíveis causas das dificuldades existentes no ensino e de aprendizagem dos conteúdos envolvidos nessa temática.

Na tentativa de esclarecer essas dificuldades e mostrar soluções para uma aprendizagem significativa, algumas pesquisas vêm sendo desenvolvidas segundo Silva e Braz (2017). Por exemplo, dificuldades relativas à nomenclatura dos sólidos e às suas características, foram descritas por Schröetter *et al.* (2016). Os autores identificaram que os alunos participantes da pesquisa encontraram dificuldades em coordenar os diferentes registros de representações semióticas (dificuldades em coordenar os diferentes registros das suas representações). Já Ramos (2017) afirma que grande parte dos alunos do Ensino Fundamental encontra dificuldades em relacionar a aplicação de conceitos à resolução de problemas apresentados pelos professores durante as aulas. Para o autor, nos anos finais Ensino Fundamental, o aluno precisa compreender conceitos e procedimentos matemáticos tanto para tirar conclusões e fazer argumentações quanto para desenvolver uma ação crítica como cidadão, tomando decisões assertivas em sua vida pessoal e profissional que estejam relacionadas ao aprendizado geométrico adquirido.

De forma mais ampla, as principais dificuldades de aprendizagem dos alunos em Geometria Espacial retornadas na pesquisa estão relacionadas à carência de conhecimentos dos alunos sobre Geometria Plana (SILVA; BRAZ, 2017); as dificuldades de identificar/nomear os sólidos geométricos relacionados aos seus elementos básicos e de visualização desses sólidos (SETTIMY; BAIRRAL, 2020); a

não compreensão de fórmulas para o cálculo de grandezas desses sólidos (MOREIRA, 2016); interpretar e solucionar situações-problema relacionadas (SALIN, 2013; MARQUES e SOUSA, 2013; SOUZA, 2019); reconhecer formas tridimensionais, relacionando-as com suas aplicações no mundo físico e de coordenar os diferentes registros de representações semióticas (ALMEIDA; SILVA, 2018). A seguir esses tópicos são destacados, relacionando-os com o contexto do ensino e da aprendizagem do tema.

4.1.1 VISUALIZAÇÃO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Alves (2007) discorre que o conceito de visualização é de grande importância para a aprendizagem geométrica. Em seu trabalho, explica que o significado adotado é o de formar ou conceber uma imagem visual de algo que não se tem ante aos olhos no momento.

Contudo, ainda há controvérsias sobre como a visualização se forma em nossa mente; porém, não há razão para que estudos sobre seu desenvolvimento não ocupem um lugar de destaque. Alguns trabalhos enfatizam o desenvolvimento da capacidade da criança para representar objetos geométricos e perceber, criar e visualizar imagens. Alves (2007) procurou verificar se ainda existe alguma metodologia facilitadora para se alcançar o desenvolvimento da visualização geométrica na adolescência ou na fase adulta, uma vez que esses alunos muitas vezes apresentam resistências para aprender conceitos que não foram assimilados em faixas etárias anteriores.

O autor, ainda, afirma que com relação ao aspecto lógico da aprendizagem da Geometria, alguns estudiosos acreditam que o uso cada vez mais frequente do computador e de internet por esse público-alvo pode criar novas dificuldades no processo de visualização, principalmente às questões formais da Geometria Espacial. Para eles, a evidência visual e os outros instrumentos de validação disponíveis podem tornar este procedimento desnecessário para o convencimento e até mesmo para o entendimento do aluno. Há também, autores que defendem que o processo de visualização pode ocorrer a partir de ferramentas computacionais e ajudar nas demonstrações de leis de formação dos problemas. É de se destacar que para tal

ação o professor esteja a par dos pressupostos metodológicos necessários a esta ação e seja hábil para propor problemas e estratégias com a temática de tecnologias digitais. Alves (2007)

É sabido que durante a Educação Básica, o aluno deve ser encorajado a testar e refinar hipóteses para se convencer das proposições e dos resultados geométricos alcançados. Assim, o computador pode fazer a ligação entre os experimentos e o raciocínio dedutivo, proporcionando ao aluno a oportunidade de compreender relações e demonstrações necessárias ao entendimento do que é proposto como objetivo de aprendizagem e que poderiam não ter sido absorvidas com o ensino tradicional.

A dificuldade de visualização em Geometria Espacial também foi objeto de estudo de Settimy e Bairral (2020). Os autores descrevem que a visualização é importante para o desenvolvimento da habilidade do pensamento matemático, que é considerado um processo individual e que precisa ser ensinado. Com isso, eles destacam a indispensabilidade da utilização de atividade com foco na visualização e na representação dos objetos trabalhados. Além disso, a variedade de recursos utilizados foi um elemento relevante para o aprendizado geométrico dos sujeitos. Os autores afirmaram que reconhecer e representar figuras geométricas espaciais de forma planificada está relacionado às dificuldades em torno da identificação e representação de figuras geométricas planas. Identificar e comparar o tamanho e forma das faces, por exemplo, estava relacionada às dúvidas dos discentes para distinguir um ou outro sólido geométrico regular, a partir de suas características intrínsecas decorrentes das relações entre seus entes geométricos.

Outra dificuldade notada a partir da experimentação foi a expressão escrita de conceitos matemáticos e conclusões relativas aos experimentos. Foi notado que os discentes mostraram muita dificuldade em dissertar de forma lógica e com linguagem matemática correta o que acabaram de exercitar de forma concreta. Esse é um problema que deve ser levado em consideração nas propostas de ensino que requerem a participação ativa dos alunos, uma vez que a expressão escrita sobre os resultados de uma observação Matemática deve ser entendida como uma habilidade inerente ao aluno do ensino básico, com vista ao entendimento de que o ensino de Matemática deve se dar de forma indissociável de outras áreas do conhecimento.

Sampaio (2015) investigou, assumindo a orientação fenomenológica, as potencialidades de *softwares* educacionais, especialmente o Geogebra 3D, para a visualização de sólidos geométricos, de seus elementos característicos e investigação de soluções para os problemas de cálculo de volume. Dessa forma, é de se verificar a importância do uso das tecnologias no ensino de Matemática, com a melhoria da compreensão dos aspectos visuais presentes na construção do raciocínio geométrico.

Por meio de uma proposta de intervenção sobre as dificuldades de visualização de formas tridimensionais regulares e de seus elementos para turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, os autores propuseram tarefas de manipulação e identificação das formas, mediadas pelo computador, que objetivaram a exploração visual e permitiram ao mediador trabalhar o conceito de volume de sólidos geométricos de forma mais atrativa aos alunos. Concluiu-se que o uso das tecnologias, contribui para a aprendizagem Matemática à medida que favoreceu o desenvolvimento de habilidades, como, por exemplo, a de investigação das soluções.

Com o interesse de se voltar à análise do uso de tecnologias no ensino de Geometria Espacial, é possível destacar da análise dos trabalhos coletados sobre essa temática a sua contribuição para a aprendizagem significativa. É indiscutível que os alunos de hoje exigem que cada vez mais a escola avance no sentido de inserir as novas tecnologias no ensino. *Tablets, smartphones, netbooks e notebooks* são algumas das ferramentas computacionais que estão presentes no dia a dia de muitos alunos e podem ser utilizados para trazer formas alternativas de ensino no ambiente educacional e até fora dele, como foi o caso da pesquisa em destaque.

Já Sampaio (2016) pesquisou com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental a visualização em Geometria para compreender se com o uso do *software* GeoGebra 3D a aprendizagem geométrica seria favorecida. Seu objetivo foi investigar o modo pelo qual a visualização, possibilitada pelo manuseio do *software* GeoGebra 3D, favorecia a aprendizagem geométrica dos conteúdos da Geometria Euclidiana Espacial, especificamente do volume dos sólidos. Concluiu-se da pesquisa que esse dinamismo permite explorar situações didáticas nas quais seja possível a construção virtual de objetos espaciais que, por meio de exploração, favoreçam a visualização. Tal qual se entende da literatura vigente, a incorporação na sala de aula de atividades

com uso de tecnologias pode favorecer o desenvolvimento de novas competências que impulsionam a curiosidade, a exploração, a iniciativa e o aumento da autoestima.

Tais competências não ficam restritas ao ambiente escolar, mas podem contribuir para a atuação do sujeito no meio em que vive. Nesse sentido, considera-se que é significativo investigar as possibilidades de desenvolvimento da habilidade de visualização que, além de manipular imagens favorecidas por tecnologias digitais, favorece o desenvolvimento da competência leitora e de comunicação do indivíduo.

4.1.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A razão de ensinar Geometria no Ensino Básico se deve em parte ao fato de que os recursos geométricos oferecem um caráter utilitário na resolução de problemas cotidianos das mais diversas naturezas (NASCIMENTO, 2019). A resolução de problemas pode melhorar o aprendizado do aluno, se considerarmos que os problemas são fundamentais na sua formação enquanto cidadão. A BNCC (BRASIL, 2017, p. 264) destaca que “os processos de resolução de problemas, de investigação e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática”. A temática permite que o aluno seja colocado frente a situações problemas desafiadoras, que seja necessário utilizar o raciocínio lógico para encontrar a solução e não somente a utilização de formulas e regras padronizadas e apresentadas pelo professor. É nesse contexto que o aluno se torna agente ativo da formação do próprio conhecimento geométrico ligado à solução de situações reais. A importância desse procedimento está no fato de possibilitar aos alunos a mobilização de seus conhecimentos, bem como a capacidade de gerenciar informações, ampliar seus conhecimentos, desenvolver a autoconfiança e traçar caminhos específicos para a solução. Acredita-se que a resolução de problemas proporciona aos alunos um enfrentamento da Matemática de maneira desafiadora, levando-os a sentir desejo e prazer em resolvê-los (MARQUES; SOUSA, 2013; NASCIMENTO, 2019).

Por outro lado, segundo Salin (2013), é possível perceber que há uma grande dificuldade dos alunos em resolver problemas que envolvam a planificação de sólidos geométricos ou a utilização da planificação para formá-los e interpretar a situação. O autor identificou também as dificuldades apresentadas pelos alunos em distinguir um

exercício de um problema matemático. Estimular no aluno o prazer em resolver situações problemas não é incumbência fácil, muitos são os momentos de dificuldade, obstáculos e erros. Habitualmente, ensina-se a resolver problemas de uma maneira equivocada, fazendo exercícios repetitivos de conteúdos recém-estudados, a fim de fixá-los. Esses exercícios, exclusivamente procedimentais, contribuem para o distanciamento da contextualização e entendimento do mundo real e, conseqüentemente para o baixo rendimento escolar e desmotivação pela Matemática. Já no caso oposto, devem-se envolver explicitamente situações em que seja destacada a necessidade de utilização de modelagem matemática para a solução dos problemas, traduzindo-os para a linguagem matemática, buscando soluções numéricas ou geométricas e, posteriormente significar essas soluções no contexto do problema (NASCIMENTO, 2019).

Fazendo uma relação com o final da década passada, Lobo (2008) trouxe informações sobre a dificuldade em resolver problemas, que parece permanecer na atualidade. O autor já destacava em seu trabalho que o principal fator para a dificuldade dos alunos em solucionar situações-problema envolvendo Geometria Espacial está ligado à falta de interpretação de texto do problema, que, conseqüentemente dificulta a aplicação de expressões algébricas ou de aritmética de forma correta. O autor destaca que a resolução de problemas geométricos contextualizados exige do aluno, além do conhecimento sobre a utilização de expressões algébricas, a tradução satisfatória da linguagem do problema em Língua Portuguesa para a linguagem Matemática para então, a partir do resultado numérico, retornar à linguagem do problema com a solução requerida. De fato, o problema da interpretação de texto é uma constante do aluno em nível básico no Brasil, o que afeta diretamente na aprendizagem efetiva nas diversas áreas do conhecimento que requerem tal habilidade (GRILLO, 2014). A BNCC (BRASIL, 2017) é bem clara quando trata dessa habilidade e destaca a necessidade de “interpretar e compreender textos que empregam unidades de medida de diferentes grandezas, como as de armazenamento, ligadas ao desenvolvimento tecnológico”.

Em adição, diante da importância de trabalhar nos processos de ensino e de aprendizagem, a resolução de problemas na Geometria Espacial para o desenvolvimento intelectual do aluno, as atividades propostas devem despertar a sua

capacidade de criar e de se posicionar de forma crítica, desenvolvendo seu posicionamento frente às situações novas e desafiadoras. Acrescentar problemas no ensino de Geometria seria uma forma de torná-la mais atraente para os alunos e de fazê-los mais participativos na construção dos conceitos matemáticos, desde que as dificuldades relatadas na execução da proposta não sejam detectadas como prioritárias na intervenção. Em situações em que a aprendizagem a partir de resolução de problemas seja dificultada pelos problemas apresentados, faz-se necessárias intervenções direcionadas na tentativa de saná-los.

Nesse sentido, Souza (2019) propõe que os problemas sejam apresentados aos alunos antes mesmo do conteúdo ser abordado. Para o autor, essa ação tem a função de averiguar conceitos e introduzir novos conhecimentos, cuja construção é a última etapa da aprendizagem. Para o autor, a introdução da resolução de problemas deve estar associada à aplicação da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática. Sugeriu-se uma sequência didática na qual foram destacadas o trabalho em grupo, o papel do professor, soluções na lousa, análise conjunta dos resultados, consenso e formalização das soluções. A formação de grupos possibilitou aos alunos uma maior interação com os colegas de classe.

O papel do professor foi o de orientador, observador, mediador e incentivador da aprendizagem. Com o resultado na lousa, os alunos puderam observar seus erros, acertos, os diferentes caminhos que poderiam ser seguidos para obter o mesmo resultado, permitindo que eles fizessem comparações entre os resultados obtidos. Os alunos, também, puderam defender seus pontos de vista em discussão, participando de maneira dinâmica, aprendendo a respeitar a opinião dos colegas e expor suas ideias. Na sequência, o mediador colocou todas as definições, demonstrações e propriedades matemáticas na lousa. Este momento foi importante, pois os alunos aprenderam novas definições, conteúdos e terminologias próprias da Matemática associada à resolução dos problemas geométricos. Na metodologia proposta nessa pesquisa, os alunos se mostraram motivados, colaborando com o desenvolvimento das aulas. No entanto, conscientizá-los da importância do trabalho em grupo foi uma das dificuldades encontradas, visto que eles estavam acostumados a trabalhar individualmente, mostrando uma resistência inicial.

Tortora e Pirola (2016) investigaram a questão: “Quais são as principais características dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental quanto ao desenvolvimento conceitual de figuras planas e a utilização dos conhecimentos declarativos na resolução de problemas envolvendo Geometria Plana e Espacial?”. A análise dos protocolos mostrou que o nível de desenvolvimento conceitual dos indivíduos não tem relação com o ano escolar dos sujeitos. Desta forma, encontrou-se estudantes mais novos com níveis de desenvolvimento conceituais mais avançados a respeito de figuras planas do que alunos mais velhos. Por meio das entrevistas, os participantes apresentaram indícios de desenvolvimento conceitual dos níveis concreto e de identidade.

Com relação às dificuldades apresentadas pelos participantes, com base no desempenho e nas argumentações dos estudantes quanto aos problemas resolvidos, percebeu-se que pelo fato de se encontrarem no nível mais básico com relação ao desenvolvimento conceitual de figuras geométricas (nível concreto), as crianças tiveram dificuldades em reconhecer figuras quando rotacionadas, pois se atinham a um modelo de quadrado e não às características que definem um quadrado.

Os participantes tiveram dificuldades em reconhecer figuras geométricas tridimensionais da mesma classe (regulares ou irregulares) a partir da representação e junção das faces desses sólidos. Faltava aos alunos conhecimentos sobre as propriedades das figuras planas ou espaciais, para que pudessem descrever a respeito de possíveis definições dos objetos tridimensionais. Houve confusão entre as nomenclaturas das figuras planas e dos sólidos geométricos. Os estudantes associavam frequentemente a figura do paralelepípedo ao retângulo, do cilindro ao círculo, da pirâmide ao triângulo e, principalmente, do cubo ao quadrado. Foi identificado que as crianças possuem pouco vocabulário de geometria, apresentando dificuldades em expressar suas ideias oralmente e de forma escrita. Como alternativa, elas utilizaram linguagens próprias (informais) para tentar explicar os atributos definidores de figuras planas e dos sólidos geométricos.

4.1.3 UTILIZAÇÃO DE FÓRMULAS MATEMÁTICAS

Observando as dificuldades de aprendizagem em Geometria Espacial, Costa, Bermejo e Moraes (2009) relataram dificuldades dos alunos chegando à conclusão de que o ensino desse objeto não está se dando de forma satisfatória nas escolas pesquisadas. As principais dificuldades encontradas foram com relação à nomenclatura, representação gráfica dos sólidos ou de seus elementos e ao uso de fórmulas. Diante da tentativa de resolução das situações propostas, os autores destacaram o uso errôneo de fórmulas. Eles notaram que alguns alunos não conseguem identificar os entes geométricos característicos dos sólidos e, quando identificam e representam o sólido geometricamente, não conseguem associá-lo às fórmulas, tampouco estabelecer relações e diferenças entre fórmulas matemáticas para dois sólidos distintos.

Mais recentemente, Moreira (2016) desenvolveu um estudo de campo semelhante, trabalhando a resolução de situações-problema para a determinação do volume de sólidos, com aplicação direta de fórmulas. O autor reforça a importância dessa habilidade para a formação do aluno, que inclusive é destacada pela BNCC (BRASIL, 2017, p. 314) para os últimos anos do Ensino Fundamental, a saber “aplicá-las em situações reais, com ou sem apoio de tecnologias digitais”. O autor trabalhou a inserção de situações simples do cotidiano da criança como o estudo da capacidade volumétrica de copos, caixa de sapato, caixa d’água para utilizar a modelagem Matemática desses objetos com cones, cilindros e paralelepípedos.

Embora com a proposta de intervenção contextualizada, que permite ao aluno a melhor compreensão do significado das fórmulas, a maioria dos alunos (acima de 70% dos entrevistados) não respondeu às perguntas que tratavam do cálculo de volume dos objetos. Estes, julgaram as questões como difícil ou muito difícil, em uma indicação de que a falta de conhecimento de expressões algébricas relacionadas as situações propostas, representa uma dificuldade significativa para a inserção de novas habilidades como compreender e calcular volume de sólidos geométrico e até mesmo dificultar a obtenção dos objetivos com uma abordagem contextualizada.

Ainda sobre a utilização de fórmulas para o cálculo de volumes, Moreira (2016) enfatizou que os resultados são preocupantes (mais de 80% de insucesso) quando a

resolução do problema envolve números fracionários e/ou decimais, sugerindo dificuldades em manipular operações matemáticas básicas e quando as figuras representativas do sólido em questão não são apresentadas. Os autores sugerem que a causa desses resultados insatisfatórios está ligada a problemas de aprendizagem dos alunos em anos anteriores que não foram diagnosticados ou sanados de forma que a aquisição de novos conhecimentos não fosse prejudicada.

4.2 Metodologias Utilizadas no Ensino de Geometria Espacial

No intuito de melhorar o déficit na educação básica brasileira (em especial, em Matemática), a cada dia são requeridas metodologias que possam propiciar ao aluno aquisição de uma aprendizagem mais significativa (CUNHA *et al.* 2019). A contribuição adquirida através da aprendizagem da Matemática é de grande impacto na vida do aluno, pois contribui para o desenvolvimento do raciocínio, da lógica e da coerência. Incluir metodologias que busquem inovar e contextualizar o ensino na sala de aula no intuito de levar o estudante a construir e compreender a Matemática e seus procedimentos que o auxilie na formalização de diferentes conceitos da disciplina, parece ser uma alternativa para facilitar o aprendizado de Matemática (SANTOS *et al.*, 2013).

Desta maneira, as diversas metodologias são importantes para facilitar a atividade docente e o aprendizado dos alunos. Dessa forma, as metodologias testadas oferecem aos docentes, alternativas ao ensino da Geometria com o intuito de aprofundar o conhecimento e diminuir as dificuldades oriundas de outros estágios educacionais dos alunos. Dessa forma, é possível incrementar o ensino e possibilitar alternativas frente ao padrão tradicional ensinado na maioria das escolas brasileiras, onde a lousa e o livro didático são as únicas ferramentas utilizadas frequentemente. Na última década, diversos autores têm trazido metodologias alternativas para a melhoria do ensino de Geometria Espacial (Quadro 2) o que tem provocado a minimização das dificuldades de aprendizagem, dada a atualidade do tema nas áreas de Ensino de Educação Matemática.

Quadro 2. Descrição de metodologias alternativas de ensino de Geometria Espacial encontradas na pesquisa bibliográfica.

Autor (es)	Metodologia de ensino
SEMMER, S.; SILVA, S. C. R.; CESAR, M.; NEVES, D; 2013	<p>Propuseram que os alunos desenhassem tridimensionalmente modelos de sólidos geométricos e fotografassem modelos de sólidos geométricos em ângulos específicos de visão para que pudessem comparar desenhos e fotografias desses modelos com relação às propriedades de figuras planas e espaciais envolvidas. Por meio de uma sequência de atividades, que envolveu técnicas e conceitos de perspectiva e visualização, foi possível vislumbrar a anamorfose como uma ferramenta necessária para auxiliar a aprendizagem de geometria na escola.</p>
BATISTA, M.S.; TITO FILHO, R. N. F.; DANTAS, A. K. L.; HOLANDA, F., 2015	<p>Propuseram que os alunos estudassem a ocorrência de aprendizagem significativa, associada ao estudo da Geometria tridimensional e ao Teorema de Tales. Realizou-se uma oficina de Geometria Espacial onde os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver e compreender na prática objetos tridimensionais com o auxílio de materiais concretos. Analisou-se os alunos no decorrer do desenvolvimento das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, mediada por exercícios de geometria, foi possível avaliar que os princípios básicos para a ocorrência de aprendizagem significativa bem como a sinalização de reconciliação integradora e de diferenciação progressiva puderam ser evidenciados. Pode observar que, a inclusão de trabalhos em sala de aula pode estimular no que se refere a sua capacidade de promover a aprendizagem significativa dos alunos</p>
MACEDO, A,C.; SILVA,J.A.; BURIOL, T. M., 2016	<p>Propuseram o estudo e desenvolvimento de aplicativo para dispositivos móveis <i>AppiRAmide</i> para o estudo de Geometria Espacial por meio da tecnologia de Realidade Aumentada. A ação constitui da utilização de ferramenta computacional que permite, a partir do dispositivo tecnológico, gerar, posicionar e rotacionar objetos virtuais integrados a um cenário real. A partir de questionários e observações foram levantadas as impressões desses alunos sobre o aplicativo, o material</p>

	<p>impresso e a sequência didática. A análise dos resultados obtidos mostrou que os alunos reconheceram o AppiRAMide como uma ferramenta eficiente na visualização tridimensional interativa, na aprendizagem de Geometria espacial, na motivação e ainda, complementa satisfatoriamente o material didático impresso.</p>
<p>SCHRÖETTER, S.M.; STAHL, N.S.P.; DOMINGUES, E.C., 2016</p>	<p>Dividiu a turma em duas partes e utilizou metodologias diferentes de trabalho em cada turma. Para a Turma A, o professor propôs a construção de prismas e pirâmides de bases variadas com palitos e massa de modelar ou bolinhas de isopor, a partir de moldes apresentados. No segundo momento, com os modelos construídos sobre a carteira, foram trabalhados conceitos relativos aos sólidos geométricos, suas propriedades, as formas das faces, a nomenclatura, a identificação dos vértices (representados pela massa de modelar ou a bolinha de isopor) e das arestas (representadas pelos palitos), entre outros aspectos. Na Turma B, os mesmos elementos foram abordados, porém, restringindo-se apenas à visualização dos sólidos no livro didático. A aplicação de um teste nos dois grupos possibilitou verificar valores expressivos de acertos para os alunos da turma que realizou a construção física dos sólidos geométricos.</p>
<p>(STAMBERG; STOCHERO, 2016)</p>	<p>Propuseram a inclusão de jogos de tabuleiro denominados “Corrida Matemática”, “Dominó Matemático”, Tangram e Sólidos Geométricos. O processo de criação desses materiais, levou em consideração fatores que pudessem estimular o raciocínio lógico durante o desenvolvimento das atividades. A metodologia de ensino utilizada na sala de aula, buscou-se estimular os alunos, tornando esse processo mais agradável e interativo, de forma a unir o lúdico aos conceitos matemáticos, considerando os benefícios reais da utilização dos jogos e de materiais concretos. Diante disso, foi aplicado ao grupo de discentes um questionário a fim de identificar a percepção desses quanto ao método</p>

	<p>utilizado. Como resultado, pôde-se perceber a aceitação e a efetividade da metodologia dentro da sala de aula.</p>
(LIMA, 2017)	<p>Fez a inclusão dos jogos e atividades lúdicas nas aulas, por serem recursos pedagógicos que apresentam bons resultados, pois criam situações que permitem ao aluno desenvolver métodos de resolução de problemas, estimulando sua criatividade e participação. Foi proposto as atividades e jogos como metodologia de ensino da Geometria Espacial. Objetivando investigar sobre a importância dos jogos matemáticos para o aprendizado do aluno, como o mesmo podem contribuir para o desenvolvimento, em especial no que diz respeito ao conhecimento matemático geométrico. Para o desenvolvimento do trabalho foi utilizado materiais de baixo custo, como, jujubas e palitos de dentes para a construção de sólidos geométricos com os alunos. O jogo dominó geométrico, também foi aplicado e se mostrou viável ao ensino lúdico, o que facilitou a aprendizagem dos estudantes.</p>
SILVA; VICTER, 2017	<p>Propuseram a inserção do <i>software</i> GeoGebra 3D como recurso tecnológico a ser utilizado pelos alunos, com base na Teoria da Aprendizagem Significativa. Objetivando a demonstração de como a manipulação das figuras tridimensionais a partir do recurso tecnológico pode facilitar a visualização dos sólidos geométricos, com vistas à identificação de seus elementos principais e nomenclaturas. A metodologia utilizada foi o estudo de caso, com a particularidade de desconhecer o software utilizado. Foi observado que, através dos procedimentos, é imprescindível a procura por atividades que despertem no aluno o desejo de adquirir conhecimentos geométricos, compreender significativamente tais conceitos e utilizá-los corretamente, o que requereu participação ativa dos alunos.</p>
ROCHA; MOREIRA, 2017	<p>Propuseram a didática do ensino de Geometria Espacial inter-relacionadas com uso de tecnologias digitais e materiais concretos dinâmicos. Os autores utilizaram as teorias embaçadoras da proposta se reportando à Taxonomia de Bloom</p>

	<p>(TB) e à Sequência Fedathi (SF). Além disso, o <i>software</i> de Geometria Dinâmica <i>Elica</i> foi utilizado para trabalhar a visualização desses sólidos nas suas diferentes vistas. Os resultados mostraram que o planejamento didático da aula, com base na TB e SF, aliado à inserção de tecnologias, estimulam, dirigem e envolvem, eficientemente, a ação docente, o objeto do saber da Geometria Espacial, em conformidade com os conhecimentos prévios e motivação dos alunos.</p>
<p>BOITO, P.; SILVA, J. T.; BORBA, M. C. (2018)</p>	<p>Utilizaram de ferramentas pedagógicas diversificadas, por entenderem que a diversidade contribui para a compreensão mais significativa dos conceitos pelos alunos. O assunto foi a introdução à geometria espacial, especialmente, as características dos objetos geométricos tridimensionais, utilizando como base o hexaedro. Para tal, empregamos recursos didáticos pedagógicos diversificados, como elaboração de projeto virtual, construção de maquete, planificação do hexaedro a partir de uma estrutura sólida e relatório de atividades. A utilização desses recursos se deu por contribuírem para o desenvolvimento da temática escolhida e se mostrarem significativos para os alunos.</p>
<p>IGLIORI, S. B. C.; COSTA, F. A.; ALMEIDA, M. V., 2018</p>	<p>Propuseram o estudo com o auxílio do <i>WordPress</i>. As formas geométricas foram estudadas com auxílio da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, dos níveis de Van Hiele e da noção de organizador genérico de David Tall. O trabalho, também, sugeriu a manipulação dos modelos virtuais de sólidos geométricos com o <i>GeoGebra</i>, como ferramenta complementar facilitadora da aprendizagem.</p>
<p>SILVA; SANTOS, 2018</p>	<p>Analysaram tarefas de Geometria que envolviam representações bidimensionais de construções com políedros retiradas de provas de avaliação externa. Por meio de uma metodologia de natureza interpretativa, com recolha documental das próprias provas, das resoluções produzidas pelos alunos e dos depoimentos dos mesmos registrados em vídeo durante entrevistas, os autores puderam encontrar falhas importantes no</p>

	conhecimento envolvido na visualização de construções com policubos representados bidimensionalmente.
CUNHA, C. R.; AMORIM, A. A.; SOUZA, A. C. R.; SILVA, R. J., 2019	Estudaram a geometria espacial com Sala de Aula Invertida (SAI), apresentando uma proposta pedagógica fundamentada na metodologia didática da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. Objetivando tornar o ensino da matemática mais atraente e próxima à realidade dos alunos, permitindo a integração de conteúdos prévios e conteúdos novos, com o apoio das tecnologias digitais. Com a implementação dessa proposta, espera-se que esse modelo de atividades contribua para o desenvolvimento da aprendizagem significativa em Geometria Espacial
RODRIGUES; KAIBER, 2019	Estudaram o uso de geometria espacial através de tecnologias digitais, objetivando investigar as contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem, com recurso às tecnologias digitais, para o desenvolvimento de conceitos da Geometria Espacial. Foi tomado como referência o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Os resultados mostraram que o recurso às tecnologias digitais, especialmente a utilização do software GeoGebra, possibilitou a visualização, construção e movimentação de diferentes objetos geométricos permitindo identificar propriedades, analisar, conjecturar e propor soluções e com isso, percebeu um avanço dos alunos do nível de visualização para o nível de análise e indícios da transição desse nível para o de dedução informal.
SCALABRIN; MUSSATO, 2019	Investigaram a contribuição do uso do <i>software</i> GeoGebra 3D no desenvolvimento de habilidades espaciais, através da elaboração de um produto, cujo objetivo é apresentar um material de apoio didático pedagógico visando explorar construções realizadas através do <i>software</i> GeoGebra 3D. Os autores discutiram os processos de aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial à luz do modelo de Van Hiele, de modo que os alunos desenvolvam habilidades de visualização espacial que possam contribuir para a

	<p>representação mental dos objetos tridimensionais e a formalização dos conceitos geométricos de poliedros: prismas e pirâmides. Pretendendo que esse produto possa estimular nos professores de Matemática o anseio de produzir novas construções ou adaptações das atividades realizadas, utilizando tecnologias digitais comuns ao cotidiano dos alunos</p>
<p>BRAIDA, F.; VERTUAN, R. E.; ANDRADE, R. M. D., 2019</p>	<p>Utilizaram em seus estudos a utilização de jogos no ensino de Geometria Espacial. Evidenciando como a Gramática da Forma e o uso dos jogos de blocos de montar podem subsidiar as estratégias didáticas para o ensino lúdico das transformações geométricas. O trabalho discutiu o uso do LEGO Digital Designer como recurso didático para o ensino. O jogo se mostrou como uma opção para o ensino do tema, sobretudo em relação às transformações geométricas. Finaliza com a apresentação do LEGO Digital Designer como material didático capaz de contribuir para a exploração do pensamento geométrico, criativo e lógico-matemático.</p>
<p>SANTOS, M. I. G.; BREDÁ, A. M. R. D.; ALMEIDA, A. M. P., 2020</p>	<p>Estudaram a aprendizagem de alunos com Disfunção do Espectro do Autismo através de um Ambiente Digital. A utilização da tecnologia é referido como uma forma eficaz de trabalhar o conteúdo acadêmico com crianças com PEA, possibilitando a criação de ambientes criativos e construtivos onde se podem desenvolver atividades diferenciadas, significativas e de qualidade. Objetivando relatar os principais resultados obtidos com crianças com PEA utilizando o ambiente digital Learning Environment on Mathematics for Autistic Children desenvolvido, particularmente, no que se refere à promoção das suas capacidades matemáticas fundamentais em geometria. O “PISA 2015 Mathematics Framework” foi a base teórica utilizada para a recolha dos dados, cuja análise, para além de situar o pensamento geométrico dos alunos participantes entre parcialmente estruturado e estruturado, apontou, também, para o redesenho de algumas das atividades implementadas no</p>

	<p>ambiente digital, tendo em vista a promoção do pensamento geométrico.</p>
<p>SANTOS; ANDRADE, 2020</p>	<p>Estudaram o campo para investigação e aprimoramento da forma mais adequada para utilização de material produzido em 3D. Na ocasião, os estudantes usaram conhecimentos adquiridos em sala para atuar sobre o problema que permeia várias instituições de ensino: a falta de material didático para uso em atividades práticas. Apresentaram uma proposta de aplicação para a impressora 3D no contexto educacional, associando a resolução de problemas. Utilizando a metodologia ativa Design Thinking para auxiliar no processo, construindo ideias e protótipos para uso como material didático. Os resultados apontam que a impressora 3D pode facilitar o ensino de conteúdos que compõem o currículo escolar, seja estimulando os estudantes na construção de modelos ou fazendo uso de modelos prontos como material didático</p>
<p>RIBEIRO, 2021</p>	<p>Estudaram uma proposta de sequência didática sobre quadriláteros notáveis pautada no uso das técnicas de dobraduras como ferramenta de aprendizagem de Geometria Espacial. A atividade propôs uma avaliação diagnóstica para detectar dificuldades relacionadas ao conteúdo, passando pela organização dos recursos, o passo a passo para a confecção do material manipulável com os estudantes e finalizando com uma sugestão de avaliação de aprendizagem. Chegou-se a conclusão que o uso das técnicas de dobraduras apresentadas, correlacionado com os conhecimentos geométricos adquiridos durante todo o processo, facilitam a identificação, diferenciação e classificação das formas geométricas, Em suma, o trabalho foi desenvolvido na expectativa de contribuir com uma sequência didática com uso de dobraduras de papéis, criando uma opção criativa para que os professores de Matemática potencializem o instinto inovador e engenhoso nos estudantes.</p>

De forma mais detalhada, a pesquisa de Lima (2017), investigou sobre a importância da construção de objetos tridimensionais com materiais acessíveis e do uso de jogos matemáticos como facilitador do ensino e, também, do aprendizado do aluno. O autor concluiu que eles podem contribuir para o desenvolvimento do conhecimento geométrico de figuras planas e espaciais, do pensamento lógico dos educandos. Os materiais que foram escolhidos se tratam de Jujubas e palitos de dentes, construção de sólidos geométricos e o dominó geométrico, que vieram a se tornar técnicas bem aplicáveis, eficazes e divertidas.

Aplicáveis, pois, se tratam de matérias de baixo custo que não são difíceis de encontrar; eficazes, pois os alunos conseguiram um bom índice de aproveitamento e assimilação do conteúdo; divertidas porque motivou os alunos a participarem das aulas com maior entusiasmo. Lima (2017), trabalho concluiu que os jogos ou atividades podem sim ser aplicados no Ensino Fundamental, dos anos iniciais até os anos finais, conforme a dificuldade dos alunos, para assim ter um melhor ensino e uma melhor aprendizagem, gerando resultados promissores e relevantes para os alunos.

Para Semmer *et al.* (2013), a interpretação visual no estudo de Geometria compreende figuras, desenhos e sua compreensão de propriedades passam pelo processo de desenhá-las. Os mesmos autores propuseram desenhar tridimensionalmente modelos de sólidos geométricos; fotografar modelos de sólidos geométricos em ângulos específicos de visão e comparar desenhos e fotografias desses modelos com propriedades de figuras planas e espaciais.

Para alcançar esses objetivos, foi necessário realizar, conjuntamente com os sujeitos da pesquisa, um estudo sobre anamorfose, voltado à análise de imagens, à composição de fotografias e à compreensão de perspectiva. Dessa forma, foi possível vislumbrar a anamorfose como uma ferramenta necessária para auxiliar a aprendizagem de Geometria na escola e o fato de conectar Geometria Projetiva com Geometria Espacial motivou os estudantes a visualizarem Geometrias ao seu redor, a entenderem as aplicações da anamorfose e a utilizarem nas aulas de Matemática.

A perspectiva que se tem do ensino no século XXI, está voltada para que o aluno seja protagonista de sua aprendizagem, buscando fazê-la de forma mais autônoma com o apoio, por exemplo, de tecnologias digitais. Assim, o contexto da

Sala de Aula Invertida (SAI) vem sendo adotado em escolas brasileiras com a possibilidade que o professor integre ferramentas computacionais no ensino (CUNHA *et al.*, 2019).

Os avanços tecnológicos têm proporcionado mudanças no foco das pesquisas científicas educacionais em todo o mundo a partir dos impactos que a era digital tem causado sobre diversas áreas de conhecimento. A docência e o ensino se incluem nesse contexto de revolução e precisaram se adaptar para acompanhar as descobertas e novas tecnologias, com vista à vivência do cidadão em sociedade. Os benefícios estão sendo testados e várias pesquisas estão sendo publicadas para melhoria do ensino e aprendizagem geométrica. Segundo Rodrigues e Kaiber (2019), nos últimos anos a utilização de tecnologias digitais no Ensino Matemática tem influenciado pesquisas relativas ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, bem como a postura e ação dos professores. Os mesmo autores afirmaram ainda que:

Entende-se que proporcionar um ambiente favorável à construção do pensamento geométrico ao longo da trajetória escolar não está somente atrelada à utilização de recursos para manipulação e experimentação com a utilização de tecnologias digitais ou outras. É necessária uma perspectiva de desenvolvimento curricular que incorpore uma tomada de decisão sobre porque ensinar Geometria, o que ensinar e como ensinar considerando a natureza dos objetos geométricos e as especificidades do desenvolvimento do pensamento geométrico. Nesse sentido encontra-se no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele possibilidades de articulação do que ensinar e como ensinar Geometria motivo pelo qual se passa a destacar aspectos desse modelo. (p. 153)

Os trabalhos de Santos *et al.* (2020) que avaliaram alunos com Disfunção do Espectro do Autismo por meio de um ambiente digital, utilizaram como metodologia o ambiente digital *Learning Environment on Mathematics for Autistic Children* desenvolvido pelo “PISA 2015 *Mathematics Framework*” para testar o raciocínio Geométrico em Alunos com autismo por meio de um ambiente digital, a fim de avaliar a adequação científico-pedagógica das atividades prototipadas com enfoque no desenvolvimento do raciocínio matemático e no nível do pensamento geométrico dos alunos. Foram selecionadas, do total das 32 atividades disponíveis no LEMA, [das iniciais em inglês de *Learning Environment on Mathematics for Autistic children*] 11

atividades para cada aluno, tendo em conta o seu perfil funcional e as capacidades subjacentes ao raciocínio matemático a serem desenvolvidas, perfazendo um total de 44 tarefas realizadas. Para cada aluno, após a escolha das atividades matemáticas, construiu-se um grafo regulando a sequência como as atividades seriam lançadas no ambiente digital LEMA.

Na construção deste grafo foram consideradas, as capacidades matemáticas de cada um deles e o nível de dificuldade das atividades. Dessa forma, constataram que os alunos que participaram deste estudo melhoraram o desempenho ao nível do raciocínio geométrico ao interagir com o ambiente digital, mostrando ter um raciocínio geométrico parcialmente estruturado ou estruturado a partir da interação com o LEMA. Isso deu porque o protótipo desenvolvido é intuitivo, de fácil utilização, de navegação simples, incentivando o desenvolvimento do raciocínio, na medida em que reforça a consolidação das aprendizagens matemáticas. Os autores ainda afirmaram que pode ser utilizado por qualquer criança/jovem com ou sem necessidades educativas, dado que apresenta níveis de flexibilidade e adaptação das atividades incorporadas tendo em conta as especificidades dos utilizadores.

O estudo de atividades matemáticas para o ensino de quadriláteros e Geometria Espacial para os anos finais Ensino Fundamental no ambiente *WordPress* foram estudados por Iglioni *et al.* (2018). Na pesquisa, utilizaram elementos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, os níveis de Van Hiele e a noção de organizador genérico de David Tall. No artigo, é sugerida a manipulação dos modelos virtuais de sólidos geométricos, com o GeoGebra. O organizador genérico é, então, composto pelas três atividades com poliedros convexos. O mesmo foi verificado por Scalabrin e Mussato (2019) ao investigar a contribuição do uso do *software* GeoGebra 3D no desenvolvimento de habilidades espaciais e, discutir os processos de aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial, à luz do modelo de Van Hiele. Encontraram que, com a aplicação desse produto aos alunos, foi possível favorecer a inserção das tecnologias digitais, visando que os alunos se apropriem do conhecimento, evoluindo nos níveis de raciocínio e desenvolvendo habilidades de visualização espacial. O design das atividades exibidas objetivou oferecer meios para que a professora pesquisadora, explorasse os conceitos geométricos dos conteúdos abordados de forma experimental, ou seja, realizando construções e planificações

com o GeoGebra, buscando manipular os objetos construídos com os recursos visuais que o *software* dispõe. Ademais, os autores indicaram que este produto educacional pode servir como referência para auxiliar os professores de Matemática na elaboração de propostas de ensino com o uso do *software* GeoGebra, e para que despertar o anseio de produzir novas reconstruções das atividades realizadas, utilizando tecnologias digitais comuns ao cotidiano dos alunos.

A inserção do *software* GeoGebra 3D como recurso tecnológico a ser utilizado pelos alunos, foram estudados por Silva e Victor (2017) onde se investiga sua contribuição para a aprendizagem significativa dos conceitos da geometria espacial, buscando estratégias que consolidem a aprendizagem desse saber envolvendo os conceitos de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas em escola da rede estadual do Rio de Janeiro. Os pesquisadores observaram, por meio dos procedimentos, que é imprescindível a procura por atividades que despertem no aluno o desejo de adquirir conhecimentos geométricos, compreender significativamente tais conceitos e utilizá-los corretamente, o que requereu participação ativa dos estudantes. Essa participação do estudante, em que o mesmo protagoniza a ação pedagógica, é o que traz a possibilidade de melhoria aos processos de ensino e de aprendizagem. Ainda com a utilização do *software* GeoGebra na abordagem da Geometria Espacial e sua contribuição para a Aprendizagem significativa, vale registrar a consolidação da teoria em estudo ao examinar os resultados positivos da pesquisa quanto à autonomia na construção dos sólidos e sua identificação peculiar. A ideia de agregar o GeoGebra às aulas de Geometria se ajustou de maneira bastante propícia ao conceito da geometria tridimensional, pois o *software* permitiu gerar sólidos de revolução a partir da janela 3D, em que é possível construir sólidos espaciais, como prismas, pirâmides, cones, cilindros, esferas e outros. A apresentação do programa despertou a participação interativa dos alunos, o que dinamizou a abordagem dos conceitos geométricos e a visualização dos sólidos.

A didática do ensino de Geometria Espacial inter-relacionadas com uso de tecnologias digitais e material concreto com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental foram investigadas por Rocha e Moreira (2017). Os autores utilizaram as teorias embaçadoras da proposta se reportando à Taxonomia de Bloom e à Sequência Fedathi, com o uso do *software* de Geometria Dinâmica *Elica*, juntamente com seus

aplicativos. O *Elica* se trata de um programa de computador bastante recomendável para o ensino de Geometria Espacial pela facilidade com que permite que o estudante veja a planificação dos sólidos geométricos. Para a atividade foram usados o computador munido do *software* educacional *Elica*, e, ainda, a seleção de material concreto, ambos utilizados na aula que trabalha sobre sólidos geométricos, para turmas do 6º ano do Ensino Fundamental. A professora resolveu utilizar o material concreto, os modelos fornecidos, em folha A4, de cada sólido geométrico, com os discentes trabalhando em conjunto. Na medida em que eles iam cortando e colando cada sólido, a professora indagava cada equipe, sobre o que estava fazendo, qual o sólido que ela estava trabalhando e quais eram as características principais daquele sólido. Lembrando que, sempre que possível, fazia relação com o que tinha sido trabalhado com o *software* *Elica* - *Origami Nets*.

Realizada a atividade com o uso de computador munido de *software* e material concreto, a professora fez um fechamento, também, juntamente com os discentes, buscando reforçar e relembrar tudo aquilo que foi aprendido durante a aula sobre sólidos geométricos. Nesse momento, a professora preferiu fazer afirmações sobre o que foi aprendido (ROCHA; MOREIRA, 2017):

Todo prisma tem duas bases iguais e depende da natureza dessa base”; “a pirâmide tem uma base, um vértice oposto à sua base e, também, depende da natureza dessa base”, “o cilindro tem duas bases iguais e circulares”, “não confundir prisma com cilindro”; “o cone tem uma base circular e um vértice oposto à sua base”; “não confundir pirâmide e cilindro (p. 13).

Os resultados encontrados demonstraram que o ensino de Geometria Espacial com base na Taxonomia Bloom e Sequencia Fedathi, aliado à inserção de tecnologias possibilitou o alcance dos objetivos educacionais como suporte ao planejamento das aulas e procedimento de ensino. A metodologia de ensino Sequência Fedathi foi essencial para nortear a postura docente e alcance da meta de estimular o aluno como protagonista da cena pedagógica. Dessa forma, estimularam, dirigiram e envolveram a ação docente e o objeto do saber da Geometria Espacial, em conformidade com os conhecimentos prévios e motivação dos alunos.

A inserção de novas tecnologias em sala de aula pode oferecer ferramentas para potencializar a construção de conhecimentos em sala de aula, ao passo que, os professores precisam pesquisar e experimentar novas formas viáveis de ensinar a

partir de metodologias inovadoras (MACEDO *et al.*, 2016). Os mesmos autores estudaram o desenvolvimento do aplicativo para dispositivos móveis *AppiRAmide* para o estudo de Geometria Espacial por meio da tecnologia de realidade aumentada (constitui de técnicas computacionais que a partir de um dispositivo tecnológico, geram, posicionam e mostram objetos virtuais integrados a um cenário real), usando dispositivos móveis. As análises realizadas apontaram para os seguintes aspectos: (i) os alunos se mostraram receptivos quanto ao uso de dispositivos móveis em sala como recurso pedagógico; (ii) A RA contribuiu na motivação e interação dos alunos com relação ao conteúdo da aula; (iii) os alunos reconheceram o *AppiRAmide* como uma ferramenta eficiente na visualização de objetos tridimensionais, e isso contribui a aprendizagem do conteúdo abordado. Em suma, a utilização dessa estratégia é mais uma possibilidade para utilização de dispositivos móveis em sala de aula como um recurso pedagógico (MACEDO *et al.*, 2016).

A utilização de jogos no ensino de Geometria Espacial foi estudada por Braida *et al* (2019). Os autores discutiram o uso de jogos como o LEGO Digital Designer como recurso didático para o ensino da Geometria, como uma opção para o ensino de conteúdos matemáticos, sobretudo em relação às transformações geométricas. Ademais, concluíram que embora esse seja um jogo de entretenimento, sua utilização como jogo educativo pode proporcionar um maior engajamento dos alunos em situações de ensino e de aprendizagem mais descontraídas, altamente propícias para o desenvolvimento da criatividade e da introjeção de conteúdos geométricos.

Com o LEGO Digital Designer podem ser exploradas atividades de construção de formas simétricas, resultantes de movimentos de rotação e translação, habilidades presentes na BNCC. É nesse sentido que esse jogo se apresenta como uma alternativa para os licenciados em Matemática, os quais possuem como desafio a busca por materiais didáticos que visem superar as estratégias baseadas unicamente nas abstrações e façam com que registros de representações figurais sejam possíveis para o melhor entendimento das formas tridimensionais.

Vários outros trabalhos de pesquisa buscam descobrir e aprimorar formas de ensino para Geometria. Silva e Santos (2018), analisaram tarefas de Geometria que envolviam representações bidimensionais de construções com policubos retiradas de provas de avaliação externa. Os autores avaliaram os processos mentais usados

pelos alunos na resolução dos problemas, bem como as dificuldades sentidas neste processo. Essa avaliação se deu com metodologia de natureza interpretativa, com recolha documental das provas, das resoluções produzidas pelos alunos e dos depoimentos dos mesmos registrados em vídeo durante entrevistas. A pesquisa relatou dificuldades importantes no conhecimento envolvido na visualização de construções com polícubos representados bidimensionalmente. A raiz dessa estruturação espacial errada parece ser a incapacidade de coordenar e integrar as vistas de uma construção para formar um modelo mental coerente e único. Os autores concluíram, também, que alguns alunos na faixa etária entre onze e doze anos ainda têm dificuldade em relacionar representações em perspectiva com os sólidos que elas representam, bem como na visualização de partes ocultas de objetos apresentados de forma gráfica. Os resultados obtidos evidenciam a necessidade simultânea de capacidades de visualização, de estruturação espacial e de estratégias organizadas de contagem de cubos em uma construção com polícubos.

A própria construção de materiais didáticos tem como prioridade possibilitar e facilitar aos alunos a aquisição do conhecimento, oportunizando o contato com diversos materiais concretos educativos, estáticos ou dinâmicos, em um ambiente prazeroso e aconchegante, visando instigar a criação de estratégias na busca de solução de problemas. Também, é necessário, por parte dos educadores, atrair a atenção do aluno, tornando-o participante dos processos de ensino e de aprendizagem, sendo esse um desafio no atual contexto educacional, de maneira que se faz imprescindível buscar aporte em diferentes metodologias de ensino (STAMBERG; STOCHERO, 2016).

Kaleff (2015) destaca bem o quanto é importante o papel do professor como mediador e da importância na utilização de materiais concretos para facilitar a percepção espacial dos educandos, objetivando facilitar o desenvolvimento da habilidade de visualização geométrica:

Na sala de aula, é importante que, como professores, estejamos atentos para o fato de que, no caso do aluno necessitar visualizar um objeto geométrico, um modelo concreto dele pode servir de representação visual ou tátil para gerar uma imagem mental desse objeto (é importante ser lembrado que, apesar de bem desenvolvidas, nem sempre as imagens virtuais computadorizadas permitem esse processo). Esta primeira imagem real dá partida a um processo de raciocínio visual/tátil no qual, dependendo das

características do objeto, o aluno recorre à habilidade da visualização para executar diversas operações mentais, as quais geram outras imagens mentais ou representações do objeto. Essas podem ser expressas por meio de um desenho ou de outro modelo físico do objeto. É por essa razão que a utilização de uma grande variedade de modelos manipulativos concretos táteis representantes de uma mesma ideia geométrica, pode auxiliar o aluno a reconhecer que algumas propriedades do objeto geométrico transcendem suas propriedades materiais, tais como tamanho, cor e textura e, portanto, pertencem ao mundo ideal da Geometria (p. 84)

Em muitas situações o entusiasmo do professor não contagia os educandos dificultando assim a assimilação dos conteúdos. Lindote (2019), em sua pesquisa afirma que:

Outra dificuldade a ser superada diz respeito à utilização de materiais concretos e manipuláveis diversificados ou de outras ferramentas e metodologias pedagógicas de modo a facilitar a visualização de aspectos e propriedades existentes nas figuras geométricas, e a confirmação de resultados e teoremas, os quais fazem parte do conteúdo de geometria (p. 18).

Nesse sentido, Schroetter *et al.*, (2016) afirma que aliando a teoria à prática, a construção de sólidos geométricos pelo educando além de permitir o manuseio e a descoberta das propriedades, possibilita fazer a distinção entre as formas espaciais dos sólidos e as formas planas das suas faces, estabelecer diferença entre figuras tridimensionais e bidimensionais, nomear os sólidos, identificar arestas e vértices, além de perceber as semelhanças e diferenças existentes entre eles.

Santos (2015) fez uma investigação quanto à eficácia do uso de materiais concretos para o ensino de Geometria Plana e Espacial e considerou que o aprendizado dos conteúdos matemáticos não se restringe apenas em lidar com conhecimentos abstratos, partindo da hipótese de que outros conhecimentos, como os concretos e manipuláveis, podem ser mais eficazes para lidar com as sutilezas.

Sobre essa utilização de modelos concretos, Andrade (2014) em sua proposta para o ensino de Geometria Espacial afirma que a figura geométrica pode ser observada e manuseada em várias posições e angulações, tornando o registro da imagem mental mais dinâmico. Com isso, o aluno poderá explorar melhor as propriedades do objeto, fazer conjecturas e tirar conclusões sobre o mesmo. O autor conclui que a Geometria Espacial pode e deve ser um conteúdo leve e divertido, que

por meio da interação faz o aluno armazenar as informações e não esquecê-las, dando assim eficácia na aprendizagem e melhores resultados em avaliações.

Penha (2019) elaborou e aplicou de uma sequência didática para o ensino de Geometria Espacial, utilizando materiais manipuláveis, com a proposta de promover uma abordagem diferente da tradicional, criando condições de aprendizagem e aproximando o ensino a realidade dos alunos, propiciando um aprendizado mais significativo. E como resultado desse processo, observou-se um crescente interesse dos alunos em relação ao trabalho proposto, afirmando que o que era resistência tornou-se motivação para um novo processo de aprendizagem. A metodologia de ensino foi escolhida levando em consideração os aspectos socioculturais da vida dos alunos, tentando aproximar os conteúdos escolares da Geometria com aspectos da sua vida cotidiana.

O conhecimento dos conceitos relativos à Geometria Espacial básica, processos mentais relativos à aprendizagem significativa a partir de atividades de descobrimento/exposição de atributos criteriosais em materiais concretos representando formas geométricas foram estudados por Viana (2011), que afirma:

No caso da geometria, a avaliação do conhecimento prévio dos alunos e a organização da estrutura conceitual hierárquica do conteúdo são aspectos imprescindíveis para a confecção de material apropriado, para a elaboração da sequência de atividades e para a metodologia a ser adotada em um processo de ensino e aprendizagem significativa. A mediação do professor pode levar os estudantes a refletir sobre suas ideias e compará-las com as dos colegas, de forma a favorecer os processos cognitivos de diferenciação progressiva e de reconciliação integrativa – aspectos fundamentais para a aprendizagem significativa subordinada, superordenada ou combinatória –, além de permitir a produção de sentidos na realização dessas tarefas. A identificação dos conhecimentos prévios dos alunos poderia, então, passar por duas fases: na primeira, a identificação de conceitos subsunçores dar-se-ia de modo mais objetivo, em que haveria a necessidade de verbalização das ideias. Já a outra fase de identificação dar-se-ia durante o processo de ensino e aprendizagem, provocando os avanços, os recuos, a retomada, as complementações de material, as mudanças na metodologia etc. Seria uma fase descontínua, dinâmica, em que seria possível identificar as ideias implícitas por meio de palavras, de gestos, de ações físicas, tentando explicar os conceitos, etc. (p.18).

O conhecimento de Geometria nas aulas de Matemática foram investigados no trabalho de Schroetter *et al.* (2016). O trabalho destacou o ensino e a aprendizagem de elementos relacionados aos sólidos geométricos, especialmente a prismas e pirâmides. Os autores concluíram que o método de construção manual dos sólidos geométricos, mostrou-se uma dinâmica de ensino possível de ser aplicada. Em um primeiro momento, houve a construção de prismas e pirâmides de bases variadas com palitos e massa de modelar ou bolinhas de isopor, a partir de moldes apresentados pelo professor. No segundo momento, com os modelos construídos foram trabalhados conceitos relativos aos sólidos geométricos, suas propriedades, as formas das faces, a nomenclatura, a identificação dos vértices (representados pela massa de modelar ou a bolinha de isopor) e das arestas (representadas pelos palitos). No terceiro momento, foi solicitado aos educandos que montassem em seu caderno de notas uma tabela com o nome de cada sólido construído e o número de faces, arestas e vértices relacionados.

Além de possibilitar a visualização dos conceitos espaciais, a ação permitiu que os alunos se tornarem sujeitos ativos na construção de seus conhecimentos. Os alunos se sentiram motivados pela temática da aula e apresentaram confiança na própria capacidade e na dos colegas para construir conhecimentos em Matemática. Deve ser evidenciada a postura participativa nas atividades em sala de aula, em um trabalho colaborativo, respeitando a forma de pensar e as atitudes dos companheiros, assim como a busca pelo capricho e beleza assumida por eles ao optarem pela aplicação de tintas coloridas nos palitos e nas bolinhas de isopor com o objetivo de facilitar a identificação dos elementos geométricos em destaque nas figuras produzidas.

É sabido que situações sistematizadas e concretas podem proporcionar ao educando um modo diferente de ampliar o seu desenvolvimento cognitivo e efetivar uma aprendizagem significativa. Isso foi constatado pela pesquisa-ação realizada e descrita por Emmel *et al.* (2018) nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A análise dos resultados evidenciou a necessidade da utilização do lúdico, ambientes diferenciados e equipados com materiais concretos, qualificando os processos de ensino e de aprendizagem no ensino de Matemática.

A reutilização de materiais na construção dos sólidos geométricos para aplicação didática no ensino de Geometria Espacial foi utilizada por Troian *et al.* (2015). Os autores perceberam que os alunos se sentem motivados desenvolvendo a capacidade de resolver exercícios matemáticos de Geometria Espacial, alertando-os para a importância da interpretação correta, além de despertar a atenção para o tema meio ambiente.

Santos *et al.* (2013) averiguou que os materiais concretos podem servir como ferramentas intermediárias para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído.

Lorenzato (2006, p. 21) já afirmava que:

[...] convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (LORENZATO, 2006, p. 21).

O autor já sugeria fazer uma reflexão sobre a utilização de material didático manipulável (MD) no ensino de Matemática, defendendo para tal, a inserção efetiva da temática nos cursos de formação de professores, uma vez que são nestes ambientes de formação inicial que os professores deverão ter o primeiro contato com propostas metodológicas alternativas ou inovadoras, aprendendo a utilizá-las com objetivo educacional (LORENZATO, 2009).

A importância de integrar ferramentas diferenciadas no ensino da Matemática, por meio da ludicidade e de material concreto também foi estudada por Stamberg e Stochero (2016). Os autores trabalharam a confecção e utilização de jogos tais como o “Corrida Matemática” e o “Dominó Matemático”. O processo de criação desses materiais levou em consideração fatores que pudessem estimular o raciocínio lógico durante o desenvolvimento das atividades, por exemplo, com a construção das “Torres de Hanói”. Construiu-se, também, o “Tangram”, um tipo de quebra-cabeça que possui como finalidade facilitar a compreensão das formas geométricas. Dentre o que já foi desenvolvido, pode-se citar os sólidos geométricos que contribuem no estudo da Geometria Espacial. Outra ferramenta desenvolvida foi o Geoplano, material auxiliar no aprendizado de aspectos da geometria plana envolvida na descrição dos sólidos.

4.2.1 IMPRESSÃO 3D COMO RECURSO TECNOLÓGICO EDUCACIONAL

As práticas pedagógicas e as metodologias de ensino vêm sendo aprimoradas e dessa forma acompanhando as novas tecnologias, na Matemática não seria diferente, já que é uma disciplina que requer na maioria das vezes a utilização de objetos e material concreto para sua efetividade e melhor aprendizado por parte dos educandos.

Atualmente os recursos tecnológicos e os ambientes digitais despontam como aspectos de transformação para o ensino da Geometria Espacial. Os ambientes digitais e tecnológicos podem proporcionar melhoria no ensino e levar o aluno para aprender com a prática. No contexto do uso de materiais concretos para o ensino de Geometria Espacial, nos últimos anos vem se destacando a confecção e manipulação de objetos tridimensionais produzidos pela técnica de impressão 3D (SANTOS; ANDRADE, 2020).

A impressão 3D se caracteriza como uma tecnologia para a fabricação de objetos/modelos tridimensionais a partir da deposição de sucessivas camadas do material de interesse, em uma superfície de trabalho de uma impressora 3D, a partir do projeto de seu *design* pelo usuário e recorrendo a um *software* associado ao equipamento. Atualmente, a maioria das aplicações em impressão 3D envolve a utilização de filamentos produzidos com material polimérico comercial para a produção de objetos com diferentes geometrias projetadas.

Existe um campo vasto para investigação e aprimoramento da forma mais adequada para utilização da técnica de impressão 3D com objetivo educacional. Essa tecnologia permite que os estudantes adotem um pensamento *maker*, por meio da construção e exploração dos materiais. O movimento *maker* possui a filosofia da *hands-on* (mão na massa) e *do it yourself* (faça você mesmo), que incentivam a criatividade dos estudantes durante os momentos de aprendizagem, abrindo a possibilidade para trabalhar a resolução de problemas (SANTOS; ANDRADE, 2020).

Batista *et al.* (2015) estudaram a ocorrência de aprendizagem significativa dos estudantes associada ao estudo da geometria tridimensional. A proposta surgiu da constatação da grande dificuldade dos estudantes em entender os conceitos e aplicações da Geometria Espacial. Realizou-se uma oficina de confecção de materiais

por impressão 3D, na qual os educandos tiveram a oportunidade de desenvolver e compreender na prática os sólidos geométricos com materiais concretos. Foi possível observar que os estudantes expressam com nítida clareza a importância da aprendizagem significativa e o planejamento e a execução de uma unidade de ensino para o estudo da geometria 3D exemplificam um caso em que há indícios de que esta integração favorece a aprendizagem. Com esta atividade foi possível buscar uma reconciliação integradora no sentido de que conceitos já estruturados em atividades anteriores precisariam ser adequadamente articulados na oficina com objetos 3D.

Assim, preparou-se aulas teóricas e práticas referentes a geometria 3D de modo que os estudantes pudessem vivenciar aplicações práticas do que estavam estudando na teoria. O ensino proposto nas aulas proporcionou um entendimento claro do significado real dos conteúdos, possibilitando uma oportunidade de refletir sobre a inserção da temática na prática docente. Nesse contexto, abordaram-se também, vários temas, dentre eles as projeções 3D dos objetos no plano.

A proposta envolveu inicialmente uma lista de questões para avaliar os conhecimentos prévios dos estudantes entrevistados a respeito do tema que iria ser abordado na intervenção. Em seguida, foram disponibilizados aos estudantes, vídeos sobre impressão 3D e suas aplicações na construção de figuras geométricas. Na sequência, foram expostos em *slides* alguns materiais que foram produzidos em trabalhos anteriores por impressão 3D e as possibilidades de se reproduzir aqueles materiais no ambiente escolar. Com a disponibilidade de uma impressora 3D os alunos foram convidados a realizarem atividades em grupo de forma colaborativa, envolvendo o projeto de figuras tridimensionais básicas. Vale ressaltar que tais atividades foram executadas em seis encontros.

A proposta de aplicação da temática de impressora 3D no contexto educacional, também, foi aplicada em uma escola pública da Paraíba, associando-a à resolução de problemas geométricos (SANTOS; ANDRADE, 2020). Os autores desenvolveram intervenções pedagógicas com experimentação e avaliação dos modelos criados pelos alunos com o objetivo de intervir em uma realidade social e verificar o impacto dessa intervenção. Na ocasião, os estudantes usaram conhecimentos adquiridos em sala para atuar sobre o problema que permeia várias instituições de ensino: a falta de material didático para uso em atividades práticas. Foi

sugerido o uso da metodologia ativa *Design Thinking* para auxiliar no processo, na qual o estudante pode construir protótipos para uso como material didático. Para tal, foi requerido o uso do *software Cinema 4D*, para modelagem 3D dos objetos tridimensionais, além do *software Cura*, responsável por converter o modelo 3D produzido para arquivos de impressão aceitos na impressora 3D (para que o equipamento possa reconhecer e imprimir o objeto modelado a partir da ação do usuário). Por fim, a impressora 3D modelo *Winbo Mini* foi utilizada para produzir os protótipos desejados. Os projetos foram organizados para a impressão, a fim de levá-los até a escola, para posterior análise em sala de aula pelos alunos produtores e pelo professor mediador.

A partir dos resultados analisados, pode-se concluir que é possível atribuir à impressão 3D uma ferramenta auxiliar no desenvolvimento de atividades que contemplem os processos de visualização, identificação, nomenclatura de formas e resolução de problemas relacionados, mediante ações que engajem os estudantes a participarem da construção do conhecimento e a pensarem em soluções viáveis que tenham significado diante dos conceitos geométricos que aprenderam. O uso da metodologia ativa *Design Thinking* se mostrou uma ótima forma para auxiliar nesse processo de desenvolvimento criativo, visto que contribui para organizar ideias e auxilia na solução dos desafios. Além disso, os autores sugerem outras pesquisas que possam utilizar metodologias como a Aprendizagem Baseada em Projetos, por possuírem potencial para o uso junto a impressão 3D (mesmo não sendo usada ativamente durante o estudo).

Em suma, é possível verificar que as principais estratégias metodológicas para o ensino de Geometria Espacial envolveram a utilização de jogos, materiais concretos e de tecnologias digitais. A análise dos resultados mostra que as abordagens realizadas se caracterizam como registros de representações semióticas (tratamentos e conversões de modelos figurais propostos ao conhecimento formal da geometria requerida) com o objetivo de trabalhar os diferentes aspectos relacionados a um conceito geométrico e constitui-se em mais uma possibilidade de potencializar a compreensão da geometria espacial. A diversidade de exemplos de transformações - tratamentos e conversões - identificados nesses estudos mostra a importância da análise não só das metodologias alternativas utilizadas pelos pesquisadores, mas,

principalmente das estratégias pontuais de interação utilizadas, como a confecção e a manipulação de representações das formas geométricas estudadas (NIEMANN; GRANDO, 2013).

De forma mais ampla, os trabalhos possibilitaram revelar ao professor de Matemática diversas possibilidades de registrar a representação semiótica relacionada ao conhecimento geométrico significativo. O tema se mostrou em ascensão nas pesquisas em ensino de Matemática na última década e, por este motivo, dedica-se a próxima seção ao estudo dessas representações.

4.2.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A semiótica como ciência dos signos vem sendo constituída ao longo do tempo e sobre influência de pensadores de diferentes áreas e épocas. No âmbito da Matemática, para além das concepções de Hilbert e de Galileu que delinearão as aproximações entre a semiótica e a Matemática, a teoria dos signos volta a despertar interesse na filosofia contemporânea (NIEMANN; GRANDO, 2013).

O que se pode observar é que os aspectos essenciais da teoria semiótica não variam, mas é lhes acrescentada outra ordem de considerações, mais precisamente as que se incluem na chamada pragmática e que consideram a relação do signo com seus intérpretes. A partir desta discussão, o objeto da semiótica não é mais o próprio signo, mas o seu uso ou o comportamento semiótico na aquisição do conhecimento.

Neste contexto, entre professores e pesquisadores de Matemática, especialmente nas áreas de Ensino e de Educação Matemática, parece haver um consenso de que é difícil compreender e operar diretamente com os objetos matemáticos, havendo a necessidade de signos para se ter acesso a eles. Estes signos são, por um lado, meios para pensar sobre objetos e relações matemáticas e, por outro, produtos de tais pensamentos (ALMEIDA; SILVA, 2018). É nesse contexto que a temática da semiótica vem sendo utilizada como alternativa de ensino em meio às dificuldades de aprendizagem relatadas nas pesquisas e se mostra como um tema atual de pesquisa em ensino de Matemática, em especial de Geometria Espacial, como destacado anteriormente nas descrições dos métodos utilizados para a melhoria dos processos do ensino e da aprendizagem de Geometria.

Uma transcrição em língua materna, uma fórmula algébrica, um gráfico de uma função, uma figura geométrica, um conjunto de números, por exemplo, são representações semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes, com signos variados. A literatura tem revelado diversos significados do termo signo. Muitos deles nem sempre esclarecem, de fato, o que se pretende colocar em cena, no estudo em questão, instalando ainda mais equívocos, particularmente nos estudos de objetos matemáticos que já são considerados complexos para os estudantes (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016).

Em sua teoria sobre representações semióticas, Duval (2011) explica que os registros de representações são maneiras típicas de representar um objeto matemático, e o sistema no qual podemos representar um objeto matemático, denomina-se, sistema ou registro semiótico. Os registros semióticos são importantes não somente por se constituírem em um sistema de comunicação, mas também por possibilitarem a organização de informações a respeito do objeto representado.

Nas atividades matemáticas podemos representar um objeto utilizando vários registros de representação e, segundo a teoria de Duval, é a conversão das várias representações manifestadas sobre um objeto de estudo que possibilita a construção do conhecimento (DUVAL, 1993 *apud* PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013). No entanto, nos mais diversos textos escritos por Duval não há de forma explícita alguma preocupação com a natureza das tarefas que podem ser conduzidas em sala de aula. O que ele orienta é que elas devem ser implementadas de tal modo que o uso da hipótese de aprendizagem seja possível.

Assim, questões como interdisciplinaridade, contextualização, transversalidade, aluno-pesquisador não fazem parte diretamente das suas preocupações. O cruzamento dessas ideias se relaciona com o objetivo deste estudo uma vez que se tem claramente a proposta de aprofundar as investigações em relação à importância do ensino de Geometria Espacial, descrever e discutir as principais dificuldades de aprendizagem e metodologias de ensino relacionadas.

Pelo que foi retornado na pesquisa sistemática, os principais métodos de ensino discutidos têm relação direta com registros de representação semiótica (PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013). Com relação ao tema deste trabalho, Dalvi, Lorenzoni e Resende (2021) relacionaram a representação semiótica e

geometria espacial como objetivo de pesquisa, a partir de práticas com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, usando materiais concretos. Nas ações da atividade proposta, os alunos foram convidados a confeccionar materiais concretos dinâmicos, representativos de sólidos geométricos que permitiam ser planejados a partir da manipulação orientada desses objetos com a ajuda do professor mediador.

Com a atividade, os alunos foram estimulados a realizar ações cognitivas para conversão no registro figural à compreensão arquitetônica dos sólidos em destaque. Chegou-se a conclusão de que a possibilidade de se construir a representação figural do objeto tridimensional, levando-se em consideração as representações semióticas, é uma excelente alternativa para o ensino significativo de Geometria Espacial no Ensino Fundamental. Ao relacionar aspectos cognitivos com os materiais concretos de baixo custo, a pesquisa mostrou novas possibilidades metodológicas no ambiente escolar, viáveis e adequadas com o objetivo de minimizar dificuldades de compreensão dos sólidos, essenciais ao entendimento de aspectos geométricos do mundo físico.

Já o trabalho de Ferner (2017) foi ao encontro da análise do currículo de cursos de formação em Matemática em nível de graduação, quanto às abordagens das representações semióticas aos futuros professores, com vista a soluções que visam a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem a partir da formação inicial dos professores. O trabalho mostrou que a temática não é tratada de forma explícita nas ementas das disciplinas nas universidades pesquisadas, embora os agentes educacionais tenham mostrado conhecimento da importância do tema para a melhoria do ensino e da aprendizagem de Matemática. O autor sugere que a abordagem do tema seja realizada de forma concreta aos futuros professores para que haja uma mudança nos paradigmas de ensino e de aprendizagem de Matemática nos próximos anos, em especial de Geometria Espacial.

Ferner (2017), ainda, destaca que os exercícios de muitos livros didáticos abordam, em sua maioria, problemas de área ou de volume, sem preocupação de explicar significativamente as propriedades das figuras tridimensionais e de suas operações figurais que podem auxiliar na ação de calcular. A maioria dos livros didáticos pesquisados apresenta as atividades da seção de Geometria Espacial tratando diretamente da transformação da linguagem natural do problema para a

linguagem Matemática algébrica, sem necessariamente formalizar uma representação geométrica do problema. Essa última representação é também, utilizada, mas como forma intermediária à apresentação da lei de formação para o cálculo de áreas e volumes, sem utilizá-las como parte integrante da análise e do rigor matemático na dedução formal dessas leis. Dessa forma, a tendência é que as fórmulas sejam apenas aceitas pelos alunos sem preocupação com a aprendizagem da natureza de sua origem. Moran e Franco (2015) compactuam com essa questão quando destacam que a relação entre área e volume e a representação geométrica dos sólidos em estudo é essencial para significar os cálculos realizados, uma vez que a partir dessas representações durante a tentativa de cálculo “formam imagens passíveis de comunicar uma ideia, um conceito ou um pensamento” (p. 65), necessárias ao bom entendimento dos processos de ensino.

Lage e Gonçalves (2013) trouxeram suas experiências adquiridas em um estudo de caso que investigou o ensino de Geometria métrica espacial baseado na relação com registros de representação semiótica. Os autores destacaram a temática não só com materiais concretos, mas, também, com recursos tecnológicos para a visualização dos sólidos em suas diferentes vistas. Os alunos experimentaram as formas e elementos (faces, arestas e vértices) de poliedros regulares em lousas 3D e confecção desses objetos a partir de experimentações com recortes e montagens.

Pesquisa semelhante foi desenvolvida por Souza (2016) em turmas do 7º Ano do Ensino Fundamental. O trabalho objetivou identificar os significados revelados sobre Geometria Espacial a partir das abordagens semióticas com poliedros regulares, com aplicação de sequência didática. Os autores chegaram à conclusão de que os registros das representações semióticas favorecem substancialmente a abordagem da transição da Geometria Plana para a Espacial.

Em resumo, grande parte dos trabalhos pesquisados conclui que os procedimentos metodológicos aplicados, aliados a revisão de conceitos de Geometria Plana, demonstração de fórmulas com o auxílio das próprias figuras geométricas e posterior resolução de problemas contribuíram significativamente para a habilidade de visualização desses objetos geométricos tridimensionais regulares. Eles também deixam claro que mais pesquisas podem e devem ser realizadas com o objetivo de estudar outros sólidos (além de poliedros regulares) mais complexos e investigar a

influência de um ou mais registros de representações semióticas combinadas no contexto da aprendizagem. Outra sugestão bastante comum nesses trabalhos é incluir a investigação de assuntos relacionados à Geometria Espacial no contexto da representação semiótica, como no caso da trigonometria, e avaliar os resultados de aprendizagem obtidos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

A importância da inserção da Geometria Espacial no Ensino Fundamental, as principais dificuldades de aprendizagem e metodologias de ensino praticadas na última década proposto nessa dissertação, torna-se um instrumento pedagógico importante para avaliação da aprendizagem de conceitos e definições de poliedros regulares, com a utilização de materiais manipuláveis, com modelos posteriormente produzidos por impressão 3D. Dessa forma, a meta-síntese contribuiu para evidenciar a revisão metodológica e analisar os resultados dos estudos qualitativos. Com base nos documentos regulatórios nacionais como a BNCC, foi destacada a importância do tema para a formação do aluno no nível Fundamental enquanto indivíduo formador do seu próprio conhecimento.

A visualização, identificação, nomenclatura e aplicação do conhecimento geométrico adquirido na resolução de situações-problema estão entre as principais habilidades projetadas para os alunos. Por outro lado, a detecção da falta de conhecimentos necessários a tais habilidades anos finais do Ensino Fundamental, caracterizam dificuldades de aprendizagem relevantes nos processos de ensino e de aprendizagem. Estas dificuldades foram descritas em detalhes, relatando causas e consequências em estudos diversos disponíveis na literatura em Língua Portuguesa.

O estudo, também, evidenciou que metodologias de ensino que valorizam os registros de representação semiótica em Geometria Espacial, com o uso de materiais concretos, jogos e tecnologias digitais, estão sendo amplamente utilizadas em estudos na área de Ensino de Matemática, inclusive com vários estudos de caso aplicados, com o objetivo de sanar minimizar tais dificuldades. Destacaram-se nos últimos anos, pesquisas que focam na utilização de recursos tecnológicos e materiais

concretos de forma combinada, como é o caso da exploração da técnica de impressão 3D como meio facilitador do ensino de Geometria Espacial.

A verificação do sucesso nas aplicações das ações metodológicas investigadas, frente às dificuldades de aprendizagem, reforça a necessidade eminente de discussões mais amplas na sociedade e no meio acadêmico, escolar e político com vista a inclusão efetiva no currículo da formação inicial do professor e garantia de recursos materiais/tecnológicos nas escolas que garantam ao professor a prática do que foi exercitado na sua formação. Baseado nesses pressupostos, como perspectiva da continuidade deste estudo, será desenvolvido um estudo de caso em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola estadual da Bahia, para investigar a aprendizagem de poliedros regulares e de seus elementos geométricos, a partir de registros de representações semióticas mediadas por materiais concretos produzidos por impressão 3D (projeto já aprovado para execução na Comissão de Ética em pesquisa - UNIVASF).

Espera-se que este trabalho possa servir de referência para outros trabalhos a serem desenvolvidos nas áreas de Ensino e de Educação Matemática com esta temática e que o material produzido possa guiar futuros professores e docentes em exercício e outros agentes educacionais na melhoria do ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

- AGOSTINI AKI, G. S.; TEZA, D. R.; PETRY, V. J. **O ensino de geometria na construção de maquetes.** *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 3, n. 1, 2015, 010502, 1-2.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **Abordagens Semióticas em Educação Matemática.** *Bolema*, v. 32, n. 61, p. 696-726, ago. 2018.
- ALVES, G. **Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador.** Workshop em Informática na Educação (sbie) 2007 XVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE - Mackenzie – 2007.
- ANDRADE, F. C. de. **Jujubas: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio/** Fabiana Chagas de Andrade – 2014.
- BATISTA, M.S.; TITO FILHO, R. N. F.; DANTAS, A. K. L.; HOLANDA, F. **Aprendizagem Significativa em atividades de Geometria 3d: uma proposta divertida e integradora.** *Revista do Departamento de Fundamentos da Educação da Universidade Federal do Piauí*. V.2, n.2, 2015. ISSN 2317-2754
- BOITO, P.; SILVA, J. T.; BORBA, M. C. **Sequência de atividades de matemática: introdução à geometria espacial com o jogo Minecraft** (Produto Educacional do PPGECM) Universidade de Passo Fundo-RS ..(2018)
- BRAIDA, F.; VERTUAN, R. E.; ANDRADE, R. M. D. **Jogos e criatividade no Ensino da Geometria: o uso do lego digital designer como recurso didático na Educação Matemática.** *Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM*, Londrina- 10 a 12 de outubro de 2019. ISSN 2595-5578
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica** (2013)
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs): Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CHAVES, J. O. **Geometria Espacial No Ensino Fundamental: Uma Reflexão Sobre As Propostas Metodológicas.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) Universidade Federal de Viçosa, MINAS GERAIS, p.87. 2013.
- CUNHA, C. R.; AMORIM, A. A.; SOUZA, A. C. R.; SILVA, R. J. **Construção de uma unidade de ensino potencialmente significativa: uma proposta de ensino de geometria espacial em sala de aula invertida.** *Revista PROFICIENTIA* - n.13, p. 139-153, 2019.

DALVI, S.; LORENZONI, L.; RESENDE, O. **Representação Semiótica e Geometria Espacial: uma prática usando material concreto com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 9, n. 20, 2021, 109-126.

DUARTE, A. J.; COELHO, L. M. F. R. **Sistema de Posicionamento Global (GPS): uma aplicação da geometria analítica**. RELIMAT, v. 1, n. 1, 2019, 1-34.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar Matemática de Outra Forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semióticas**. Org.: Tânia M; M; Campos. São Paulo: PROEM, 2011.

EMMEL, R.; RODRIGUES, A. T. H.; DENES, A. **O Ensino de Matemática e pesquisa-ação no primeiro ciclo dos Anos Iniciais**. Revista Insignare Icientia; Vol. 1, n. 2. Mai./Ago. 2018

FERNER, D. L. **Geometria Espacial sob a Ótica dos Registros de Representações Semióticas: um estudo com futuros professores de Matemática**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Anais do XXI EBRAPEM. Pelotas, RS, 2017.

FLORES, C. R.; KERSCHER, M. M. **Sobre Aprender Matemática com a Arte, ou Matemática e Arte e Visualidade em Experiência na Escola**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 35, n. 69, 2021, p. 22-38.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. **Revisão Sistemática da Literatura: conceituação, produção e publicação**. Logeion: Filosofia da informação, v. 6 n. 1, 2020, 57-73.

GRILLO, J. D. **Atividades e problemas de geometria espacial para o Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado. 113 f. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos-SP.

HENRIQUES, A.; ALMOULOU, S. A. **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

IGLIORI, S. B. C.; COSTA, F. A.; ALMEIDA, M. V. **Desenvolvimento de atividades matemáticas para o ensino de quadriláteros e geometria espacial**. Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.1 n. 1, pp. 03 – 17 (2018).

KALEFF, A. M. M. R. **Formas, Padrões, Visualização e Ilusão de Ótica no Ensino da Geometria**. VIDYA, v. 35, n. 2, p. 75-91, jul./dez., 2015.

LAGE, M. A.; GONÇALVES, D. C. **O Ensino de Geometria Métrica Espacial Pautado na Articulação Entre os Registros de Representação Semiótica.** Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais do XI ENEM. Curitiba, PR. 2013.

LIMA, D. D. **Desvendando a Matemática do GPS.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT). Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão. 2013.

LIMA, J. S. **A utilização de jogos matemáticos para o desenvolvimento da aprendizagem significativa de sólidos geométricos no Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso (graduação)- Curso de Licenciatura em matemática do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará. Beberibe-CE, p.51, 2017.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. **Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico:** a pesquisa bibliográfica. Revista katálysis, v. 10, 2007, 37-45.

LINDOTE, C. F. **A influência do uso das técnicas de dobraduras e do uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial em duas turmas do 7º ano do ensino fundamental.** / Nova Iguaçu, 2019.

LOBO, Henrique H.A. **Análise de erros em geometria.** 2008.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de Matemática na formação de professores** – 2. ed. ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

LUZ NETO, D. R. S. **O desenvolvimento do raciocínio geográfico na aula de Geografia: desafios e possibilidades do professor.** Dissertação de Mestrado. 114 p. Programa de Pós-Graduação em Geografia. Universidade de Brasília. 2019.

MACEDO, A.C.; SILVA, J.A.; BURIOL, T. M. **Usando Smartphone e Realidade aumentada para estudar Geometria espacial.** Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, V. 14, n. 2, dezembro, 2016.

MARA, G. I.; QUADROS, C. J. **A INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA NA CONSTRUÇÃO DAS OBRAS DE ARTE: APRENDENDO COM PERSPECTIVA.** In.: Os desafios da escola pública paranaense. Secretaria de Educação do Estado do Paraná, 2016, 2-22.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MARQUES, V. D.; CALDEIRA, C. R. C; **Dificuldades e carências na aprendizagem da Matemática do Ensino Fundamental e suas implicações no conhecimento da Geometria** - IFSul - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-riograndense, Pelotas/RS - Brasil. Revista Thema - Volume 15 | Nº 02 / 2018

MARQUES, J.; SOUSA, B. N. P. A. **GEOMETRIA ESPACIAL ABORDADA POR MEIO DA METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática

MORAN, M; FRANCO, V.S. **Tratamentos figurais e mobilizações de registros para a resolução de problemas de Geometria**. *Revemat*, v.10, n. 2, 2015, 61-75.

MOREIRA, D. M. S.. **A aprendizagem de Geometria Espacial, Cálculo de Volume Segundo os Alunos do 2º ano do Ensino Médio**. Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, SP. 2016, p. 1-9.

NASCIMENTO, F. B. C. **Abordagem diagnóstica sobre as dificuldades do ensino de geometria**: análise de uma sequência didática envolvendo polígonos e poliedros para alunos cegos. Dissertação de Mestrado. 85f. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Alagoas, 2019.

NIEMANN, F. A.; GRANDO, N. I. **Registros de representação semiótica nos anos iniciais do Ensino Fundamental: em foco o campo multiplicativo**. Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: retrospectiva e Perspectivas. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, PR- 18 a 21 de julho de 2013.

OLIVEIRA, Thayana Suelen Lima de . **O Ensino de Geometria Espacial com o Geogebra 3D**. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro/Curso de Graduação em Matemática - 2017

PANTOJA, L. F. L.; CAMPOS, N. F. S. C.; SALCEDOS, R. R. C. **A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares**. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, ULBRA-Canoas-Rio Grande do Sul-Brasil, 16,17 e 18 de outubro de 2013. Comunicação Científica.

PENHA, R. T. **Geometria espacial no ensino médio: aspectos socioculturais, resolução de problemas e o uso de materiais manipuláveis / São Carlos – 2019**

POLESSA, Fabiana; SOARES, Walter. **Geometria espacial: um olhar diferente no ensino dos sólidos geométricos** - Universidade Federal de Juiz de Fora / Departamento de Matemática, UFJF – 2015

PONTES, J. S.; CAMPOS, C. R. **Proposta de formação em geometria para os professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. *Ensino da Matemática em Debate*, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 54 – 68, 2018.

RAMOS, T. C. **A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do ensino fundamental II.** Cairu em Revista, Ano 06, nº 09, p. 201-218, Jan/fev 2017.

RIBEIRO, C. H. M. **O uso de dobraduras como ferramenta de aprendizagem sobre quadriláteros notáveis na educação básica.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Instituto de Matemática e Estatística – Salvador, 2021,74 f.

ROCHA, E. M.; MOREIRA, M. M. **Estratégias didáticas no ensino de Geometria: relato de experiência em uma escola pública de Fortaleza.** Horizontes – Revista de Educação, Dourados-MS, v. 5, n. 10, jul./dez. 2017.

RODRIGUES, D.S.; KAIBER, C.T. **A Geometria Espacial no Ensino Médio: contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA).** Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 12, n. 28 – Ano 2019.

SALIN, E. B. **Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas.** REVEMAT, v. 8, n. 2, 2013, p. 261-274.

SAMPAIO, R. S. **Ensino de geometria e visualização: possibilidades com o GeoGebra 3D.** Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba-PR, 12 a 14 de novembro de 2016.

SAMPAIO, R. S. **A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D.** 2015. 63 f. Trabalho de Graduação (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

SANTOS, A. M. A. **A Utilização de Materiais Concretos para o ensino de Geometria Plana e Espacial: um estudo de caso.** Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro-BA, 2015.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S. **A Prática Pedagógica em Geometria nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental: construindo significados.** Revista Valore, v. 3 n.1, 2018, 388-407.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; GHELLI, K. G. M. **Prática Pedagógica de Geometria na Educação Infantil.** Cadernos da Fucamp, v.16, n.28, 2017, 95-108.

SANTOS, J. T. G.; ANDRADE, A. F. **Impressão 3D como Recurso para o Desenvolvimento de Material Didático: Associando a Cultura Maker à Resolução de Problemas.** Revista Novas Tecnologias na Educação. v. 18 Nº 1, julho, 2020.

SANTOS, M. I. G.; BREDAS, A. M. R. D.; ALMEIDA, A. M. P. **Promover o Raciocínio Geométrico em Alunos com Perturbação do Espectro do Autismo através de um Ambiente Digital.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 34, n. 67, p. 375-398, ago. 2020.

SANTOS, A. E. *et al.* **Noções de Geometria Plana e Espacial com a Utilização de Materiais Manipulativos e Tecnológicos.** Congresso Nacional de Educação (EDUCERE). Anais do XII Congresso Nacional de Educação. Curitiba, PR. 2015.

SCALABRIN, A. M. M. O.; MUSSATO, S. **Produto educacional: geometria espacial com o software GeoGebra 3D.** Educitec, Manaus, v. 05, n. 10, p. 88-106, mar. 2019. Edição especial.

SCHRÖETTER, S.M.; STAHL, N.S.P.; DOMINGUES, E.C. **Geometria Espacial no Ensino Fundamental: construir para aprender** REMAT, Caxias do Sul, RS, v. 2, n. 1, p. 58-71, 2016.

SEMMER, S.; SILVA, S. C. R.; CESAR, M.; NEVES, D. **Anamorfose no Ensino de Geometria.** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.6, n.3, p.61-86, novembro 2013.

SETTIMY, T F O; BAIRRAL, M A. **Dificuldades Envolvendo a Visualização em Geometria Espacial.** VIDYA, v. 40, n. 1, p. 177-195, jan./jun., 2020 - Santa Maria, 2020. ISSN 2176-4603

SILVA, D.; BEZERRA, M.; NASCIMENTO, R.; NEVES, A. **Design, Geometria e Computação Gráfica: identidade visual em programa Rhinoceros.** XXI Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico – GRAPHICAAAt. UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 2013.

SILVA, E. S.; MARTIN, R.; BELINE, W. **MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DE MAQUETES: TRABALHANDO COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.** Encontro Paranaense de Educação Matemática. Campo Mourão, PR, 2014.

SILVA, M. A. A.; BRAZ, L. H. C. **Geometria Espacial no Ensino Médio: Investigação Sobre as dificuldades no ensino-aprendizagem.** VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA – ULBRA, Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil. 04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017.

SILVA, P. V.; SANTOS, L. **Compreensão da Representação Bidimensional de Policubos por Alunos do 6º ano em Tarefas de Avaliação Externa.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 32, n. 62, p. 847-868, dez. 2018.

SILVA, Q. O. V. **Geometria espacial: uma abordagem no ensino médio com GeoGebra: versão para professores /** Quezia de O. Vargas da Silva, Eline das Flores Victer. – Duque de Caxias, RJ : Editora Unigranrio, 51 p, 2017.

SILVA, Q. O. V.; VICTER, E. F. **Aprendizagem Significativa e a Geometria Espacial - Uma abordagem com o uso do GEOGEBRA 3d.** Revista UNIABEU, V.10, Número 25, maio-agosto de 2017.

SOUZA, A. S. **A geometria na Construção Civil: uma aplicação em sala de aula.** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba. 46p. 2015.

SOUZA, C. V. D. **Geometria espacial sob a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas.** Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Campos dos Goytacazes, RJ, 168 f. 2019.

SOUZA, S.; FRANCO, V. S. **Geometria na educação infantil: da manipulação empirista ao concreto piagetiano.** *Ciência & Educação*, v. 18, n. 4, 2012, 951-964.

SOUZA, Z. F. **Geometria Espacial e Plana: uma análise dos significados revelados por meio de registros de representações semióticas.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba. 2016.

SOUZA, C. F.; BRANCO, M. Z. P. C. Meta-síntese: uma revisão da literatura – contributos para o conhecimento e para os cuidados de enfermagem. **Revista Enferm. Foco**, v. 4, n.2, p. 97-101, 2013.

SOUZA, M. T.; SILVA, M. D.; CARVALHO, R. Revisão integrativa: o que é e como fazer. **Revista einstein**. v. 8, p.102-6, 2010.

STAMBERG, C.S.; STOCHERO, A.D. **Concepções de uma metodologia de ensino em Matemática fundamentada na utilização de jogos e de materiais concretos no Ensino Médio.** REMAT, Caxias do Sul, RS, v. 2, n. 1, p. 155-166, 2016.

TORTORA, E.; PIROLA, N. A. **Resolução de problemas geométricos: um estudo sobre desenvolvimento conceitual de figuras planas nas séries iniciais do ensino fundamental.** Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016 COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA XII Encontro Nacional de Educação Matemática

TROIAN, T. V. S. P.; SANTOS, E. V.; LIMA, S. R. **Proposta didática para o ensino de Geometria Espacial reutilizando materiais: uma ação do projeto observatório da Educação.** Revista online de extensão e cultura. V. 2, n. 4, 2015.

VERONA, V.A.; LOPES, M.R.M. **Aplicação da Geometria Espacial em Ambientes Diversos.** Arquivos da Secretaria Estadual de Educação do Paraná. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2455-8.pdf> Acesso em: 20 dez. 2021.

VIANA, O. A. **Conhecimentos prévios e organização de material potencialmente significativo para a aprendizagem da geometria espacial.** Revista Ciências & Cognição, v.16, n. 3, p. 015-036, 2011.

