



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL – PROFMAT**

**LUCIANO SILVA FERREIRA**

**O CONCEITO DE ÁREA COMO ELEMENTO INTEGRADOR NO**  
**ENSINO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS**

**JUAZEIRO - BA**

**2023**

**LUCIANO SILVA FERREIRA**

**O CONCEITO DE ÁREA COMO ELEMENTO INTEGRADOR NO  
ENSINO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Matemática da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Lino Marcos da Silva

**JUAZEIRO - BA**

**2023**

F383c Ferreira, Luciano Silva  
O conceito de área como elemento integrador no ensino de conteúdos matemáticos / Luciano Silva Ferreira. – Juazeiro - BA, 2023.  
xi, 50 f.: il.; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Lino Marcos da Silva.

1. Matemática - Estudo e Ensino. I. Título. II. Silva, Lino Marcos da III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510.07

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**LUCIANO SILVA FERREIRA**

**O CONCEITO DE ÁREA COMO ELEMENTO INTEGRADOR NO**  
**ENSINO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título Mestre em Matemática, pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.

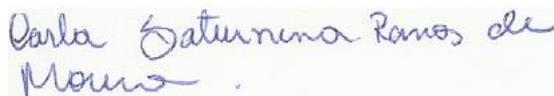
Dissertação aprovada em: 24 de fevereiro de 2023.

**Banca Examinadora**



---

Prof. Dr. Lino Marcos da Silva - UNIVASF



---

Prof. Dra. Carla Saturnina Ramos de Moura – UPE



---

Prof. Dr. Edson Leite de Araújo – UNIVASF

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por me dar forças para nunca desistir de meus sonhos e objetivos.

À minha mãe, por gerar minha vida e sempre me apoiar diante de todas as dificuldades e percalços que eu passei.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Lino, pela excelente contribuição dada para consolidação deste trabalho, além do incentivo e ensinamentos que foram proporcionados.

Aos professores do PROFMAT, por contribuírem para o meu crescimento profissional.

Aos meus colegas de turma do mestrado, por compartilharem a mesma trajetória e dividirem os mesmos anseios e dificuldades.

Aos companheiros de jornada, Alan, Jamerson e Jurandir, com quem pude vivenciar uma série de troca de experiências, em função das viagens semanais compartilhadas.

À minha noiva Thalline, por me apoiar e compreender os sacrifícios que precisaram serem feitos para o cumprimento desta pesquisa.

Aos meus colegas de trabalho, pelo incentivo e apoio ao estudo.

Aos professores que cooperaram para a realização desta pesquisa.

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo identificar as possíveis contribuições para o ensino da matemática utilizando-se da abordagem de ensino integrada de conteúdos matemáticos com o conceito de área. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de natureza exploratória e operacionalizada por meio de uma pesquisa campo com um grupo de professores de matemática atuantes no ensino médio, na cidade e Belém de São Francisco – PE. O trabalho se desenvolveu a partir de uma análise preliminar das percepções e práticas dos docentes sobre o ensino articulado de diversos conteúdos de matemática com o conceito de área e de como estes professores elaboravam questões envolvendo esse conteúdo. Essa análise inicial possibilitou a construção de estratégias que foram efetivadas numa oficina pedagógica realizada com os docentes, onde estes tiveram a oportunidade de colocar em prática a integração entre diferentes conteúdos de matemática com o conceito de área por meio da elaboração de questões com base em conteúdos e critérios predefinidos. Os resultados obtidos destacaram importantes contribuições para a prática pedagógica desses professores de matemática como a possibilidade de revisar conteúdos, o aprofundamento em relação a cada conceito abordado e melhor compreensão e utilização de cada conhecimento matemático por parte dos alunos, permitindo o desenvolvimento de um conjunto de habilidades dos educandos, além das práticas discutidas serem reconhecidas como significativas para serem utilizadas em sala de aula pelos professores.

**Palavras-chave:** Área, Conexão de conteúdos, Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

This work aimed to identify the possible contributions to the teaching of mathematics through the integrated teaching approach of mathematical content with the concept of area. This is a qualitative research, exploratory in nature and operationalized through a field research with a group of mathematics teachers working in high school, in the city of Belém de São Francisco - PE. The work was developed from a preliminary analysis of the professors' perceptions and practices about the articulated teaching of different mathematics contents with the concept of area, and how these professors prepared questions about this content. This initial analysis enabled the construction of strategies that were carried out in a pedagogical workshop held with the teachers, where they had the opportunity to put into practice the integration between different mathematics contents and the concept of area through the elaboration of questions based on contents and predefined criteria. The results have highlighted important contributions to the pedagogical practice of these mathematics teachers, such as the possibility of reviewing content, the deepening in relation to each concept addressed and better understanding and use of each mathematical knowledge by students, allowing the development of a set of students' skills, in addition to the practices considered significant and used in the classroom by teachers.

**Keywords:** Area, Connection of contents, Mathematics Teaching.

## LISTAS DE FIGURAS

Figura 1 - Retângulo com medidas conhecidas .....	20
Figura 2 - Prisma triangular.....	20
Figura 3 - Triângulo equilátero e hexágono regular fragmentados .....	21
Figura 4 - Triângulo isósceles com medidas conhecidas .....	22
Figura 5 - Triângulo isósceles com medidas conhecidas e altura referente à base traçada .....	22
Figura 6 - Teorema de Pitágoras demonstrado por decomposição.....	23
Figura 7 - Representação geométrica de uma equação do 2º grau .....	24
Figura 8 - Polinômio do 2º grau construído usando com referência a área de uma figura plana .....	24
Figura 9 - Figuras utilizadas na atividade investigativa .....	27
Figura 10 - Imagem da questão 3C.....	34
Figura 11 - Imagem da questão 1D .....	35
Figura 12 - Imagem da questão 3F .....	35
Figura 13 - Imagem da questão 4F .....	36
Figura 14 - Imagem da questão elaborada pelo professor A envolvendo área e equação do 2º grau .....	40
Figura 15 - Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e equação do 2º grau .....	40
Figura 16 - Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e teorema de Pitágoras .....	41
Figura 17 - Imagem da questão elaborada pelo professor A envolvendo área e proporcionalidade.....	43
Figura 18 - Imagem da questão elaborada pelo professor B envolvendo área e proporcionalidade.....	43
Figura 19 - Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e proporcionalidade.....	43
Figura 20 - Imagem da questão elaborada pelo professor A envolvendo área e figura circular .....	44
Figura 21 - Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e figura circular .....	45

## **LISTAS DE QUADROS**

Quadro 1 - Respostas da pergunta 3 do Questionário A.....	31
Quadro 2 - Dados da pergunta 6 do Questionário A .....	31
Quadro 3 - Conhecimentos utilizados na composição da atividade investigativa.....	37
Quadro 4 - Uso de contextualização na composição de questões da atividade investigativa ..	38
Quadro 5 - Uso conectivo entre conteúdos.....	38

## **LISTAS DE TABELAS**

Tabela 1 - Respostas da pergunta 2 do Questionário A.....	30
Tabela 2 - Respostas da pergunta 4 do Questionário A.....	32

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>2 A MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO NORTEADOR PARA O DESENVOLVIMENTO HUMANO</b> .....	14
2.1 O PAPEL DA MATEMÁTICA NA SOCIEDADE.....	14
2.2 O PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO PROCESSO EDUCATIVO .....	16
<b>3 CONEXÕES QUE POTENCIALIZAM A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA</b> .....	18
3.1 INTERLIGAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS .....	18
3.2 CONEXÃO DO CONCEITO DE ÁREA COM OUTROS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS.....	19
<b>4 METODOLOGIA</b> .....	26
4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	26
4.2 SUJEITOS DA PESQUISA .....	26
4.3 COLETA DE DADOS .....	26
4.4 OPERACIONALIZAÇÃO DA PESQUISA .....	28
4.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	28
<b>5 RESULTADOS</b> .....	30
5.1 QUESTIONÁRIO A .....	30
5.2 ATIVIDADE INVESTIGATIVA .....	33
5.3 OFICINA PEDAGÓGICA .....	39
5.4 QUESTIONÁRIO B.....	46
5.5 RESULTADOS EM RELAÇÃO AOS OBJETIVOS DA PESQUISA .....	47
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	49
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	51
<b>APÊNDICE A – Questionário A</b> .....	53
<b>APÊNDICE B – Atividade investigativa</b> .....	56
<b>APÊNDICE C – Plano da oficina</b> .....	58
<b>APÊNDICE D – Questionário B</b> .....	60

## 1 INTRODUÇÃO

Considerando o processo de ensino e aprendizagem da matemática numa perspectiva global do conhecimento, na qual nenhum tipo de conceito deve ser visto de forma isolada, o estudo de qualquer saber matemático não deve estar dissociado de outros, possibilitando assim um maior aprofundamento de cada conteúdo a ser estudado.

Allevato e Costa (2015) reforçam a importância de se conectar diferentes conteúdos matemáticos para que haja uma melhor compreensão destes, proporcionando uma aprendizagem mais significativa de ambos.

No caso específico do conceito de área, sabemos que este interage com diversos outros conteúdos da matemática como, por exemplo, perímetro, volume, regra de três, teorema de Pitágoras, equação polinomial do segundo grau, entre outros. Autores como Zils (2018), Pereira (2017), Miranda (2017), Kuroiwa (2016) e outros mais, citam em suas obras esta interação. Este aspecto permite abordar o conceito de área de modo a contribuir para o ensino ou reforço de outros conhecimentos matemáticos, assim como estes outros conhecimentos tendem a contribuir para uma melhor aprendizagem do conceito de área, mediante um trabalho didático-pedagógico para a ocorrência desta interação.

De acordo com as experiências profissionais acumuladas ao longo de mais de 10 anos como professor de matemática nos ensinos fundamental e médio, observa-se que a abordagem do conceito de área, integrado ao de outros conteúdos matemáticos possibilita uma melhor compreensão deste conhecimento pelos alunos. Analogamente, de forma inversa, têm-se a impressão de que a abordagem de outros conhecimentos diante do estudo de área possibilita uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

Contudo, tal percepção trata-se meramente de observação empírica docente realizada no dia a dia de sala de aula, sem o uso de uma metodologia apropriada ou de registros sistemáticos que possam possibilitar uma interpretação adequada e científica razoável desse fenômeno.

Além disso, não se identificou, no âmbito do Profmat, estudos realizados sobre o ensino e aprendizagem do conceito de área, segundo a perspectiva mencionada nos parágrafos anteriores. Ou seja, não foram identificados casos de pesquisas centradas em estudar a abordagem de conteúdos matemáticos que estão ligados ao estudo do conceito de área e quais as contribuições para o ensino de conteúdos matemáticos utilizando-se esse tema como elemento contextualizador ou integrador, embora haja uma concentração de estudos relacionando área com perímetro e área com volume.

Dessa forma, consideramos ser pertinente e relevante para o ensino de matemática a realização de uma investigação científica sobre o tema proposto.

Com isso, pretendemos responder ao seguinte questionamento: Quais as possíveis contribuições do uso do conceito de área para o ensino e aprendizagem de outros conteúdos de matemática?

Nesse sentido estabelecemos como objetivo geral para esta pesquisa identificar possíveis contribuições para o ensino de matemática da abordagem integrada de conteúdos matemáticos com o conceito de área.

Além disto, foram definidos os seguintes objetivos específicos no âmbito das escolas da rede estadual de um município do interior de Pernambuco: identificar conteúdos matemáticos que interagem com o conceito de área nas abordagens de ensino na visão de professores de matemática; conhecer a percepção dos professores sobre o ensino e aprendizagem do conceito de área; conhecer as estratégias pedagógicas utilizadas pelos professores na abordagem do conceito de área; identificar as características de problemas envolvendo o conceito de área elaborados pelos professores em relação a outros conteúdos de matemática; promover uma oficina pedagógica com professores de matemática sobre a elaboração de problemas envolvendo o conceito de área integrado com outros conceitos matemáticos.

Do ponto de vista estrutural e da apresentação textual deste trabalho, propomos uma organização em seis seções. Na segunda seção, faremos uma breve exposição sobre a importância da matemática na sociedade, a necessidade de o aluno compreender este conhecimento e o papel do professor de matemática como mediador da aprendizagem deste aluno. Na terceira seção abordaremos as conexões entre conceitos matemáticos, sobretudo de área, que nos permitem ampliar a aprendizagem destes conhecimentos. Na quarta seção apresentaremos os procedimentos metodológicos adotados, bem como sujeitos de pesquisa. Na quinta seção, apresentaremos e discutiremos os resultados obtidos. E por fim, na última seção, faremos nossas considerações finais.

## 2 A MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO NORTEADOR PARA O DESENVOLVIMENTO HUMANO

Nesta seção abordaremos a importância da matemática para a construção da sociedade, bem como a necessidade de o educando aprender a lidar com o conhecimento matemático e o papel do professor de matemática neste processo.

### 2.1 O PAPEL DA MATEMÁTICA NA SOCIEDADE

Para entendermos a importância da matemática em nossa sociedade, é preciso conhecer suas potencialidades ao longo da história e o seu poder transformador na contemporaneidade.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017, p. 265) diz que “o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais”. Desta forma, cada sujeito do processo educativo assume um papel importante na construção do saber matemático, seja o professor, como intermediador do processo, seja o aluno, como objeto central do meio educacional.

Além disto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) nos dizem que:

A Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).

Em outras palavras, estudar matemática permite a cada indivíduo desenvolver habilidades essenciais à vivência humana e, considerando esta característica, é preciso dar significado a cada conceito que é estudado nesta área do conhecimento, para que suas práticas sejam melhores aplicadas em nossas vidas.

Panavello (1989) descreve como a matemática, sobretudo a geometria, foi essencial para o desenvolvimento das civilizações antigas, como o Egito antigo, por exemplo, onde o estudo de figuras, ângulos e áreas de superfícies foi de vital importância para a prosperidade daquele povo que vivia as margens do Rio Nilo. E não só na antiguidade. Ainda hoje o conhecimento matemático é essencial para o avanço da sociedade, sobretudo, no desenvolvimento de tecnologias.

Panavello (1995) destaca ainda que o conhecimento matemático é importante nos mais diversos aspectos profissionais da sociedade. Com efeito, desde o simples reconhecimento de números e formas geométricas, passando pela realização de operações aritméticas, e chegando até casos de projeções de avançadas estruturas, a partir de funções e modelos matemáticos, cada profissão acaba exigindo, de algum modo, que em algum momento, faça-se uso de algum tipo de conhecimento matemático. Muitas destas ações, de tão rotineiras, passam despercebidas aos olhos de muitas pessoas, enquanto atos de uso de conhecimento matemático.

Em relação às contribuições da matemática ao mundo do trabalho, os PCNs destacam que:

Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades. (BRASIL, 1998, p.34)

Deste modo, diversas habilidades são desenvolvidas através do raciocínio matemático empregado durante a formação básica que tendem a contribuir para a formação profissional de cada um dos estudantes.

Os PCN (BRASIL, 2000) nos dizem ainda que a matemática do Ensino Médio deve possibilitar ao aluno a aquisição de conhecimentos que visem a sua aplicação em diversas áreas do conhecimento, bem como um melhor direcionamento para atividades profissionais. Nesse sentido, não se trata de conhecer as mais avançadas e complexas estratégias matemáticas, mas sim de se encontrar uma aplicação eficaz ao contexto em que está sendo empregada.

Além disto, sabe-se que as habilidades desenvolvidas a partir do estudo de Matemática tendem a facilitar a compreensão de outras áreas do conhecimento, assim como desenvolver potencialidades para o mercado de trabalho. Nesse sentido, é importante que o aluno aprenda a usar estes conhecimentos com segurança já a partir da educação básica, pois alguns destes serão usados constantemente ao longo de sua vida e dominá-los pode otimizar bastante a sua vivência pessoal e profissional.

A BNCC diz que:

[...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. (BRASIL, 2017, p.529)

Cada conhecimento matemático incorporado na aprendizagem do educando o permite ampliar seu entendimento de mundo, pois colaboram para o preenchimento de lacunas que dão sustentação a pilares de conhecimentos mais avançados, que são impossíveis de serem entendidos sem cada um destes conceitos base. E a partir do domínio destes conceitos o educando pode melhor empregar os recursos matemáticos adquiridos ao longo de sua formação.

## 2.2 O PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO PROCESSO EDUCATIVO

Segundo Ferreira (2020), é comum em muitas escolas da educação básica que professores tratem a matemática como uma ciência pronta, propondo aos alunos apenas a resolução de exercício de fórmulas e suas aplicações, sem a devida reflexão sobre aquilo que está sendo estudado.

O professor, como intermediador do processo educacional, tem o papel de promover um ensino eficaz, de forma a construir a real aprendizagem dos conhecimentos matemáticos que são abordados em sala de aula. A mecanização dos processos de ensino tende a dificultar tais aspectos, pois constituem em uma educação pautada na repetição de ideias, sem a reflexão daquilo que realmente deve ser aprendido. Cabe aqui ao professor propor situações que visem explorar de forma racional aquilo que está sendo estudado.

Ferreira (2020) explica que o método de ensino precisa ser pautado em mecanismos que tornem mais significativo o processo de aprendizagem matemática, em vez de priorizar procedimentos que facilitem a resolução de situações específicas que objetivem respostas mais imediatas.

O método de ensino deve ter como prioridade o significado a ser construído com a abordagem de cada conteúdo. Não deve ser escolhido por ser o mais fácil, mas sim por ser o que mais ajuda a vincular as diversas vertentes do saber matemático. O educador precisa estar ciente disso para mediar uma educação mais eficaz.

Os PCN (BRASIL, 2000) citam a pobreza metodológica que é uma avaliação ao qual cobra-se apenas a repetição daquilo do que foi ensinado, no qual o aluno não é levado a refletir em que momentos empregar, devidamente, os conceitos matemáticos.

O aluno deve ser levado a pensar e interrelacionar cada conceito que lhe foi apresentado. Neste sentido, o professor de matemática deve incentivar e propor situações que levem seus discentes a atrelar cada conhecimento a ser estudado, pois, desta forma, isto poderá facilitar o entendimento sobre tais saberes matemáticos, podendo fazer um melhor uso destes conceitos.

Com isso os PCN (BRASIL, 1998) reconhecendo o aluno como o protagonista de sua aprendizagem, destacam que o professor, como organizador e facilitador do processo, deve agir como o mediador entre os diversos conhecimentos matemáticos e o educando, empregando procedimentos que viabilizem o desenvolvimento e habilidades dos alunos.

Desta forma, Oliveira (2019) enfatiza a necessidade de o professor estar em formação constante para a aquisição de novos saberes e novas estratégias de ensino. A busca por especializações de conhecimentos e de metodologias deve ser algo constante na vida do docente. Isto é importante para propiciar uma melhoria na qualidade de ensino em geral.

É o que defende também Golsalves:

A formação de professores caracteriza-se como um processo permanente e constante de aperfeiçoamento dos saberes necessários à atividade dos educadores, que visa à procura de melhores métodos e boas práticas pedagógicas para a carreira do docente, assegurando um ensino de qualidade cada vez maior aos alunos. É imprescindível que o professor tenha conhecimento dos conteúdos de ensino de sua formação inicial, bem como o domínio dos instrumentos pedagógicos (Golsalves, 2021, p.27)

É inegável que a busca por aperfeiçoamento, por parte do professor, tende a ser um mecanismo que facilita a criação de pontes para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Com isso o professor pode elaborar técnicas e estratégias que permitem uma abordagem de maior qualidade, que torne mais significativo o conhecimento matemático estudado em sala de aula.

### 3 CONEXÕES QUE POTENCIALIZAM A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção falaremos sobre a importância de interligar-se conteúdos matemáticos e destacaremos como o conceito de área assume um importante papel neste aspecto.

#### 3.1 INTERLIGAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Os PCN (BRASIL, 2000, p. 43) dizem que “se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as idéias (*sic*) isoladas e desconectadas umas das outras”. É importante que sejam estabelecidas conexões entre os conteúdos que estão sendo estudados, tanto no sentido de interligar as partes de um conteúdo entre si, quanto no aspecto de relacionar aquele conceito com outros conhecimentos, sejam no âmbito escolar, seja no âmbito da vida cotidiana. Esta concepção é o que traz à tona o real objetivo da educação: estudar para aprender a usar aquilo que lhe é ensinado. Se não, o objetivo se torna apenas estudar por estudar, sem nenhuma finalidade.

A BNCC (BRASIL, 2017), por sua vez, estabelece que a organização dos currículos escolares, de forma geral, considerando o contexto em que está inserido o aluno, deve identificar, para os conteúdos, estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, **conectá-los** e torná-los significativos. Com isto fica claro a orientação oficial de que o papel da educação passa por interrelacionar os diversos conhecimentos abordados em sociedade.

Nesse mesmo sentido, os PCN também nos dizem que:

As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a: [...]

- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações; (BRASIL, 2000, p. 42)

Diante destes objetivos apontados nos documentos oficiais da educação, o professor, no exercício de sua prática pedagógica, deve buscar maneiras de integrar os diversos conteúdos que são propostos no ensino da matemática. No entanto, neste percurso, vislumbra-se que, em primeiro momento, deve-se aprender a identificar as relações existentes entre os conceitos matemáticos ou entre estes e conceitos de outras áreas do conhecimento, para que em um momento

posterior, possa-se trabalhar com seus alunos estas interligações. De fato, não adianta o professor tentar fazer estas conexões, se ele próprio não tem ciência da importância desta concepção para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Allevato e Costa (2015) explicam que compreender conexões entre diversos saberes e conceitos matemáticos tendem a minimizar dificuldades de compreensão da matemática escolar pelos alunos. Com efeito a interligação de conteúdos matemáticos possibilita ao aluno atribuir maior significado aos conceitos estudados, pois permite que eles percebam melhor as suas aplicações, além de sua importância, resultando assim em uma melhor compreensão destes.

### 3.2 CONEXÃO DO CONCEITO DE ÁREA COM OUTROS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

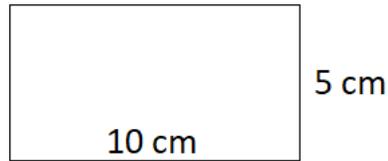
Existem conteúdos matemáticos que apresentam uma maior facilidade de conectar-se com outros. Um exemplo disto é o conceito de área. Nesse sentido, Sousa (2018) enfatiza a importância do cálculo de área para diversas esferas do cotidiano, no qual possui diversas aplicações na sociedade.

Dentre as várias maneiras conhecidas de apresentar a definição do conceito de área de uma superfície plana, consideraremos a forma simplificada pela qual Muniz Neto (2013, p.180) a define: “Intuitivamente, a área de uma região no plano é um número positivo que associamos à mesma e que serve para quantificar o espaço por ela ocupado”.

Por estar presente em diversas situações do cotidiano, o conceito de área tem potencial de interagir mutuamente com outros conhecimentos matemáticos, quer seja de natureza geométrica ou aqueles abordados na elaboração e resolução de problemas reais. Estas possíveis conexões tendem a cooperar para o entendimento tanto do conhecimento de área, quanto do conteúdo que se relaciona com este.

Um bom exemplo de interação do conceito de área é sua relação com o conteúdo de perímetro. Zils (2018) explica que área e perímetro são conceitos indissociáveis, uma vez que a abordagem de um deles tende a aflorar o conceito do outro. Nesse sentido, nenhum conteúdo consegue se vincular ao conceito de área melhor que perímetro. Isso se dá principalmente pela relação existente no estudo de figuras planas em que estes dois conceitos se associam. Isto leva, inclusive, a uma confusão em relação a seus significados, tal é a forma em que se entrelaçam.

Observemos a imagem do retângulo a seguir, apresentado na Figura 1:

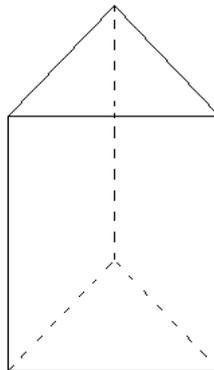
**Figura 1** – Retângulo com medidas conhecidas

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesse retângulo temos conhecidas as medidas de dois de seus lados (comumente chamados de base e de altura). Essas são informações que nos permitem calcular tanto a área, quanto o perímetro dessa região retangular. Isso exemplifica entrelaçamento frequente existente na abordagem destes conteúdos.

Outro conteúdo que está amplamente interligado ao conceito de área é o de volume. Pereira (2017) destaca o uso do conceito de área para validar as ideias referentes ao Princípio de Cavalieri no estudo de volume de sólidos geométricos. De fato, há uma dependência do conceito de área para o estudo de volume, o que torna impossível uma desvinculação deste para a aprendizagem de volume. Em outras palavras, falar do cálculo do volume de um sólido geométrico, implica em falar previamente de cálculo de área.

É possível observar a dependência de área para o cálculo de volume na Figura 2:

**Figura 2** – Prisma triangular

Fonte: Elaborada pelo autor

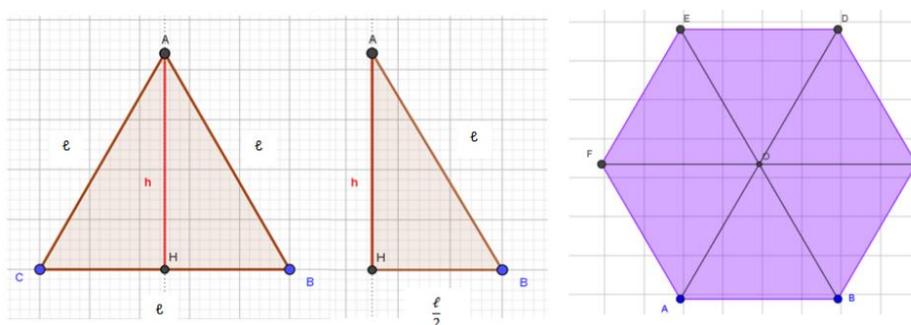
Comumente, o procedimento adotado para o cálculo do volume de um sólido como o prisma apresentado na Figura 2 consiste em primeiramente calcular a área de sua base e, em seguida, multiplicar este valor pela sua altura. De um modo geral, este é o procedimento adotado para o cálculo do volume dos quatro principais grupos de sólidos geométricos estudados na educação básica - prismas, pirâmides, cilindros e cones. Ou seja, neste procedimento, está implícita uma dependência do conceito de área para o cálculo do volume do sólido.

Embora no ensino da matemática básica, estes dois conceitos, perímetro e volume, sejam os mais frequentemente associados ao estudo de área, não são os únicos. De fato, existem outros que conseguem ser incorporados ao seu estudo, embora sejam bem menos difundidos ou apresentados nos livros didáticos.

Allevato e Costa (2015) apontam a proporcionalidade como eixo de conexão entre vários conteúdos matemáticos. Os autores destacam, principalmente o uso de regra de três, neste sentido. E considerando esta característica, é comum haver sua abordagem no estudo do conceito de área, uma vez que este último conceito também tenha facilidade de se conectar com outros conhecimentos matemáticos. Variações proporcionais de tamanho da figura e valores monetários que dependam do tamanho da área a ser estudada, são alguns exemplos aos quais costuma-se usar proporcionalidade no estudo do conteúdo de área. Podemos ainda relacionar este estudo a outras ramificações de proporcionalidade, como porcentagem e Teorema de Tales, por exemplo.

O uso do Teorema de Pitágoras para a definição de algumas fórmulas da matemática, como a área do triângulo equilátero e do hexágono regular, por exemplo, é descrito por Miranda (2017).

**Figura 3** – Triângulo equilátero e hexágono regular fragmentados



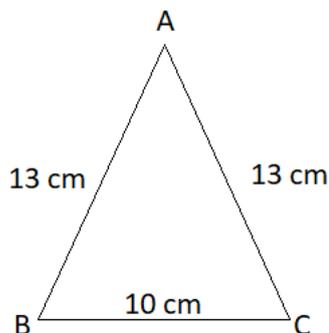
Fonte: Miranda (2017)

Através da decomposição de um triângulo equilátero em dois triângulos retângulos, é possível, com aplicação do teorema de Pitágoras, obter a medida da altura do triângulo, possibilitando-se assim o cálculo da área da figura, bem como a composição de uma fórmula específica para este cálculo. Já no caso de um hexágono regular, podemos fragmentá-lo em seis triângulos equiláteros, no qual a área de um deles é obtida pelo processo descrito anteriormente.

Além disto, podemos usar o Teorema de Pitágoras para definir medidas desconhecidas e necessárias para calcular a área de algum polígono, como, por exemplo, a altura de um triângulo isósceles, quando se conhecem as medidas de todos os seus lados.

Vejamos a exemplificação deste procedimento na figura 4.

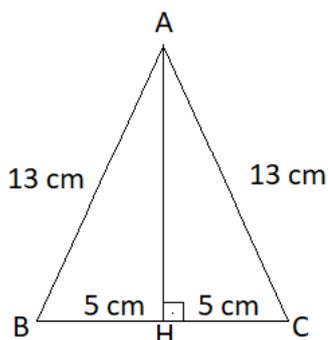
**Figura 4** – Triângulo isósceles com medidas conhecidas



Fonte: Elaborada pelo autor

Observemos que o triângulo isósceles da figura 4 tem os vértices nos pontos A, B e C.

**Figura 5** – Triângulo isósceles com medidas conhecidas e altura referente à base traçada

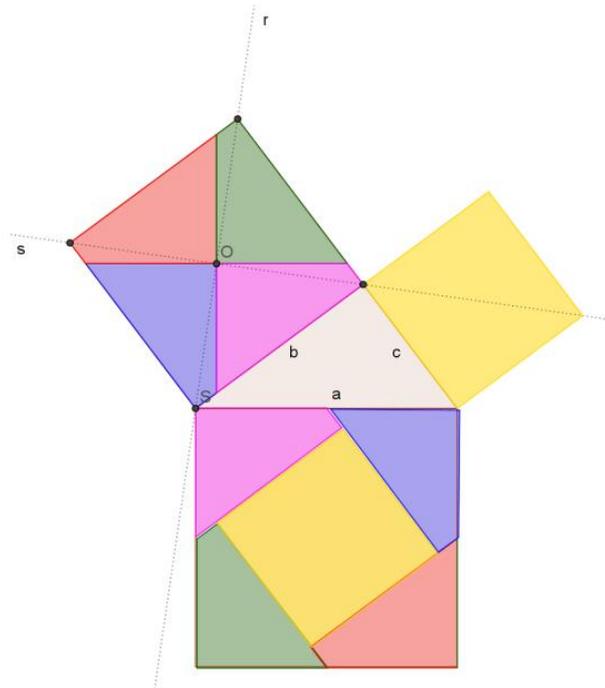


Fonte: Elaborada pelo autor

Uma vez traçada a altura AH referente a base BC, com H localizado no ponto médio de BC, teremos a formação de dois triângulos retângulos congruentes ABH e ACH, representados na Figura 5, cujas bases medem 5 cm. Escolhendo um destes triângulos será possível aplicar o teorema de Pitágoras para calcular a medida da altura AH do triângulo ABC. Dessa maneira, conhecendo-se a altura do triângulo ABC e utilizando a medida da base BC será possível calcular a sua área por meio da clássica fórmula  $A = \frac{b \cdot h}{2}$ , onde  $b$  indica a medida da base,  $h$  a medida da altura e  $A$  a área do triângulo.

O conceito de área de uma região plana também é utilizada em demonstrações de alguns resultados matemáticos. Nessa linha temática, Miranda (2017) cita algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras que são obtidas mediante a equivalência de áreas. Um dos exemplos utilizados pelo autor pode ser visto na Figura 6:

**Figura 6** – Teorema de Pitágoras demonstrado por decomposição



Fonte: Miranda (2017)

A exploração em sala de aula de demonstrações geométricas como essas são importantes para que o aluno possa comprovar na prática, de forma manipulativa, a veracidade do Teorema de Pitágoras.

O conceito de área ainda pode ser usado numa abordagem de ensino da equação polinomial do segundo grau. Kuroiwa (2016) cita o método de completar quadrados como uma ideia geométrica que usa o conceito de área para resolver equações do segundo grau. A autora cita também um exemplo no qual um terreno com área desconhecida perde alguns metros de medida em cada uma das suas duas dimensões, o que faz com que a área abordada varie de tamanho, ocasionando uma situação que gera uma equação do segundo grau.

Como ilustração do uso de área no estudo de equações polinomiais do segundo grau, apresentamos no texto a seguir e na Figura 7, o exemplo dado por Kuroiwa (2016).

*“Um velho aposentado teve parte do terreno de sua propriedade desapropriada pela prefeitura, que pretendia alargar duas avenidas. Do terreno em forma de quadrado, foram perdidas uma faixa de 4m de largura ao norte e uma faixa de 3 m de largura a leste. A área do terreno ficou reduzida à metade. De que tamanho era o terreno?”*



Esta ilustração nos permite notar com maior precisão o processo de articulação do conhecimento de área com o de polinômios do 2º grau. A partir daí é possível vislumbrar a abordagem de área associada também ao estudo de função quadrática e produtos notáveis.

Por fim, é importante destacar que os exemplos citados nesta seção acerca da articulação do conceito de área com outros conteúdos matemáticos não esgotam a lista de todas as possíveis conexões possíveis de serem realizadas com este conteúdo em abordagens de ensino da matemática. De fato, poderíamos identificar ainda nos exemplos apresentados o uso de ângulos, frações, expressões algébricas, equações, unidades de medidas, polígonos, conjuntos numéricos, entre vários outros.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Appolinário (2012) aponta diversos traços característicos que embasam nossa pesquisa. De acordo com o autor, este trabalho se classifica como uma pesquisa de campo pois obtém dados de sujeitos humanos sem se preocupar com o controle rígido das informações coletadas; tem natureza qualitativa, pois analisa um fenômeno social a fim de melhor interpretá-lo, havendo maior interação com os participantes; e tem finalidade aplicada, uma vez que visa resolver problemas com objetivos previamente definidos. É importante destacar, contudo, que apesar da abordagem qualitativa adotada, esta não deixa de ter também uma natureza quantitativa, uma vez que, em alguns aspectos, foi necessária a realização a análise de variáveis numéricas de dados.

Em relação aos objetivos, esta pesquisa se caracteriza por ser exploratória, uma vez que é feito um estudo preliminar que permite ao pesquisador selecionar qual o melhor método para ser aplicado nas etapas posteriores da pesquisa (APPOLINÁRIO, 2012).

Por sua vez, em relação aos procedimentos, a pesquisa apresenta-se como um estudo de caso, que de acordo com Gil (2008) “é caracterizado pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado, tarefa praticamente impossível mediante os outros tipos de delineamentos considerados.”

### 4.2 SUJEITOS DA PESQUISA

Esta pesquisa teve como sujeitos professores de matemática, atuantes nesta área, em turmas regulares do ensino médio de escolas da rede estadual, localizadas na sede do município de Belém do São Francisco –PE. Ao todo estiveram envolvidos 6 professores das quatro escolas existentes na sede municipal.

### 4.3 COLETA DE DADOS

A coleta de dados se deu por meio dos seguintes instrumentos: dois questionários (A e B), uma atividade prática investigativa e a realização de uma oficina pedagógica com os professores. Esses recursos podem ser encontrados nos apêndices de A à D. Com a aplicação

desses instrumentos foram coletados, por meio de registros textuais, simbólicos e das observações realizadas durante o processo da pesquisa, os dados quantitativos e qualitativos necessários aos objetivos da pesquisa. Os instrumentos utilizados na pesquisa serão detalhados a seguir.

### **Questionário de diagnóstico (Questionário A)**

Questionário de diagnóstico composto por 10 questões envolvendo aspectos da atuação profissional dos professores participantes em relação ao eixo central do estudo, qual seja o conceito de área em conexão com outros conhecimentos matemáticos.

### **Atividade Prática Investigativa**

Atividade composta por um conjunto de 4 quesitos solicitando de cada um dos professores a elaboração de 4 questões, a partir de uma figura apresentada e tendo como temática o uso do conceito de área. Destas questões, 3 sugeriam as figuras de um retângulo, um triângulo retângulo e de uma figura mista, similar a um “L” achatado, respectivamente, conforme Figura 9. A quarta e última questão deixava em aberto a figura a ser utilizada por cada um dos docentes.

**Figura 9** – Figuras utilizadas na atividade prática investigativa



Fonte: Elaborada pelo autor

### **Oficina Pedagógica**

Essa oficina propõe uma discussão referente a elaboração de questões matemáticas, tendo como eixo central a conexão do conceito de área com outros conceitos matemáticos.

### **Questionário complementar (Questionário B)**

Instrumento contendo 6 questões relacionadas às ideias principais discutidas na oficina.

#### 4.4 OPERACIONALIZAÇÃO DA PESQUISA

A aplicação desta pesquisa ocorreu em duas etapas distintas, sendo que a primeira delas ocorreu em uma abordagem individual dos professores, na escola de trabalho dos participantes, enquanto que a segunda etapa ocorreu em uma abordagem coletiva, com os envolvidos presentes em um mesmo local. O primeiro momento ocorreu entre os dias 06 de outubro e 18 de outubro de 2022, do qual participaram 6 docentes; enquanto que o segundo momento ocorreu no dia 22 de novembro de 2022, contando apenas com a participação de 3 dos 6 participantes da etapa anterior, uma vez que os demais professores não puderam comparecer por incompatibilidade de horários.

##### 1ª Etapa

Nesta etapa, foi proposto a cada um dos professores participantes que respondessem ao Questionário A e, em seguida, realizassem a Atividade Prática de Investigação. A aplicação desses dois instrumentos objetivou a coleta de dados para a condução da segunda etapa da pesquisa.

A cada um dos participantes foi entregue, de forma individual e em momentos distintos, primeiramente o Questionário A e em seguida a Atividade Prática de Investigação, nesta ordem.

Foi explicado, quanto à complexidade dos problemas, que os professores poderiam apresentar o nível que quisessem, assim como inserir dados, acrescentar informações nas figuras dadas, entre outros fatores. A única condição que seria obrigatória para esta atividade é que as questões elaboradas envolvessem o conceito de área.

##### 2ª Etapa

Nesta etapa, foi aplicada a Oficina Pedagógica com os professores participantes da pesquisa, e em seguida, o Questionário B.

#### 4.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a análise dos resultados adotamos as nomenclaturas de professor A, professor B, professor C, professor D, professor E e professor F, respectivamente, para cada um dos participantes. A nomenclatura foi definida de acordo com a ordem na qual cada um deles

respondeu ao Questionário A, onde o professor A foi o primeiro e o professor F, o último. Ao todo, 6 professores participaram da primeira etapa da pesquisa, porém somente 3 participaram da segunda etapa.

Na análise das questões elaboradas na Atividade Prática Investigativa, considerou-se quatro categorias para análise das questões quanto a sua abordagem: forma isolada, onde apenas o conteúdo de área era abordada; forma conexa, onde outro conteúdo matemático, foi explorado na questão de forma articulada com o conceito de área; forma disjunta, onde outro(s) conteúdo(s) matemático(s) foram abordados na mesma questão, mas sem articulação com o conceito de área; e forma mista, situação onde as formas conexa e disjuntas apareciam na mesma questão.

## 5 RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos, as respectivas análises e as considerações pertinentes.

### 5.1 QUESTIONÁRIO A

Todos os 6 professores participantes da pesquisa responderam às questões propostas neste questionário e os resultados obtidos serão apresentados a seguir.

Quando perguntados acerca de já terem ensinado o conceito de área em suas aulas de matemática, todos os professores participantes responderam “sim”, mostrando afinidade com conteúdo que é o eixo central desta pesquisa.

Em relação à frequência com que associam o conceito de área a outros conteúdos, as respostas dos professores foram diversas e os resultados estão sumarizados na Tabela 1.

**Tabela 1** – Respostas da pergunta 2 do Questionário A

<b>Resposta apresentada</b>	<b>Frequência</b>
Nunca	0
Pouco	1
Moderadamente	3
Frequentemente	1
Sempre	1

Fonte: Dados da pesquisa

Esse resultado mostra que, em menor ou maior grau, todos os docentes envolvidos na pesquisa já associaram em algum momento o conceito de área a outros conteúdos matemáticos.

Quando questionados sobre conteúdos matemáticos conhecidos e que se relacionavam com o conceito de área, os professores citaram 17 tópicos, que estão presentes no Quadro 1, de acordo com a frequência de citações de cada conteúdo.

**Quadro 1** – Respostas da pergunta 3 do Questionário A

Número de citações	Conteúdos citados
1	Proporcionalidade, Teorema de Tales, razões trigonométricas, plano cartesiano, determinantes, polígonos, equações, operações numéricas, conversões de medidas, função afim, função quadrática, MMC e planificação de sólidos
2	Volume e equação do 1º grau
3	Teorema de Pitágoras
4	Perímetro e equação do 2º grau

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que a frequência de citações do conteúdo de perímetro em associação ao conceito de área se sobressai em relação aos demais conteúdos. Esse fato é comentado por Zils (2018), que destaca que, em se tratando destes dois conteúdos, o uso de um deles, faz aflorar o aparecimento do outro.

Também foi perguntado aos participantes sobre que conteúdos eles efetivamente já relacionaram ao conceito de área em suas aulas. As respostas obtidas podem ser visualizadas no Quadro 2, também de acordo com a frequência de citações.

**Quadro 2** – Respostas da pergunta 4 do Questionário A

Número de citações	Conteúdos citados
1	Determinantes, plano cartesiano, razões trigonométricas, polígonos, operações numéricas, função afim, função quadrática, equação, MMC e proporcionalidade
2	Equação do 2º grau
3	Teorema de Pitágoras e volume
4	Perímetro

Fonte: Dados da pesquisa

Foi observado que os participantes da pesquisa ficaram confusos em relação às perguntas que questionavam ao docente, respectivamente, quais conteúdos que se relacionavam ao conceito de área ele conhecia e quais destes conteúdos ele efetivamente teria trabalhado em sala

de aula. Observou-se que, diante dessa dificuldade, eles preferiam pular estas duas perguntas e deixá-las para responder por último. Dessa forma, para tornar mais claro a nossa proposta, foi necessário, esclarecer verbalmente a diferença entre as duas questões.

Diante deste panorama, nota-se que houve uma tendência em citar-se conteúdos que foram mencionados em outras perguntas do questionário. Desta maneira, é possível que as informações contidas no próprio questionário tenham influenciado os docentes na composição destas duas respostas. Por outro lado, também é possível que eles tenham abordado em suas aulas outros conhecimentos matemáticos relacionados ao conceito de área e tenham deixado de citar na pesquisa por não terem lembrado. Entretanto, o contato visual com os conteúdos mencionados pode ter aflorado a memória para que os professores pudessem citá-los.

Tomando como base a escala numérica de 1 (um) a 5 (cinco), os professores apontaram o nível de importância que atribuíam a associação de diferentes conceitos no ensino da matemática. A maioria (quatro) indicaram o nível máximo (5), um indicou o nível 4 e outro indicou o nível 3.

Diante disso, percebe-se que os professores participantes consideram, em sua maioria, muito importante a proposta de se associar diferentes conceitos no ensino da matemática. Nesse sentido, Allevato e Costa (2015) destacam que a conexão de conteúdo é um aspecto que ajuda a minimizar as dificuldades na compreensão da matemática escolar. Desta forma, esta estratégia pedagógica pode contribuir de forma significativa para a aprendizagem dos educandos.

Perguntados sobre a frequência de uso de um conjunto de conteúdos em relação ao conceito de área, de forma conexa, tendo uma escala de 1 (um) a 5 (cinco) como referência, os professores indicaram os resultados que estão apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2** – Dados da pergunta 6 do Questionário A

Conteúdo	Média obtida das respostas	Resposta mais frequente	Ocorrência da resposta mais frequente
Perímetro	4,16	4	3
Volume	3,50	4	3
Equação do 2º grau	3,33	4	3
Proporcionalidade/Regra de três	2,50	3	4
Teorema de Pitágoras	3,33	4 e 2	2

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que dos conteúdos que estavam presentes para a análise pelos professores, perímetro foi o que obteve o maior índice de frequência de uso, corroborando novamente com o que foi descrito por Zils (2018) em relação à proximidade destes dois conteúdos. Por outro lado, proporcionalidade, em sua vertente de regra de três, foi conteúdo que apresentou o menor índice frequência de uso. Por sua vez equação do 2º grau, volume e teorema de Pitágoras apresentaram frequência média de uso.

Destaca-se que, havia a possibilidade de os professores citarem outros conteúdos. Sendo assim, foram mencionados também função quadrática, equação do 1º grau e plano cartesiano, havendo uma citação para cada um desses conteúdos.

Além disso, todos os docentes afirmaram que fizeram a abordagem do conceito de área em associação a outros conceitos matemáticos usando como estratégia didática a aplicação de exercícios e a ilustração das propriedades de alguns conteúdos.

Por fim, os docentes apontaram que os materiais didáticos disponíveis na escola tem moderada ou pouca adequação para o trabalho do conceito de área conectado a outros conteúdos; que nunca participaram de uma formação continuada sobre a temática; e que tinham interesse em participar de atividades de capacitação relacionada ao tema.

## 5.2 ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Apresentaremos a seguir os resultados e algumas considerações sobre as questões elaboradas pelos dos professores na Atividade Prática Investigativa. Na apresentação dos resultados dessa atividade, por questão de simplicidade, nomearemos, por exemplo, de Questão 1A, a questão de número 1 que foi elaborada pelo Professor A.

Inicialmente, destacamos que um tipo de questão que foi comumente elaborada pelos professores. Trata-se do problema de pedir para calcular a área de uma figura plana, onde seus dados numéricos foram apresentados textualmente ou na figura indicada.

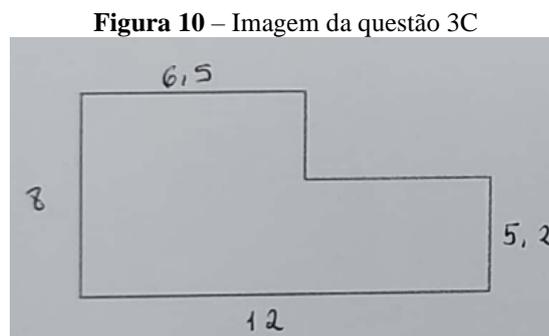
Um exemplo dessa ocorrência é a questão 2C, que diz: *“Determine a área do triângulo retângulo que possui 3 cm de altura e 4 cm de base.”*

Além de pedir apenas para calcular a área da figura apresentada, sem vincular este conteúdo a outros conhecimentos matemáticos, outra característica comum neste tipo de questão é a ausência de um contexto que exija um maior raciocínio ou uma leitura mais atenta por parte do aluno. Ao todo, 7 das 24 questões produzidas pelos docentes apresentavam estas mesmas características.

Houve questões que fizeram a abordagem do conceito de área e de outros conceitos matemáticos sem tentar relacioná-los diretamente, havendo uma disjunção de conhecimentos no seu contexto. Alguns dos exemplos são as questões 2E e 3C que solicitavam o cálculo de área e perímetro e estão ilustradas a seguir.

**Questão 2E:** “Determine a área e o perímetro do triângulo retângulo, tendo base igual a 8 m e altura igual a 6 m.”

**Questão 3C:** “Calcule a área e o perímetro da figura a abaixo:”



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que essas duas questões apresentam, cada uma delas, duas perguntas, com propostas disjuntas, sendo que a resolução de uma delas, não interfere na resolução da outra. Ou seja, são perguntas totalmente independentes. Nesse caso, podemos dizer que não há uma conexão de conteúdos e sim um aproveitamento de contexto para a abordagem de dois conceitos distintos.

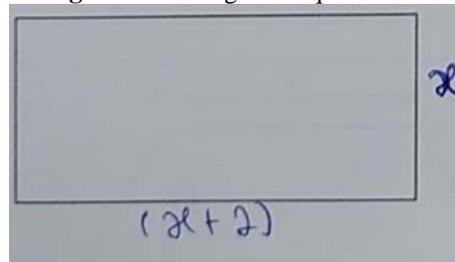
Embora não tenha sido um mecanismo utilizado de forma majoritária nas questões, tivemos um número significativo de problemas que conseguiam explorar a conexão de conteúdos em seu contexto. Alguns exemplos desta abordagem estão descritos a seguir.

**Questão 2B:** “Calcule a área do triângulo a seguir, sabendo que o triângulo é reto e que a hipotenusa mede 20 cm e o maior cateto 16 cm”.

Como a figura mencionada na questão refere-se a um triângulo retângulo, precisamos das medidas de sua base e de sua altura para o cálculo de sua área. Nesse sentido, os catetos do triângulo assumem o papel de base e altura do triângulo. Como a medida de um dos catetos e da hipotenusa são conhecidas, bastaria haver a aplicação do teorema de Pitágoras para a determinação da medida do outro cateto. Com isto se obtêm as medidas necessárias para o cálculo da área da figura. Com isso, identificamos a dependência da utilização do teorema de Pitágoras para o cálculo da área do triângulo mencionado na questão, mostrando uma conectividade de conteúdos.

**Questão 1D:** “Um terreno retangular cujo comprimento mede 2 m a mais que a largura tem área igual a 35 m<sup>2</sup>. Indique o comprimento e a largura respectivamente”

**Figura 11** – Imagem da questão 1D



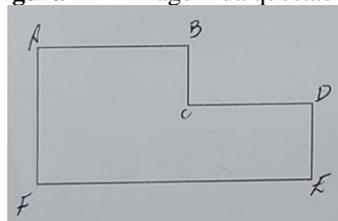
Fonte: Dados da pesquisa

Para responder-se à questão 1D é necessário construir-se uma expressão algébrica com as medidas indicadas no retângulo da imagem e igualar-se esta expressão à área indicada no contexto. Com isto, será construída uma equação polinomial do 2º grau ao qual a sua resolução indicará as medidas dos lados requeridos na pergunta. Constata-se neste caso a conexão de equação polinomial do 2º grau com o conceito de área.

Foi observada a utilização de uma abordagem tanto conectiva, quanto disjunta de conteúdos em uma mesma questão. A Questão 3F, apresentada a seguir, faz uso destas duas características em sua resolução.

**Questão 3F:** “Observe a figura abaixo, sabemos que a área do triângulo  $ABF$  é igual a 90 cm<sup>2</sup> e que  $\overline{DE} = 10$  cm,  $\overline{FE} = 20$  cm e  $\overline{AF} = 15$  cm. Determine a medida de  $\overline{AB}$ , a diagonal  $\overline{BF}$  e a área total da figura.”

**Figura 12** – Imagem da questão 3F



Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se que, por conter três perguntas distintas, essa questão mobiliza uma série de conhecimentos para a sua resolução. Utilizando a fórmula da área de um triângulo e aplicando a ideia de uma equação do 1º grau, seria possível obter a medida do lado  $\overline{AB}$  da figura. Sabendo-se esta medida, torna-se possível responder as outras duas perguntas desta questão, que são disjuntas entre si. Para calcularmos a medida da diagonal  $\overline{BF}$  teríamos que aplicar o teorema de

Pitágoras utilizando como referência os catetos  $\overline{AB}$  e  $\overline{AF}$ , onde  $\overline{BF}$  será hipotenusa do triângulo ABF, que será um valor irracional. A última pergunta refere-se ao cálculo da área da figura como um todo, que dependia da medida do lado  $\overline{AB}$ , porém não possui ligação nenhuma com a identificação da diagonal  $\overline{AF}$ .

Outros fatores observados ganharam destaque para discussões nas etapas seguintes desta pesquisa. Um destes fatores foi o uso inconsistente de dados na formulação das questões. Uma ilustração dessa ocorrência é a Questão 4E.

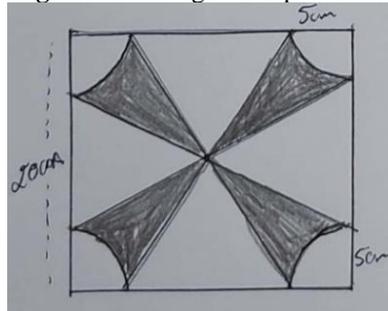
**Questão 4E:** “Calcule a área de um triângulo equilátero que possui 3 cm de base e 4 cm de altura”.

Nesse caso, como o triângulo mencionado é equilátero, não é possível que a medida de sua base e da sua altura sejam, ao mesmo tempo, inteiros. De fato, um triângulo equilátero com medida de lado  $x$  tem a medida de sua altura  $h$  dada pela relação  $h = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ . Nesse sentido, na tarefa de elaborar problemas, é preciso um olhar atento por parte dos professores, bem como uma revisão cuidadosa desse processo, a fim de evitar erros na sua elaboração.

O uso de figuras circulares foi algo que chamou atenção devido ao fato de ter sido pouco explorado, tendo sua abordagem explicitada apenas na Questão 4F, apresentada a seguir.

**Questão 4F:** “Na figura abaixo, temos um quadrado de lado 20 cm, quatro setores circulares de raio 5 cm, conforme a figura. Determine a área da figura rachurada (sic).”

**Figura 13** – Imagem da questão 4F



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão há quatro setores circulares que, através do procedimento de resolução, acabarão por formar um círculo completo. A junção das áreas dos setores circulares com as áreas dos quatro triângulos, subtraído da área do quadrado, indicará a área da região hachurada, que será um valor irracional. Destaca-se que esta foi a única questão entre as que abordam o conteúdo de área, de forma isolado, que insere um conjunto de informações que requerem uma mobilização de uma quantidade significativa de estratégias para sua resolução. Além de ter sido

a única questão que explorou a ideia de figuras circulares, também foi a única que abordou regiões hachuradas em sua composição.

Observamos que vários foram os conteúdos matemáticos abordados nas questões elaboradas pelos docentes, no intuito de realizar conexões com o conceito de área. O Quadro 3 apresenta esses conteúdos, bem como as suas frequências no total de questões elaboradas.

**Quadro 3** – Conhecimentos utilizados na composição da atividade investigativa

<b>Conhecimento envolvido</b>	<b>Número de questões</b>
Área (somente)	8
Área e perímetro (somente)	3
Comparação de áreas	2
Área e teorema de Pitágoras (somente)	2
Área e equação do 2º grau	2
Área e expressões algébricas (somente)	2
Área e proporcionalidade	1
Área e equação do 1º grau (somente)	1
Área, perímetro e equação do 1º grau	1
Área, perímetro e equação do 2º grau	1
Área, equação do 1º grau e teorema de Pitágoras	1

Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se a predominância de questões nas quais o conceito de área se apresenta de forma isolado. Esse índice pode ainda ser maior se encaixarmos nesse quesito as duas questões que continham a proposta de comparar áreas, uma vez que, na prática, trazem a ideia do cálculo de área seguido de uma subtração de números reais.

Observa-se ainda que perímetro é o conteúdo que mais se apresenta com área na composição das questões. Ao todo, este conhecimento foi utilizado em 5 questões, seja aparecendo somente com área, seja agregando um terceiro conhecimento matemático. Isto decorre, novamente, da proximidade entre os conceitos de área e perímetro descrita por Zils (2018).

Considera-se também que equações polinomiais também foi um conteúdo significativamente explorado na elaboração das questões, já que três questões apresentaram o uso de equação do 1º grau e duas apresentaram uma equação do 2º grau em suas respectivas resoluções.

Um outro conteúdo que mereceu destaque na elaboração dos problemas foi o teorema de Pitágoras, que também teve sua abordagem explorada em 3 questões.

De acordo com os PCNs (BRASIL, 2000), a contextualização dos conteúdos é importante para compreender aplicações de conceitos matemáticos, dentro e fora desta área do conhecimento, ao introduzir o pensamento matemático em diversas situações do cotidiano, que é um fator crucial no ensino da matemática. Dessa maneira, inserimos nessa análise a presença ou não de contexto nos enunciados das questões elaboradas. Nesse sentido, o Quadro 4 resume quantitativamente o emprego da abordagem de contextualização dos conteúdos nas questões elaboradas.

**Quadro 4** – Uso de contextualização na composição de questões da atividade investigativa

<b>Emprego de contextualização</b>	<b>Número de questões</b>
Questões contextualizadas	5
Questões não contextualizadas	19

Fonte: Dados da pesquisa

No que se refere a associação do conceito de área a outros conhecimentos matemáticos, o Quadro 5 destaca o uso deste tipo de abordagem.

**Quadro 5** – Uso conectivo entre conteúdos

<b>Abordagem de conteúdos</b>	<b>Número de questões</b>
De forma isolada	10
De forma conexa	10
De forma disjunta	3
De forma mista	1

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se dessa maneira, que se embora tenha registrado um número significativo de questões onde o conceito de área foi abordado de forma articulada com diferentes conhecimentos matemáticos, nota-se que a maioria das questões elaboradas pelos professores apresentam um teor de isolamento de conteúdos, seja com abordagem isolada do conceito de área, quer seja com a não conectividade deste conteúdo com o outro conhecimento envolvido na questão.

Desta forma, compreendemos a necessidade do uso de uma metodologia pautada em analisar e explorar como pode ser feita a associação do conceito de área a outros conteúdos matemáticos para tentar maximizar o uso deste tipo de característica. Nesse sentido, Oliveira

(2019) destaca a importância de o professor estar em formação constante para o aperfeiçoamento de metodologias que viabilizem a aprendizagem dos alunos.

### 5.3 OFICINA PEDAGÓGICA

Antes da parte operacional da oficina foi fomentada uma série de discussões com os três professores participantes desta etapa da pesquisa referentes ao processo de elaboração de questões matemáticas. Destacou-se a importância de um professor saber elaborar questões matemáticas, diante do fato de haver a ausência de questões com certas especificidades em materiais didáticos. Com isto, apontou-se características que denotavam uma maior qualidade à composição de uma questão matemática e foi estabelecida, através de exemplificação, a diferença entre relacionar-se dois conceitos em uma mesma questão e mostrá-los de forma disjunta.

Algumas das características discutidas que permitem uma melhor qualidade à composição de uma questão matemática foram a existência ou não de respostas para algumas questões, ou mesmo de sua multiplicidade, falamos sobre o cuidado que se deve ter ao lidar com informações reais em um problema, abordamos a importância de se evitar inconsistência de dados matemáticos e demos ênfase ao uso de unidades de medidas na composição de questões matemáticas.

Após concluídas as discussões prévias, propôs-se que os professores participantes elaborassem quatro problemas envolvendo o conceito de área de forma articulada a outro conteúdo de matemática, usando-se as mesmas figuras apresentadas na Atividade Prática Investigativa. Os conteúdos apontados foram: Equação polinomial do 2º grau, Teorema de Pitágoras e Proporcionalidade. Além disso, em uma das questões solicitava o uso de uma região plana circular. Quanto a escolha destes conteúdos, equação polinomial do 2º grau e Teorema e Pitágoras foram selecionados por preferências pessoais do pesquisador, enquanto proporcionalidade foi escolhido por ser um conteúdo que de acordo com Allevato e Costa(2015) também tem facilidade de se relacionar com outros conhecimentos matemáticos.

**Questão envolvendo Equação polinomial do segundo grau.** Inicialmente, para a realização da tarefa, foi discutido e acordado com os professores participantes os seguintes critérios para elaboração de uma questão que envolva os conteúdos de área e de equação do 2º grau.

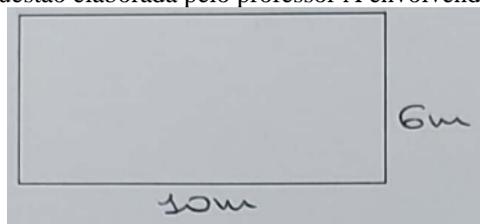
- Utilizar área de figuras planas;
- Conter expressões algébricas;

- As respostas devem ter algum sentido para o contexto;
- Apresentar unidades de medidas.

Desta forma, baseado nesses atributos, os docentes elaboraram as seguintes questões:

Professor A: “Um campo de futebol com  $60 \text{ m}^2$ , como mostra a figura abaixo, deverá ser ampliado com a mesma medida em seu comprimento e largura. Quanto deverá ser essa medida para que a nova área do campo passe a ser de  $96 \text{ m}^2$ ?”

**Figura 14** – Imagem da questão elaborada pelo professor A envolvendo área e equação do 2º grau

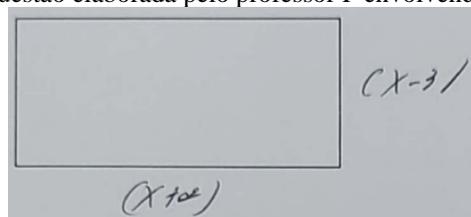


Fonte: Dados da pesquisa

Professor B: “João comprou um terreno no formato retangular, conforme a figura abaixo. Ele deseja colocar cerâmica para fazer uma área de lazer, porém quando chegou na loja de material de construção acabou esquecendo as dimensões, a única lembrança que tinha era o comprimento do terreno era o dobro da largura mais 2 m e que o perímetro é 34 m. Qual a área do terreno de João?”

Professor F: “Considere o retângulo abaixo, determine sua base e altura, sabendo que sua área é igual a  $14 \text{ m}^2$ ”

**Figura 15** – Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e equação do 2º grau



Fonte: Dados da pesquisa

Inicialmente, observa-se que cada uma das três questões elaboradas atendeu aos critérios que foram apontados coletivamente. Neste sentido, considera-se que os professores A e F conseguiram explorar bem a proposta de relacionar estes dois conteúdos. De fato, ambos os casos

usa-se a área da figura como referência para construção de uma equação do 2º grau, com as expressões algébricas, que permitirá o cálculo das medidas dos lados da figura.

Por outro lado, nota-se que, o professor B cometeu um equívoco na composição de sua questão. Nesse sentido, convém relatar que antes de finalizar sua questão, o docente perguntou, oralmente, se poderia inserir um outro conteúdo, além dos propostos. Tendo obtido a confirmação positiva, ele articulou também conteúdo de perímetro em sua questão. Com a inclusão realizada, tornou-se possível resolver o problema apenas com a aplicação de uma equação do 1º grau, sem, necessariamente, precisar fazer uso de uma equação polinomial do 2º grau.

**Questão envolvendo o Teorema de Pitágoras.** Para a composição dessa questão foi realizada novamente uma discussão coletiva que levou ao apontamento dos seguintes critérios a serem considerados:

- Reconhecer a presença de um ou mais triângulos retângulos;
- Relacionar com as dimensões da figura (polígono);
- Contar com a presença de uma diagonal, no caso de figuras que não são triângulos, originalmente;
- Apresentar unidades de medidas.

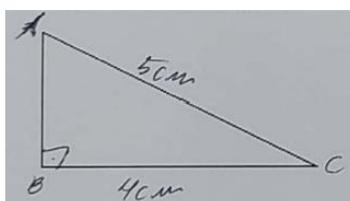
Desta forma, baseado nestes atributos apontados, os docentes elaboraram as seguintes questões:

Professor A: “O triângulo a seguir possui como hipotenusa a dimensão de 5m, sabendo que sua área é de 6 m<sup>2</sup>. Qual é o valor do cateto maior?”

Professor B: “Qual o valor do maior lado do triângulo retângulo abaixo, sabendo que a altura é 4m e a área do triângulo é 16 m<sup>2</sup>?”

Professor F: “Sabendo que o triângulo ABC, conforme figura abaixo, reto em B, com hipotenusa com medida de 5 cm e cateto  $\overline{BC}$  com medida de 4 cm. Determine a área do triângulo ABC em cm<sup>2</sup>.”

**Figura 16** – Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e teorema de Pitágoras



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que as três questões apresentaram as características preestabelecidas. A questão do professor F fez uma associação mais direta entre área e teorema e Pitágoras, enquanto as dos demais professores trouxeram conteúdos de transição para a composição de suas respostas.

Na resolução da questão do professor B é necessário utilizar-se a fórmula da área de um triângulo, recaindo em uma equação do 1º grau, para que, em seguida, possa se aplicar o teorema de Pitágoras.

Enquanto na questão do professor A, existem duas possibilidades de resolução. Se for admissível responder a pergunta por tentativas, não haverá maior trabalho para se chegar a uma conclusão. Caso contrário, será possível responder utilizando sistemas de equações e equação do 2º grau, apoiando-se, logicamente, nos conceitos de área e de teorema de Pitágoras.

**Questão envolvendo Proporcionalidade/Regra de Três.** Para essa questão os professores comentaram que escolheram a figura a ser adotada por eliminação, já que as outras duas se encaixavam perfeitamente com os pressupostos de equação do 2º grau e teorema de Pitágoras. Com isso relataram dificuldades para executar essa terceira tarefa. Desta forma, foi necessária a intervenção do professor formador no sentido de exemplificar oralmente algumas questões para que os docentes pudessem pensar nas características que devia ter uma questão envolvendo os dois conteúdos.

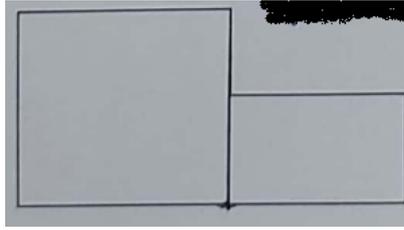
Para a composição de uma questão que envolva os conhecimentos de área e proporcionalidade/regra de três, a discussão coletiva levou ao apontamento das seguintes características:

- Deve haver contextualização;
- Abordar grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais;
- Conter a presença de figura plana.

Desta forma, baseado nestes atributos apontados, os docentes elaboraram as seguintes questões:

Professor A: *“Dois terrenos vizinhos, quadrado e outro retangular, deverão ser vendidos, mas para isso necessitamos de suas dimensões. Sabendo que o terreno quadrado tem área de  $49m^2$ , que a altura e área do quadrado serão proporcionais e que o retângulo sua área é metade do quadrado. Qual a altura do retângulo?”*

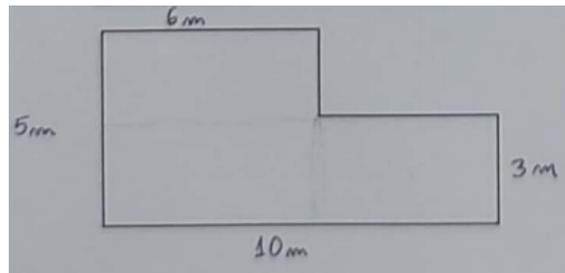
**Figura 17** – Imagem da questão elaborada pelo professor A envolvendo área e proporcionalidade



Fonte: Dados da pesquisa

Professor B: “*Marcelo resolveu fazer o reboco da sua residência, inicialmente irá rebocar a parede que tem o formato abaixo. Sabe-se que para  $5 \text{ m}^2$  de parede é necessário 1 saco de cimento. Qual a quantidade mínima de sacos de cimento ele irá precisar para fazer o reboco da parede abaixo?*”

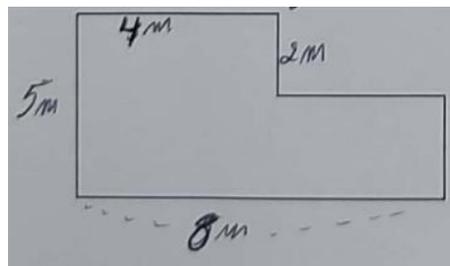
**Figura 18** – Imagem da questão elaborada pelo professor B envolvendo área e proporcionalidade



Fonte: Dados da pesquisa

Professor F: “*Maria pretende revestir o piso de sua loja, com cerâmica de  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ , sabendo que as dimensões do terreno encontram-se na figura abaixo e que cada caixa de cerâmica com  $5 \text{ m}^2$  custa R\$ 50,00. Quanto Maria vai gastar para revestir todo o piso de sua loja?*”

**Figura 19** – Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e proporcionalidade



Fonte: Dados da pesquisa

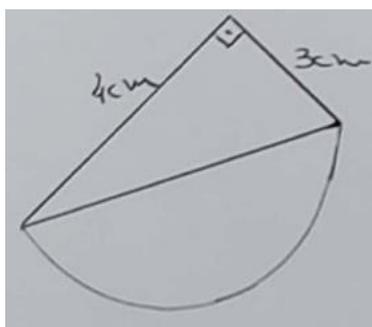
Inicialmente, observa-se que apenas duas questões atenderam aos critérios estipulados. Foram as questões propostas pelos professores B e F, que podem ser consideradas bem similares, no sentido de que trouxeram um contexto parecido (construção civil), além da proposta de se calcular a área da figura e obter, através de uma proporcionalidade, uma informação que dependesse do tamanho da sua área.

No caso do professor A, este admitiu oralmente que não conseguiu compor sua questão da maneira pretendida. Ao verificar o seu resultado, não conseguiu encontrar uma resposta satisfatória para a pergunta formulada e, em função da demanda de tempo, ele desistiu de organizá-la. Analisando o seu enunciado, podemos constatar que o equívoco cometido foi tentar fazer proporção entre área e uma medida linear, pois nesse caso, não existe proporcionalidade, fazendo com que não fosse cumprida um dos critérios estipulados para a questão.

**Questão envolvendo uma Figura Circular.** Para essa questão não houve uma estipulação de critérios de forma coletiva. Foi definido que seria elaborada uma questão envolvendo o conceito de área, algum dos três temas apontados e uma figura plana circular. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Professor A: “*Observando o triângulo retângulo abaixo e sabendo que as medidas dos catetos são respectivamente 4 e 3 cm. Determine a área do semicírculo.*”

**Figura 20** – Imagem da questão elaborada pelo professor A envolvendo área e figura circular

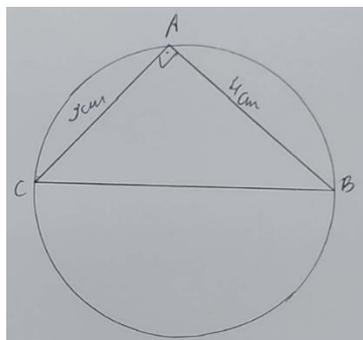


Fonte: Dados da pesquisa

Professor B: “*Marcos deseja colocar cerâmica em um terreno com o formato circular, sabe-se que  $2m^2$  de cerâmica é R\$ 42,00 e que a figura circular tem diâmetro de 10 m. Nestas condições o valor gasto somente com cerâmica será de:*”

Professor F: “*Considere o triângulo ABC reto em  $\hat{A}$  inserido no círculo, conforme figura abaixo. Determine a área do círculo em  $\text{cm}^2$ ”*

**Figura 21** – Imagem da questão elaborada pelo professor F envolvendo área e figura circular



Fonte: Dados da pesquisa

Tanto o professor A, quanto o professor F decidiram abordar esta proposta relacionando área com o teorema de Pitágoras. Nesse sentido, ambos adotaram um triângulo retângulo cuja hipotenusa representaria também o diâmetro de um círculo. Sabendo-se esta informação, será possível identificar o raio do círculo e, conseqüentemente, obter a área da figura pedida.

De uma maneira diferente, o professor B, preferiu associar os conteúdos de área e proporcionalidade, elaborando um problema que demandava o cálculo da área de um círculo e o emprego de uma proporção. Aqui talvez houvesse a necessidade de se adotar uma aproximação para  $\pi$  (pi) no enunciado da questão. Além disto, por simular uma situação real e se tratar de uma figura não poligonal, talvez fosse interessante considerar desperdícios de materiais na obra mencionada.

Em relação a essa atividade, consideramos que muito mais importante que identificar os erros cometidos pelos docentes na elaboração das questões é a discussão que foi estabelecida entre esses profissionais. Nesse sentido, ao final da oficina, eles expuseram, de forma oral, o quão foi oportuno discutir ideias em relação a construção de questões matemáticas e como isto se tornou produtivo para eles aplicarem em sala de aula. Além disso, manifestaram o interesse em participar de mais oportunidades de vivenciar situações deste tipo.

De forma geral, consideramos que todas as questões elaboradas na atividade proposta na oficina pedagógica contemplaram a proposta de se articular o conceito de área com outros conhecimentos matemáticos. Podemos destacar ainda o alcance de uma melhoria significativa na elaboração dos problemas, quando comparados com aqueles elaborados na atividade prática investigativa. Dessa maneira, esse resultado aponta também em direção à importância da formação continuada do professor de matemática, conforme destaca Oliveira (2019).

## 5.4 QUESTIONÁRIO B

Ao final da Oficina Pedagógica foi aplicado o Questionário B, cujos resultados e análise serão apresentados a seguir.

Perguntados sobre quais vantagens identificam ao relacionar o conceito de área a outros conteúdos matemáticos, os professores mencionaram que esta associação permite uma melhor compreensão e utilização dos conteúdos envolvidos. Além disso, citaram o aprimoramento dos conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades pelos alunos, bem como a oportunidade de revisão de alguns conteúdos já trabalhados, explorando os conhecimentos prévios dos educandos.

Considerando o que foi discutido na Oficina Pedagógica em relação a ideia de relacionar diferentes conceitos matemáticos, os professores disseram que este momento de discussão trouxe contribuições para sua prática em sala de aula, lhes dando uma nova visão de como trabalhar o conteúdo de área em associação a outros conhecimentos matemáticos. Além disso, destacaram que a experiência tornou mais perceptível a importância de se valorizar os conhecimentos prévios do aluno nas aulas de matemática.

Perguntados se vão aproveitar as ideias debatidas na oficina e em que situações isso se daria, todos os três professores apontaram positivamente, e que isto se daria, não somente na abordagem do conceito de área, mas também no ensino de outros conteúdos matemáticos.

Considerando possíveis barreiras no emprego das ideias relacionadas à associação de diferentes conceitos matemáticos, dois dos professores apontaram que a maior barreira para o emprego dessas ideias é o nível de conhecimento dos alunos, enquanto que um dos docentes mencionou a falta de material de apoio como sendo o maior empecilho para esta abordagem.

Questionados sobre a eficiência para a aprendizagem escolar mediante o aspecto de se conectar diferentes conteúdos matemáticos, desconsiderando-se possíveis barreiras que possam existir neste processo, dois dos professores disseram que este se trata de um bom mecanismo de trabalho e que pode garantir uma boa aprendizagem dos alunos. Entretanto, um dos professores participantes destaca que, embora concorde com o fato de ser um bom mecanismo, o seu uso não é uma garantia de aprendizagem, uma vez que há outros fatores a se considerar no processo educacional.

Indagados sobre sugestões de melhoria no mecanismo de abordagem de ensino pautada na conexão de diferentes conhecimentos matemáticos, os professores citaram a necessidade de se dar um foco maior na produção de questões contextualizadas, o emprego de ferramentas

digitais e de jogos matemáticos e o uso três ou mais conceitos matemáticos em uma mesma questão.

Por fim, foi destacado que a continuidade do processo, de se relacionar diferentes conceitos matemáticos, é algo que permite um maior aprimoramento deste mecanismo.

Em suma, consideramos que os professores identificaram contribuições positivas para o ensino da matemática por meio da abordagem conexa do conceito de área em relação a outros conteúdos; destacaram que essa conectividade também pode ser explorada entre outros conteúdos matemáticos, além de área; reconheceram que existem algumas barreiras para a incorporação dessa abordagem em sua prática; disseram que veem com bons olhos esse mecanismo de trabalho; e apontaram a possibilidade do uso de ferramentas tecnológicas na abordagem articuladas de diferentes conteúdos.

## 5.5 RESULTADOS EM RELAÇÃO AOS OBJETIVOS DA PESQUISA

A seguir faremos breves considerações em relação aos objetivos específicos da pesquisa e os resultados obtidos.

### **Identificar conteúdos matemáticos que interagem com o conceito de área nas abordagens de ensino na visão de professores de matemática.**

Observamos que os docentes participantes apontaram, ao longo da pesquisa, os seguintes conteúdos como sendo aqueles que interagem com o conceito de área: perímetro, teorema de Pitágoras, volume, equação polinomial do 1º grau, equação polinomial do 2º grau, equações em geral, proporcionalidade, teorema de Tales, razões trigonométricas, plano cartesiano, determinantes, polígonos, operações numéricas, conversões de medidas, função afim, função quadrática, MMC e planificação de sólidos. Alguns desses conteúdos se destacaram não só por serem citados como sendo conhecimentos que podem interagir com o conceito de área, mas como também no fato de terem sido utilizados fazendo esta relação nas atividades propostas.

### **Conhecer a percepção dos professores sobre o ensino e aprendizagem do conceito de área.**

A percepção dos docentes em relação ao ensino e a aprendizagem do conceito de área foi explorada apenas na perspectiva de relacionar este conceito a outros conteúdos matemáticos, no qual pudemos identificar que os professores dão nível um alto de importância a este mecanismo de trabalho e fazem um uso moderado desta estratégia de associação de conceitos.

### **Conhecer as estratégias pedagógicas utilizadas pelos professores na abordagem do conceito de área.**

Considerando-se o fato de que a abordagem do conceito de área foi analisada apenas no aspecto de integração deste conceito com outros conteúdos matemáticos, observamos que a principal estratégia apontada pelos professores para trabalhar-se esta conexão foi a sua utilização na ilustração de conceitos e o seu uso em questões matemáticas. Em relação a abordagem em questões, foi possível notar as suas características por meio de aplicação de atividades.

### **Identificar as características de problemas envolvendo o conceito de área elaborados pelos professores em relação a outros conteúdos de matemática.**

As principais características dos problemas elaborados pelos professores foram o uso isolado do conceito de área na maioria das questões; o pouco uso de contextualização; o uso disjuntivo de alguns conteúdos de matemática em algumas das questões elaboradas, bem como o uso conectivo de conhecimentos, que obteve um número significativo de problemas com esta abordagem; e a predominância do uso de polígonos, contrastando com o pouco uso de figuras circulares.

### **Promover uma oficina pedagógica com professores de matemáticas sobre a elaboração de problemas envolvendo o conceito de área integrado com outros conceitos matemáticos.**

A oficina foi ofertada, no qual discutiu-se vários aspectos que possibilitavam fazer a integração entre o conceito de área com outros conteúdos matemáticos, permitindo a elaboração de questões que apresentavam estas características.

Por fim, do ponto de vista do objetivo geral da pesquisa foi possível identificar as seguintes contribuições para o ensino de matemática da abordagem integrada de conteúdos matemáticos com o conceito de área:

- Possibilidade de revisar conteúdos da disciplina, promovendo uma abordagem em espiral dos conteúdos;
- Aprimoramento dos conhecimentos e desenvolvimento de habilidades pelos alunos;
- Melhorias na compreensão e utilização dos conteúdos envolvidos pelos alunos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante de uma sociedade em que o conhecimento matemático é requisitado nos mais diversos contextos, surge a necessidade de criar estratégias didáticas que tornem mais significativa a aprendizagem da Matemática. Desta forma, o professor dessa disciplina tem um papel vital na concretização deste processo. Nesse sentido surge a possibilidade de investigar as contribuições de uma abordagem de ensino por meio da articulação pedagógica de diferentes conceitos matemáticos, incluindo de um modo particular, o conceito de área. como uma das estratégias para a consolidação de conhecimentos, onde o conceito de área ganha uma notoriedade neste tipo de metodologia.

Os resultados obtidos nessa investigação demonstram que os professores conseguem identificar contribuições na abordagem integrada do conceito de área em relação a outros conceitos matemáticos, tais como a oportunidade de revisar conteúdos previamente estudados, o aprofundamento de alguns conceitos matemáticos, permitindo melhor compreensão e melhor uso de cada conteúdo, proporcionando o desenvolvimento de um conjunto de habilidades por parte do aluno.

E esta concepção se construiu diante de uma análise preliminar de como estes professores elaboram questões que envolvam o conceito de área, permitindo a construção de estratégias que demonstrassem a conexão deste conceito a outros conteúdos matemáticos e a reflexão sobre a aplicação deste procedimento. Diante disto, estes docentes relataram ter uma melhor visão em relação a importância de se relacionar conhecimentos matemáticos.

Esperamos que a adoção deste tipo de metodologia possa contribuir não só na abordagem associativa do conceito de área, mas também no estudo conexo de outros conhecimentos matemáticos, pois permite ao professor revisar constantemente os conteúdos previamente estudados com os alunos e mostrar que cada conhecimento matemático não é algo isolado, permitindo mais oportunidades de aprendizagem de seus discentes, lhes dando maior capacidade de leitura matemática do mundo.

Para trabalhos futuros tem-se a proposta de tentar articular essas ideias com o apoio de recursos tecnológicos, jogos matemáticos e outros mecanismos diferenciados que venham a permitir uma maior integração entre professores e alunos. O uso de contextualização é outro mecanismo a ser explorado com maior foco, visto que as aplicações na sociedade permitem a

análise de uma gama gigantesca de situações matemáticas. Sugere-se também explorar a abordagem integrada do conceito de área com outros conteúdos matemáticos na perspectiva de aprendizagem do aluno, tendo o educando como sujeito da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; COSTA, Manoel dos Santos. Proporcionalidade: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana**, Recife, v. 6, n. 1.

APPOLINÁRIO, Fábio. **Metodologia da Ciência: filosofia e prática da pesquisa**. 2 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.

FERREIRA, Alex dos Santos. **A modelagem Matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial: área, perímetro e volume**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Amazonas – UFAM. Manaus, AM. 2020.

FREITAS, Jose Renato Alves de. **O Ensino de Matemática à luz da BNCC: Uma construção afetiva, pedagógica e prática para o professor de Matemática do Ensino Fundamental II**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira – UNILAB. Redenção, CE. 2021

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONSALVES, Johnantan Pereira. **Formação continuada de professores de Matemática da Educação Básica: Um estudo sobre a iniciativa foco na aprendizagem 2021**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Ceará – UFCE. Fortaleza, CE. 2022.

KUROIWA, Elisabete Tiyoko Nishimura. **Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau no Ensino Fundamental e Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Estadual Paulista – UNESP. Presidente Prudente, SP. 2016.

MIRANDA, Robson Resende de. **Uma abordagem sobre cálculo de áreas com base na decomposição de figuras**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de São João del-Rei – UFSJ. São João del-Rei, MG. 2017.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

OLIVEIRA, Eduardo Francisco de. **A modelagem Matemática na formação continuada de professores do ensino básico**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Mato Grosso Do Sul – UFMS. Campo Grande, MS. 2019

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino de Geometria: Uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em educação). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, SP. 1989.

\_\_\_\_\_. **Formação de possibilidade cognitivas em noções geométricas**. Tese (Doutorado em educação). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, SP. 1995.

PEREIRA, Darlan Gonçalves. **A investigação matemática em sala de aula: Perímetros, áreas e volumes, seguindo os preceitos do princípio de Cavalieri**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de São João del-Rei – UFSJ. Ouro Branco, MG. 2017.

SOUSA, Francisco Airton Alves de. **Teorema se Pappus: Uma abordagem ao cálculo de áreas e volumes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI – UFCA. Juazeiro do Norte, CE. 2018.

ZILS, Maria Inês Ehrat. **Uma análise das abordagens desenvolvidas em livros didáticos sobre os conteúdos escolares “área” e “perímetro”**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. Pato Branco, PR. 2018.

**APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO A****Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT****Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF****Mestrando: Luciano Silva Ferreira****Orientador: Dr. Lino Marcos da Silva****Questionário de diagnóstico**

Este questionário faz parte de uma proposta de pesquisa referente a minha dissertação de mestrado no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Desta forma ele tem por objetivo a coleta de informações sobre o processo de ensino do conceito de área vinculado a outros conteúdos matemáticos. Esperamos que o resultado deste forneça subsídios para o planejamento de novas etapas de pesquisa que vislumbrem o aprimoramento de procedimentos de ensino de conhecimentos matemáticos. Neste sentido esperamos a sua colaboração, respondendo a este questionário, para a obtenção de resultados de grande valia para nossa pesquisa. Reforçamos que todas as suas respostas serão utilizadas apenas para fins de pesquisa e que seus dados serão mantidos no mais absoluto sigilo.

1) Você já ensinou o conceito de área em suas aulas de matemática?

( ) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

2) Na abordagem do conceito de área em suas aulas, com que frequência você o associa a outros conteúdos?

( ) Nunca

( ) Pouco

( ) Moderadamente

( ) Frequentemente

( ) Sempre

3) Cite conteúdos de matemática que você considera que se relacionam com o conceito de área.

---

---

---

---

4) Cite conteúdos matemáticos que você já relacionou ao conceito de área em suas aulas.

---

---

---

---

5) Em uma escala de 1 (um) a 5 (cinco), identifique o quão você considera importante associar diferentes conceitos matemáticos.

( ) 1 ( ) 2 ( ) 3 ( ) 4 ( ) 5

6) Usando a escala abaixo como referência, indique a frequência com que você já abordou cada um dos conteúdos citados abaixo ao conceito de área:

1 - Nunca

2 - Pouco

3 - Moderadamente

4 - Frequentemente

5 - Sempre

( ) Perímetro

( ) Volume

( ) Equação do 2º grau

( ) Proporcionalidade/Regra de três

( ) Teorema de Pitágoras

( ) \_\_\_\_\_

( ) \_\_\_\_\_

7) Em que situações você já fez a abordagem do conceito de área associado a outros conceitos matemáticos, em suas aulas de matemática?

- Nunca associei a outros conceitos matemáticos
  - Exclusivamente na aplicação de exercícios
  - Exclusivamente na abordagem ou demonstração de algum conceito
  - Em alguns casos na aplicação de exercícios e em outros, em demonstrações ou abordagem de conceitos
  - Sempre faço tanto na abordagem ou demonstração de algum conceito, quanto na aplicação de exercícios de qualquer conteúdo
  - Outras situações. Exemplo:
- 

8) Em uma escala de 1 (um) a 5 (cinco), identifique o quão você acredita que o material didático fornecido pelo Estado (livros, materiais de apoio, entre outros) é suficiente para uma abordagem do conceito de área correlacionada a outros conhecimentos matemáticos.

- 1    2    3    4    5

9) Durante as formações promovidas por sua escola e pelo Estado, com que frequência há uma abordagem da concepção de associar diferentes conceitos matemáticos?

- Nunca
- Pouco
- Moderadamente
- Frequentemente
- Sempre

10) Você gostaria de participar de uma formação pedagógica cuja proposta seja correlacionar diferentes conceitos matemáticos? Em especial, o de área?

- Sim
- Não
- Não me sinto à vontade para responder esta pergunta

## APÊNDICE B – ATIVIDADE INVESTIGATIVA



### Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF

Mestrando: Luciano Silva Ferreira

Orientador: Dr. Lino Marcos da Silva

#### Atividade de investigação

Esta atividade faz parte de uma proposta de pesquisa referente a minha dissertação de mestrado no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Desta forma ele tem por objetivo a coleta de informações sobre o processo de ensino do conceito de área vinculado a outros conteúdos matemáticos. Esperamos que o resultado deste forneça subsídios para o planejamento de novas etapas de pesquisa que vislumbrem o aprimoramento de procedimentos de ensino de conhecimentos matemáticos. Neste sentido esperamos a sua colaboração, respondendo a esta proposta de atividade, para a obtenção de resultados de grande valia para nossa pesquisa. Reforçamos que todas as suas respostas serão utilizadas apenas para fins de pesquisa e que seus dados serão mantidos no mais absoluto sigilo.

Considere as figuras a seguir e elabore, para cada uma delas, uma questão que envolva o estudo de área.

Observação: Sinta-se à vontade em relação ao nível a ser apresentado na composição de cada questão.

1) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



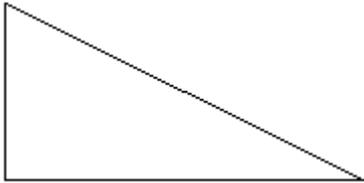
2)

---

---

---

---



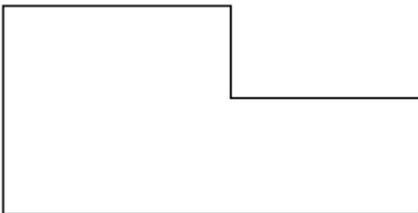
3)

---

---

---

---



4)

---

---

---

---

## APÊNDICE C – PLANO DA OFICINA

**Título:** Oficina Pedagógica - Elaboração de Questões envolvendo o conceito de Área

**Público alvo:** Professores formados em matemática, atuantes em turmas de ensino médio da rede pública, que lecionam a disciplina de matemática

**Duração:** 110 minutos (1 hora e 50 minutos)

**Objetivo:** Promover uma discussão em relação à composição da elaboração de questões matemáticas, pautado na ideia de conectar diferentes conteúdos matemáticos, usando como eixo central o conceito de área.

**Metodologia:**

Introdução

Iremos fazer uma introdução das ideias a serem discutidas na oficina falando sobre o que alguns autores falam da importância de se conectar diferentes conhecimentos matemáticos. Em seguida apresentaremos o objetivo de nossa pesquisa. Concluindo esta parte introdutória, citaremos perímetro e volume como dois conteúdos que interagem com o conceito de área, mas deixaremos claro que nosso foco é falar da conexão do conceito de área com equação do 2º grau, Teorema de Pitágoras e regra de três (proporcionalidade). Tempo estimado: 10 minutos

Discussão de ideias

O próximo passo será falar sobre como um professor pode lidar com a elaboração de questões matemáticas. Teremos uma breve fala sobre a necessidade de se elaborar questões matemáticas, visto que nem sempre é possível encontrar questões com certas características específicas em materiais didáticos e internet.

Logo após, levantaremos a discussão sobre se quando dois conhecimentos são abordados na mesma questão eles estão conectados ou disjuntos. Ou seja, será que estamos associando dois conceitos em uma mesma questão ou apenas fazendo duas perguntas distintas em um mesmo contexto? Citaremos duas questões envolvendo área e perímetro para discutir essa ideia. Uma perguntando sobre a área e o perímetro e a outra relacionando um ao outro.

Por fim, apontaremos algumas características que devem ser observadas na hora de se elaborar uma questão matemática, como perguntas que podem não gerar respostas, a lida com informações reais, inconsistência de dados e a importância de se adotar unidades de medidas.

Tempo estimado: 20 minutos.

Pondo em prática a oficina:

Iremos apresentar as mesmas 3 figuras que utilizamos na elaboração de questões na atividade proposta antes da oficina. Lembraremos os 3 conteúdos que iremos abordar em associação ao

conceito de área (Equação do 2º grau, Teorema de Pitágoras e Regra de três). Perguntaremos qual figura eles se sentiriam mais a vontade para elaborar uma questão envolvendo esses três conhecimentos (uma figura diferente para cada). Em seguida iremos propor a elaboração de uma questão para cada uma destas três figuras.

Primeiro, será construída uma questão envolvendo os conceitos de área e de equação do 2º grau. Iremos coletivamente apontar as características que uma questão que envolva estes dois conhecimentos deve ter. Em seguida, os professores participantes irão, individualmente, elaborar uma questão conectando estes dois conceitos em uma folha de ofício que conterà a figura escolhida por eles. Serão 5 minutos para discutirmos as características de uma questão deste tipo e 15 minutos para sua elaboração.

Logo após, faremos o mesmo procedimento com área associada a Teorema de Pitágoras e área associada a regra de três. Utilizaremos o mesmo tempo da primeira questão.

Por fim, iremos propor a elaboração de uma quarta questão onde será sugerida a utilização de uma figura circular (a ser criada por eles). Aqui cada um dos participantes irá escolher qual dos três conhecimentos abordados iria ser utilizado em associação ao conceito de área. Teriam cerca de 20 minutos para a elaboração desta questão.

Tempo estimado nesta etapa completa: 80 minutos

**Materiais Utilizados:** Material impresso em folhas de ofício e projetor multimídia

**Avaliação:** Será feita através da observação dos comentários e das respostas produzidas por cada um dos professores

### **Referências:**

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; COSTA, Manoel dos Santos. Proporcionalidade: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana**, Recife, v. 6, n. 1.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.

SOUSA, Francisco Airton Alves de. **Teorema se Pappus: Uma abordagem ao cálculo de áreas e volumes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI – UFCA. Juazeiro do Norte, CE. 2018.

## APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO B



### Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF

Mestrando: Luciano Silva Ferreira

Orientador: Dr. Lino Marcos da Silva

### Questionário Complementar

Este questionário faz parte de uma proposta de pesquisa referente a minha dissertação de mestrado no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Desta forma ele tem por objetivo a coleta de informações sobre o processo de ensino do conceito de área vinculado a outros conteúdos matemáticos. Esperamos que o resultado deste forneça subsídios para a análise do método empregado nesta pesquisa. Neste sentido esperamos a sua colaboração, respondendo a este questionário. Reforçamos que todas as suas respostas serão utilizadas apenas para fins de pesquisa e que seus dados serão mantidos no mais absoluto sigilo.

1) Que vantagens você identifica ao correlacionarmos o conceito de área a outros conteúdos matemáticos através da aplicação de questões?

---



---



---



---



---

2) Em que aspectos você acredita ter melhorado ao discutir a ideia de relacionar diferentes conceitos matemáticos?

---



---



---



---



---

3) Você pretende empregar as ideias debatidas aqui nesta oficina? Em que situações?

- Não. Nunca
  - Sim. Mas somente quando trabalhar com o conceito de área
  - Sim. Pretendo aproveitar essas ideias na abordagem de outros assuntos, além de área
  - Sim. Mas não quero especificar as situações
  - Sim. Em outro caso.
- 

4) Sabemos que nem sempre é possível promover um ensino pautado em relacionar diferentes conteúdos matemáticos. No seu contexto, que aspecto você acredita ser a maior barreira para o emprego das ideias discutidas nesta oficina?

- Falta de tempo didático
  - Nível de conhecimento dos alunos
  - Falta de material de apoio (livros, materiais de internet, materiais concretos, entre outros)
  - Não acho importante
  - Outro(s) motivo(s). Cite:
- 
- 

5) Deixando de lado as barreiras mencionadas no item anterior, você acredita que conectar conteúdos matemáticos pode ser um mecanismo eficaz para a aprendizagem escolar?

- Não
- Sim e sempre vai garantir uma boa aprendizagem
- Sim, mas o seu uso não é uma garantia de aprendizagem, uma vez que há outros fatores a se considerar no processo educacional

6) Considerando a proposta debatida hoje de relacionar diferentes conhecimentos matemáticos, através da elaboração de questões, dê sugestões para a melhoria da abordagem desse processo que não foram discutidas aqui hoje.

---

---

---

---

---