UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

RAFAEL VITOR COELHO TORRES

UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS GRAFOS NA ELABORAÇÃO DE TRAJETOS REALIZADOS PELOS AGENTES COMUNITÁRIOS DE SAÚDE DE UM BAIRRO DE PETROLINA-PE

JUAZEIRO - BA
2018

RAFAEL VITOR COELHO TORRES

UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS GRAFOS NA ELABORAÇÃO DE TRAJETOS REALIZADOS PELOS AGENTES COMUNITÁRIOS DE SAÚDE DE UM BAIRRO DE PETROLINA-PE

Trabalho apresentado a Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro – BA, como requisito obrigatório para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto.
Co-orientador: Prof. Dr. Lino Marcos da Silva

JUAZEIRO - BA
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO

Rafael Vitor Coelho Torres

Uma Aplicação da Teoria dos Grafos na elaboração de trajetos realizados pelos Agentes Comunitários de saúde num bairro de Petrolina-PE

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Aprovada em: 14 de junho de 2018.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto, PROFMAT/UNIVASF

Lino Marcos da Sl

Prof. Dr. Lino Marcos da Silva, PROFMAT/UNIVASF

Sergio Floquet Sales

Prof. Dr. Sérgio Floquet Sales, PROFMAT/UNIVASF

Prof. Dr. Orlando Stanley Juriaans, IME/USP

UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS GRAFOS NA ELABORAÇÃO DE TRAJETOS REALIZADOS PELOS AGENTES COMUNITÁRIOS DE SAÚDE DE UM BAIRRO DE PETROLINA-PE

Rafael Vitor Coelho Torres
Mestrando em Matemática
Universidade Federal do Vale do São Francisco
Orientador: Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto
Co-orientador: Prof. Dr.Lino Marcos da Silva

RESUMO: O estudo realizado tem como proposta a introdução dos conceitos de Grafos como ferramenta na elaboração dos caminhos realizados pelos Agentes Comunitários de Saúde (ACS) no atendimento às comunidades para promover ações com vistas à melhoria da qualidade de vida da população. O estudo foi realizado utilizando o método dedutivo, a pesquisa bibliográfica e qualitativa utilizando como instrumentos livros, teses, maquete e figuras. O estudo mostrou que através das definições da Teoria dos Grafos, a elaboração de trajetos deverá ser feita observando-se a valência dos vértices presentes no grafo, ilustrados pela criação de dois problemas, os quais apontaram que não é possível passar por todas as arestas sem repeti-las, reforçando a importância de uma análise prévia do trajeto a ser percorrido, com vistas a torná-lo mais eficiente trazendo melhoria na realização de atividades pré-definidas.

Palavras-chave: Grafos, Agentes Comunitários de Saúde, Caminho Euleriano.

ABSTRACT: The purpose of this study is to introduce the concepts of graphs as a tool in the elaboration of the paths developed by Community Health Agents (ACS) in the care of communities to promote actions aimed at improving the quality of life of the population. The study was carried out using the deductive method, bibliographical research and qualitative using as instruments books, theses, model and figures. The study showed that, through the definitions of Graph Theory, the elaboration of paths should be done observing the valence of the vertices present in the graph, illustrated by the creation of two problems, which pointed out that it is not possible to go through all the edges without to repeat them, reinforcing the importance of a previous analysis of the path to be covered, with a view to making it more efficient bringing improvement in the accomplishment of pre-defined activities.

Keywords: Graphs, Community Health Agents, Eulerian Path.

1. INTRODUÇÃO

O estudo realizado tem como proposta a introdução dos conceitos de Grafos como ferramenta na elaboração dos caminhos realizados pelos Agentes Comunitários de Saúde (ACS) no atendimento às comunidades para promover ações com vistas à melhoria da qualidade de vida da população, e dessa forma apresentar um exemplo prático do uso da matemática, contribuindo assim para o ensino contextualizado da disciplina.

Cotidianamente surgem situações que requerem a identificação de trajetos mais curtos para determinados percursos sem a ocorrência de repetições, no intuito de torná-los mais eficientes. Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 94), “problemas dessa natureza podem ser utilizados para desenvolver uma série de habilidades importantes: modelar o problema via estrutura de grafo”.

Neste âmbito, o clássico problema das sete pontes de Könisberg do ano de 1735, inspirou o desenvolvimento de uma ferramenta que é utilizada por diversas áreas até os dias atuais para gerar economia de tempo e recursos na definição de trajetos.

No problema de Könisberg, os moradores da região tentavam encontrar uma forma de atravessar as sete pontes que ligavam duas ilhas da cidade somente uma vez, sem repeti-las. Este problema foi estudado pelo matemático Leonhard Euler com a criação da Teoria dos Grafos, através da qual provou que o problema não tinha solução. Conforme Cavalcante e Silva (2009, p. 17), “pesquisadores perceberam que era possível a utilização de grafos em diversas situações cotidianas, como: portos, vias aéreas e em locais onde fossem necessários traçar pontos imaginários.”

Dentre as diversas áreas profissionais que possibilitam a utilização dos Grafos, na área da saúde sua aplicação também é de grande importância, principalmente no que se refere à atuação dos Agentes Comunitários de Saúde na coordenação e planejamento de ações de melhoria da qualidade de vida da população, de maneira a diminuir, por exemplo, os surtos de doenças como a dengue, febre amarela, zika vírus e chikungunya e, consequentemente, os índices de mortalidade.

O Programa de Agentes Comunitários de Saúde (PACS) surgiu no ano de 1991 após a iniciativa do Ministério da Saúde de criar maneiras para aprimorar as condições de saúde das comunidades, por meio do qual tornou a atuação dos ACS uma profissão, com atribuições e estratégias específicas. Dentre as atribuições desses profissionais está a realização de visitas domiciliares. É neste contexto que iremos analisar a importância da Teoria dos Grafos na definição prévia dos trajetos de maneira a evitar desperdícios e tornar a atuação dos ACS mais eficiente.

O presente artigo encontra-se estruturado da seguinte maneira: Na seção 2, são apresentados os Conceitos Básicos de Teoria dos Grafos; na seção 3, o PACS e a Teoria dos Grafos; já na seção 4, a Metodologia; para seção 5, será apresentada a Discussão; bem como na seção 6, teremos as Considerações Finais; e por fim, as Referências Bibliográficas.

2. CONCEITOS BÁSICOS DE TEORIA DOS GRAFOS

2.1 O problema das Pontes de Könisberg

No ano de 1735 deu-se origem ao problema denominado "As Pontes de Könisberg" – cidade localizada na Prússia naquela época – em meio a uma situação tipicamente cotidiana percebida e vivenciada pelos moradores da cidade.

Em Könisberg havia duas ilhas ligadas por sete pontes às margens do rio Pregelarme e a população discutia se seria possível encontrar um caminho, partindo de uma das ilhas, pelo qual poderia seguir de forma a atravessar cada ponte somente uma vez, sem repeti-las. A Figura 1 ilustra o problema.

Figura 1. As pontes de Könisberg

Leonhard Euler (1707-1783), importante matemático da época, resolveu o problema das pontes de Könisberg e provou que não seria possível atravessá-las sem passar mais de uma vez por cada uma. Assim originou-se a chamada Teoria dos Grafos, a qual é utilizada atualmente em diversas situações cotidianas, sendo uma das suas principais avaliações determinar caminhos mais eficientes e gerar economia de tempo e recursos.

A forma que Euler encontrou para solucionar o problema foi criar um critério com que fosse possível resolver qualquer situação do mesmo gênero. Assim, especificou dois tipos de caminho: o aberto e o fechado. Para tanto, desenhou o mapa das pontes e traçou pontos (vértices) e linhas (arestas) de modo que estivessem interligadas formando uma rede, conforme Figura 2.

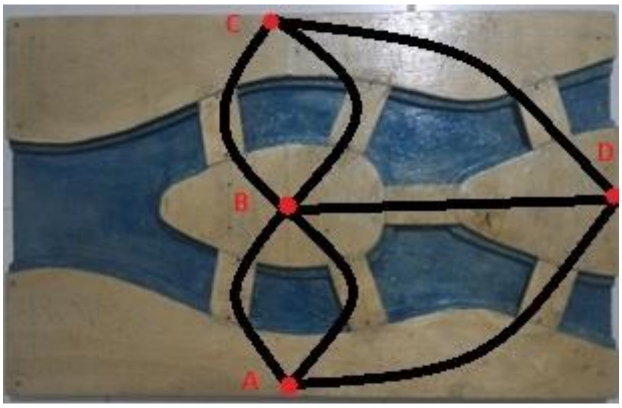

Figura 2. Grafo feito a partir das ilhas e pontes

Para a resolução do problema das pontes de Könisberg, faz-se necessário a introdução aos principais conceitos de grafos.

2.2 Conceitos básicos de Grafos

Os conceitos de Grafos que serão abordados ao longo deste trabalho, tiveram como embasamento a teoria apresentada em Goldbarg e Goldbarg (2012).

Define-se um Grafo como sendo uma estrutura abstrata que representa um conjunto de elementos N, denominados vértices; e um conjunto M, formado por arestas, que estabelece relações de interdependências entre os elementos de N. Utilizando a representação de grafos é possível estabelecer relações entre pares de objetos diversos. Neste contexto entende-se como objetos: pessoas, empresas, cidades, países, entre outros; enquanto que, pode ser entendido como relacionamentos: amizade, produção, conectividade, entre outros. As figuras de 3 a 7 ilustram as representações usadas para grafos.

Figura 3. Vértice

Figura 4. Aresta

Figura 5. Relações ou ligações entre vértices

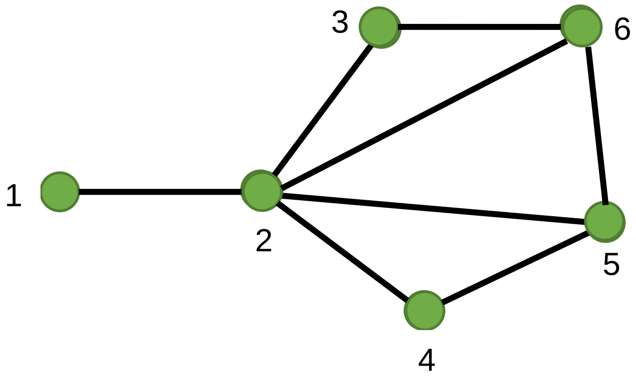

Figura 6. Grafo com seis vértices e oito arestas

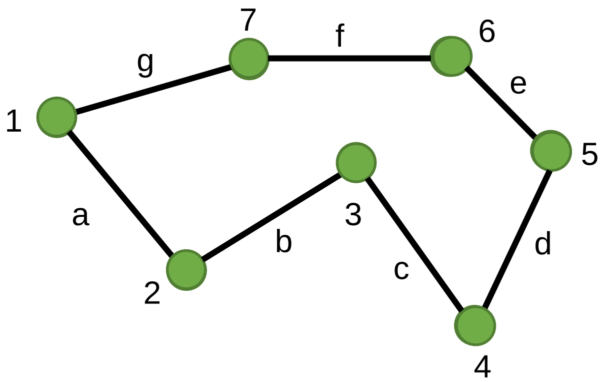

Figura 7. Grafo com sete vértices e sete arestas

Para o grafo apresentado na Figura 6, tem-se: N={1,2,3,4,5,6}. Pode-se observar que neste grafo, apenas os vértices são rotulados. Porém, para o grafo da Figura 7, tem-se: N={1,2,3,4,5,6,7} e M={a,b,c,d,e,f,g}. Um grafo G que possui um conjunto de vértices N e um conjunto de arestas M será representado por G=(N,M).

O exemplo ilustrado na Figura 8 mostra uma modelagem de um problema real por meio dos grafos. Neste caso, tem-se um mapa dos Aeroportos Administrados pela

Infraero mostrando em qual situação operacional se encontra no determinado momento em que foi pesquisado, sendo que o mesmo é atualizado constantemente.

Figura 8. Mapa da Situação Operacional dos Aeroportos Administrados pela Infraero (Fonte: Infraero)

Neste mapa iremos supor que o conjunto de vértices será representado pelas cidades indicadas no mesmo, ou seja, todas as cidades que possuem aeroportos; e as ligações sejam constituídas por todas as rotas que ligam uma cidade a outra. Logo, a partir de um mapa de rotas pode-se associar um vértice a cada cidade e uma aresta a ligação entre duas cidades. Nesta, a ligação que une os vértices é a existência de um aeroporto e a sua situação operacional unindo as cidades associadas aos vértices.

A Figura 9 ilustra uma rota aérea ligando Petrolina a Bagé. Assim, é possível observar que os vértices seriam: Petrolina (PE), Recife (PE), Campinas (SP) e Bagé (RS). Ao mesmo tempo, as arestas seriam as ligações entre seus aeroportos. Neste exemplo foi usado apenas uma das possibilidades de rota entre essas duas cidades, pois é possível escolher mais de uma possibilidade, uma vez que existem fatores como voos com escala, voos diretos e a situação do aeroporto.

Figura 9. Mapa de rotas: Petrolina, Recife, São Paulo (Congonhas), Rio Grande do Sul (Bagé)

2.2.1 Grafos Rotulados, Direcionados e Mistos, Ordem, Tamanho e Grau ou Valência

Um grafo é dito rotulado quando existem associações para distinguir suas arestas e vértices, podendo ser utilizados números ou letras para a representação. Na Figura 6, tem-se um grafo que possui rótulos nos vértices, enquanto que na Figura 7, um grafo que possui rótulos nos vértices e nas arestas.

Desta forma, para distinguir as características presentes nos grafos, é possível por exemplo, colorir e/ou usar formas diferentes para representar os vértices ou traçar linhas mais espessas para representar as arestas, uma vez que estas apenas representam de forma abstrata uma situação nela, como por exemplo, o curso realizado pelas aeronaves. De fato, para destacar a possibilidade de ligações entre duas cidades, a espessura das linhas não tem relevância.

Caso apareça em sua representação gráfica um traço com uma seta apontando o sentido da ligação denomina-se as setas por arcos e o grafo será chamado de grafo direcionado. O nome utilizado é justificado pelo fato de que a ligação terá origem em um determinado vértice e término em outro, ou seja, neste caso o sentido das ligações entre os vértices é importante. A Figura 10 ilustra um grafo direcionado.

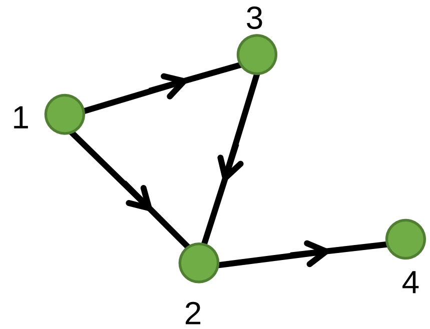

Figura 10. Grafo rotulado com quatro vértices e quatro arcos

Para a distinguir a representação matemática entre arestas e arcos, faz-se o uso de pares ordenados na representação destes. Assim, denomina-se por V o conjunto de vértices e por E o conjunto dos pares ordenados das ligações existentes em um grafo orientado. Logo, chamando o grafo orientado de G, este será representado por G=(V,E). Desta forma, para o grafo apresentado na Figura 10, tem-se: G=({1,2,3,4}, {(1,3);(1,2);(2,4);(3,2)}).

Se um grafo possui arcos e arestas simultaneamente, este pode ser chamado de grafo misto, conforme ilustrado na Figura 11.

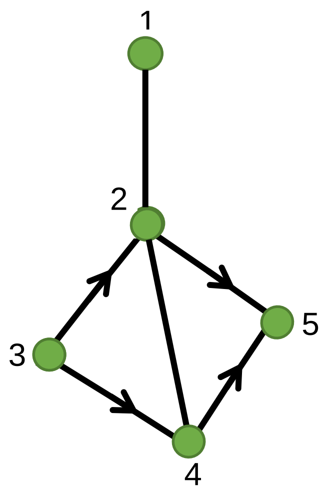

Figura 11. Grafo misto com cinco vértices, duas arestas e quatro arcos

O grafo da Figura 11 pode ser denotado por G= (N,M,E), onde E é o conjunto dos arcos, independentemente da quantidade de arestas.

A ordem e o tamanho de um grafo são definidos pela cardinalidade do seu conjunto de vértices e arestas, respectivamente. Assim, ao tomar como exemplo o grafo apresentado na Figura 6, este é de ordem 6 e tamanho 8. Já o grafo representado na Figura 7 é de ordem 7 e tamanho 7.

Em um grafo não direcionado, o grau de um vértice é igual ao número de arestas que incidem sobre o vértice. A Tabela 1 ilustra o grau de cada vértice do grafo da Figura 6.

Tabela 1. Grau ou valência do grafo da Figura 6

Vértice	Grau
1	1
2	5
3	2
4	2
5	3
6	3

Caso o grafo seja direcionado, o grau de um vértice será composto de um valor interno, que é igual ao número de arcos incidentes, ou seja, que apontam para um vértice; e um valor externo, que é igual ao número de arcos emergentes, ou seja, que deixam o vértice considerado. A Tabela 2 ilustra o grau de cada vértice da Figura 10.

Tabela 2. Grau ou valência do grafo da Figura 10

Vértice	Grau interno	Grau externo
1	0	2
2	2	1
3	1	1
4	1	0

2.2.2 Passeio, Cadeia e Caminho

Um passeio ou percurso é uma sequência de vértices e arestas

$$x_0,\ a_1,\ x_1,\ a_2,\ \dots,\ x_{k-1},\ a_k,\ x_k$$

começando e terminando com vértices tais que x_{i-1} e x_i são vértices terminais da aresta a_i, para todo $i = 1, \dots, k$.

A Figura 12, representa um o passeio que inicia pelo vértice 2, avançando na sequência 2 – a_1 – 3 – a_2 – 4 – a_3 – 6 – a_4 – 1 – a_5 – 3 – a_2 – 4 – a_3 – 6. Outra representação para esse passeio é a sequência de vértices 2 – 3 – 4 – 6 – 1 – 3 – 4 – 6. Este passeio é dito aberto, pois o vértice em que se iniciou o passeio é diferente do vértice no qual terminou, ou seja, $x_0 \neq x_k$. Por outro lado, um passeio que tem início e término no mesmo vértice é dito um passeio fechado. Este fato é ilustrado na Figura 13.

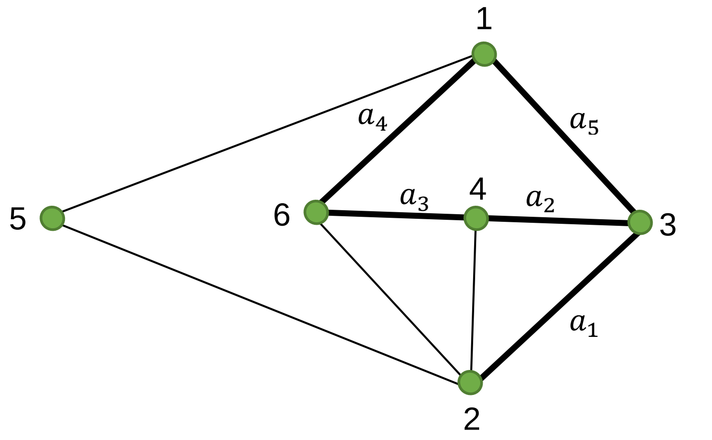

Figura 12. Passeio aberto

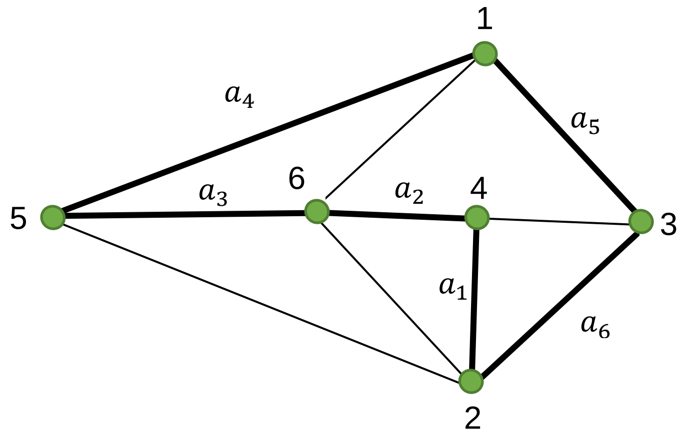

Figura 13. Passeio fechado

Neste exemplo observa-se um passeio fechado, que pode ser representado pela sequência de vértices 2 – 4 – 6 – 5 – 1 – 3 – 2.

Caso se tenha um passeio sem repetição de arestas, dar-se o nome de cadeia ou trilha. Desta forma, é possível observar que o exemplo da Figura 13 é uma cadeia. Ao passo que, se tiver uma cadeia sem repetição de vértices chama-se de caminho, conforme ilustrado na Figura 14.

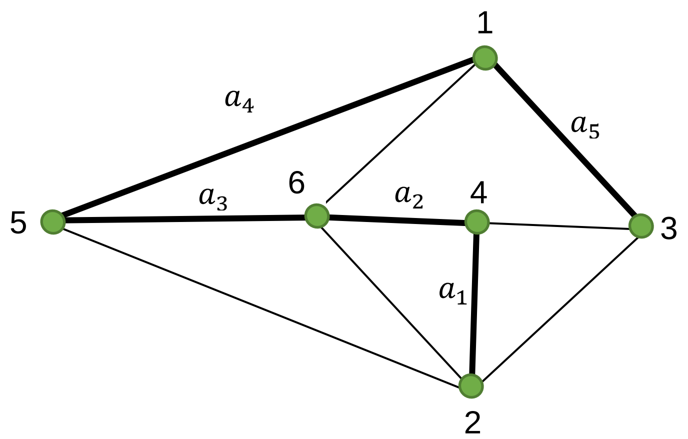

Figura 14. Caminho de início no vértice 2 e término no vértice 3

2.3 Cadeia Euleriana e Caminho Hamiltoniano

Uma cadeia em um grafo G é dita cadeia Euleriana, quando realiza-se um trajeto passando-se por todas as arestas de G apenas uma vez.

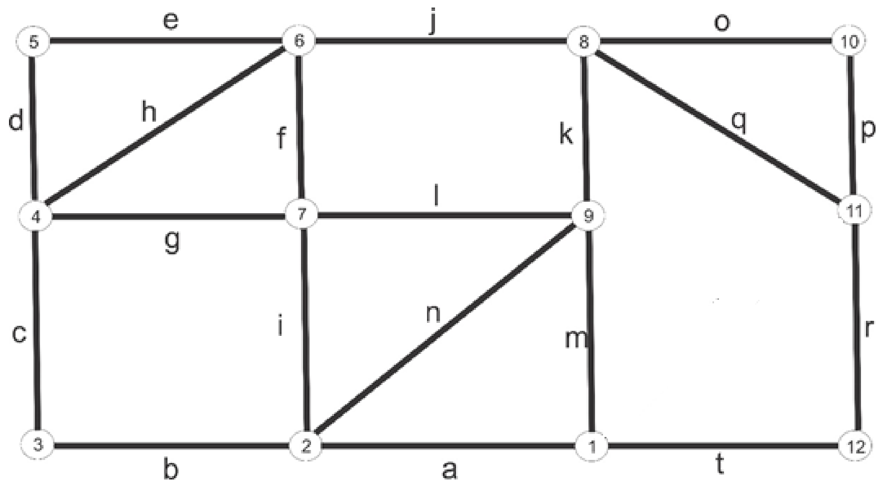

Figura 15. Cadeia Euleriana com doze vértices e dezenove arestas

Assim, uma possível sequência para representar a cadeia Euleriana na Figura 15 seria:

1-a-2-b-3-c-4-d-5-e-6-f-7-g-4-h-6-j-8-o-10-p-11-q-8-k-9-l-7-i-2-n-9-m-1-t-12-r-11

Caso se tenha uma cadeia Euleriana que inicia e termina em um mesmo vértice, dá-se o nome de cadeia Euleriana fechada ou ciclo euleriano.

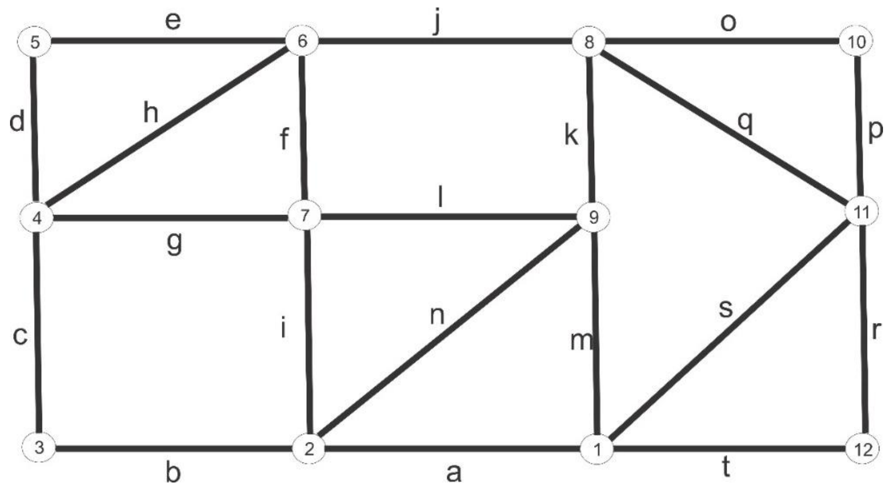

Figura 16. Cadeia Euleriana Fechada

Assim, uma possível sequência para representar a cadeia Euleriana da Figura 16 seria:

1-a-2-b-3-c-4-d-5-e-6-f-7-g-4-h-6-j-8-o-10-p-11-q-8-k-9-l-7-i-2-n-9-m-1-s-11-r-12-t-1

Um caminho em um grafo G é dito Caminho Hamiltoniano, quando realiza-se um trajeto passando-se por todos os vértices de G apenas uma vez.

A partir do grafo da Figura 14, por exemplo, podemos traçar o Caminho Hamiltoniano que será representado na Figura 17.

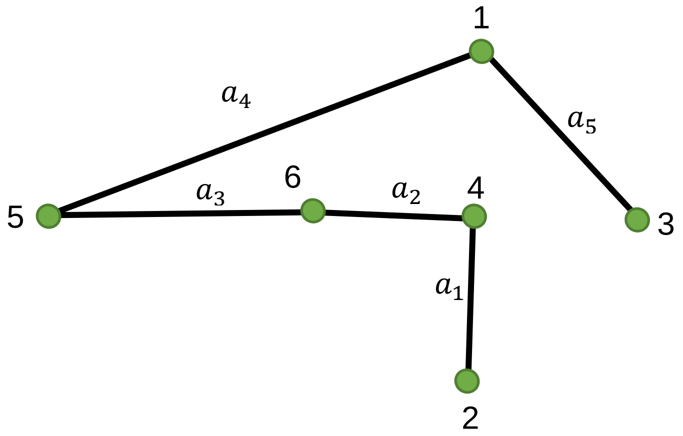

Figura 17. Caminho Hamiltoniano

Caso se tenha um caminho Hamiltoniano fechado, dá-se o nome de Ciclo Hamiltoniano.

A partir da Figura 17, ligando-se os vértices 2 e 3 tem-se um caminho Hamiltoniano fechado, como representado na Figura 18.

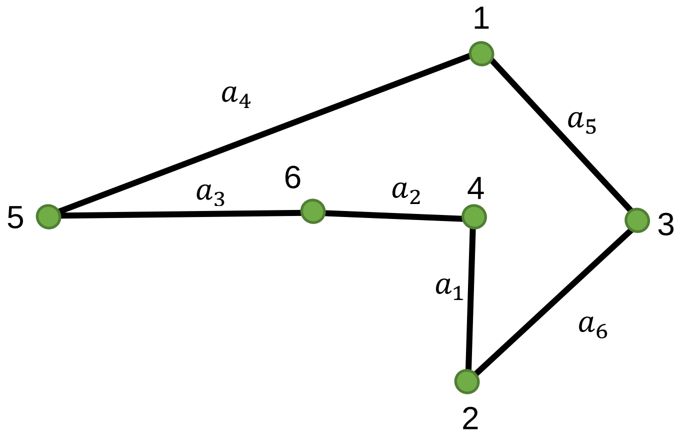

Figura 18. Caminho Hamiltoniano fechado

Uma importante aplicação de grafo euleriano é o conhecido Problema Chinês do Carteiro, que recebe este nome, não pela nacionalidade do carteiro, mas sim pelo fato desse problema ter sido apresentado por um pesquisador chinês. O problema consiste em traçar um caminho econômico, minimizando o esforço de um carteiro que precisa percorrer todas as ruas de uma cidade. Caso as ruas da cidade possam ser representadas por um grafo euleriano não haverá problema, porém se não for, a análise poderá ser mais complexa, uma vez que não é sempre possível construir novas ruas. Mas, apesar de tal dificuldade, existem algoritmos computacionais que produzem, com eficiência, resultados aproximados. Este fato faz com que o problema chinês do carteiro seja bastante estudado, uma vez que é analisado como uma boa solução pode gerar economia. (JURKIEWICZ, 2006)

Já para a ideia de ciclo hamiltoniano, existe uma importante aplicação, o chamado Problema do Caixeiro Viajante. Este problema consiste em encontrar o menor ciclo hamiltoniano de um grafo valorado G. Desta forma, uma solução para o problema seria encontrar todas as permutações dos vértices de G. Tal problema seria de fácil solução no caso em que existam poucos vértices em G, pois por exemplo, no caso do grafo possuir cinco vértices, seria necessário realizar o cálculo de 5! = 120 permutações. Porém, na prática, nos deparamos com grafos com mais de 60 vértices, ou seja, seria necessário calcular 60! permutações. Isto faria com que, mesmo usando milhares de computadores, levariam anos para se conseguir encontrar a solução. Ao contrário do Problema Chinês do Carteiro, para o Problema do Caixeiro Viajante ainda não foi encontrado um algoritmo para resolver, de forma eficiente, tal problema. (JURKIEWICZ, 2006)

2.4 Solução do Problema das Pontes de Könisberg

Uma vez expostos os conceitos básicos da teoria dos grafos, retornaremos agora ao problema das Pontes de Könisberg, para o qual será apresentada a solução de Euler para o problema.

Vale ressaltar que o problema consiste em atravessar todas as sete pontes da cidade exatamente uma vez. A partir disto, Euler conseguiu provar através da ideia de grau do vértice de um grafo, que o problema não tinha solução. De fato, Euler observou que não seria possível construir um caminho aberto nem um caminho fechado envolvendo todas as arestas (pontes) do grafo que modela o problema. Com efeito, traçando a partir da Figura 1 quatro pontos A, B, C e D, para representar as ilhas; e sete arestas a, b, c, d, e, f e g, representando as pontes, conforme Figura 2, observa-se que para existir um caminho fechado, o número de arestas que incidem em cada vértice deverá ser par. De acordo com a Figura 2, há três vértices onde incidem três arestas, ou seja, esses vértices têm grau três (pontos A, D e C) e um vértice onde incidem cinco arestas, logo, com grau cinco (ponto B). Por outro lado, para se obter um caminho aberto é necessário que somente dois vértices tenham grau ímpar, neste caso, o ponto de início e o outro no final. Observa-se também que, neste problema não se pode ter um caminho aberto, visto que os quatro vértices têm grau ímpar. Portanto, percebe-se que não é possível percorrer o grafo sem a repetição de arestas (pontes).

Stewart (2009, p.50) afirmou que Euler, através deste problema, conseguiu mostrar que as condições observadas no grafo das pontes de Könisberg eram suficientes para a existência de um caminho, uma vez que 2 pontos quaisquer estão sempre ligados por algum caminho.

3. PROGRAMA DE AGENTES COMUNITÁRIOS DE SAÚDE (PACS)

O Programa de Agentes Comunitários de Saúde surgiu no ano de 1991 a partir da iniciativa do Ministério da Saúde em parceria com as secretarias municipais e estaduais, após o resultado de experiências vivenciadas no Nordeste, cujo propósito era buscar a melhoria da qualidade de vida das comunidades através da atuação dos Agentes Comunitários de Saúde. (FRAGA, 2011, p.15)

A Lei 10.507/2002 editada a partir da medida provisória da Lei 11.350/2006, passou a regulamentar as atividades pertinentes aos Agentes Comunitários de Saúde reconhecendo-os oficialmente como profissionais. As normas e diretrizes foram revisadas posteriormente com a aprovação da Política Nacional de Atenção Básica através da Portaria nº 2.488/2011.

A Teoria de Grafos surge como uma importante ferramenta de apoio à atividades das Equipes de Atenção Básica, composta pelos Agentes Comunitários de Saúde, cujo processo de trabalho engloba, dentre outros: a definição do território de atuação e de população; programação e implementação das atividades de atenção à saúde de acordo com as necessidades da população; planejamento e organização da agenda de trabalho; realizar atenção à saúde no domicílio e demais espaços necessários como escolas, creches, salões comunitários e praças; desenvolver ações intersetoriais com a integração de projetos e redes de apoio social; participar do processo de territorialização e mapeamento da área de atuação da equipe identificando grupos, famílias e indivíduos expostos a riscos e vulnerabilidades. (BRASIL, 2012, p. 40)

4. METODOLOGIA

O presente estudo desenvolveu-se, quanto ao método de abordagem, sob a perspectiva do método dedutivo, cuja fundamentação partiu-se da Teoria dos Grafos como ferramenta na elaboração e análise dos trajetos realizados pelos Agentes Comunitários de Saúde.

A fundamentação do pensamento através do método dedutivo parte de verdades universais para possibilitar a obtenção de conclusões particulares, ou seja, parte de teorias e leis gerais para a determinação ou previsão de fenômenos particulares que destina-se a demonstrar e a justificar exigindo a aplicação de recursos lógico-discursivos (LAKATOS E MARCONI *apud* GERHARDT E SILVEIRA, 2009).

Para a obtenção de informações relevantes acerca da Teoria dos Grafos e da criação dos Programas de Agentes Comunitários de Saúde (PACS) utilizou-se a pesquisa bibliográfica, a qual, para CERVO, BERVIAN E SILVA (2007,p.60) “procura explicar um problema a partir de referências teóricas publicadas em artigos, livros, dissertações e teses.”

Quanto à abordagem de pesquisa, o estudo desenvolveu-se sob a perspectiva qualitativa, a qual preocupa-se em analisar e interpretar os fenômenos e atribuir significados. A pesquisa qualitativa é descritiva e não requer utilização de métodos e técnicas estatísticas (PRODANOV E FREITAS, 2013). Além disso, foram utilizados como instrumentos livros, teses, maquete e figuras.

5. DISCUSSÃO

Conceitos de grafos vistos foram utilizados para simular situações onde um Agente Comunitário de Saúde necessita fazer uma visita às residências de um bairro.

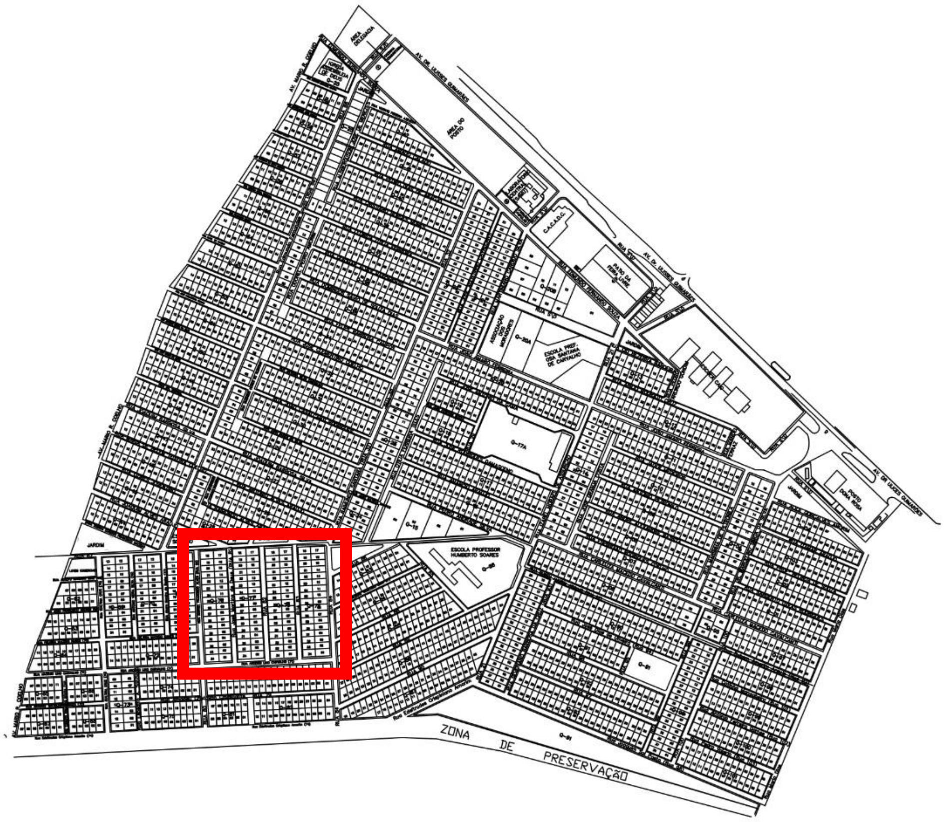

Figura 19. Mapa do bairro Cohab Massangano (Fonte: Secretaria de Ordem Pública)

A Figura 19 representa o bairro Cohab Massangano da cidade de Petrolina-PE, onde foram propostos dois problemas para análise.

Problema 1. Um Agente Comunitário de Saúde deverá percorrer o trajeto partindo de um determinado ponto e deverá retornar a este mesmo local sem que passe pela mesma rua mais de uma vez.

Ao traçar um possível caminho para realizar sua tarefa, imagina-se que o Agente deseja evitar desgastes físicos, por exemplo, visto que estará a pé e, até mesmo, economizar tempo e possíveis custos desnecessários.

Problema 2. Um Agente deverá percorrer o trajeto partindo de um determinado ponto, porém encerrará seu percurso em um ponto distinto do ponto de início. Para tanto, as mesmas condições propostas no problema anterior no que se refere a não repetir caminhos e buscar economias, deverão ser mantidas.

Para facilitar a aplicação dos problemas, foi selecionado apenas uma parte do mapa, conforme Figura 20, pois, desta forma, os conceitos poderão ser facilmente estendidos a todo o mapa.

Figura 20. Mapa das ruas 80 a 84

Para solucionar os problemas citados, o Agente deverá construir um grafo para auxiliá-lo na observação. Neste caso, o mapa pode ser visto como um grafo, onde os cruzamentos das ruas representarão os vértices e as ruas as arestas. Conforme Figura 21.

Figura 21. Grafo sobre o mapa das ruas 80 a 84

Desta forma, o grafo que poderá fazer a representação da Figura 21, será o grafo construído conforme a Figura 22.

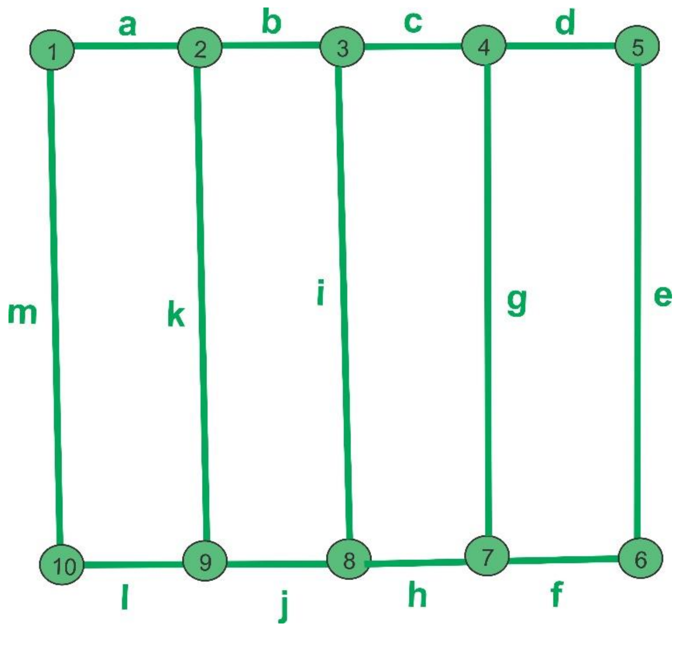

Figura 22. Grafo do mapa das ruas 80 a 84

De acordo com o que foi apresentado na Figura 22, os cruzamentos foram substituídos por vértices (numerados de 1 a 10) e as ruas foram substituídas por arestas (nomeadas da letra “a” até “m”). Para a resolução do Problema 1, na linguagem da Teoria dos Grafos, chamado de *cadeia euleriana fechada*, podemos supor que Agente deseja partir do vértice 1 e retornar a ele percorrendo todas as arestas sem repeti-las. Pode-se perceber através da sequência que se segue, por exemplo, que não é possível partir de um vértice e retornar ao mesmo sem que haja repetição de arestas:

1-a-2-b-3-c-4-d-5-e-6-f-7-g.

A sequência citada acima mostra que para se continuar o trajeto será necessário repetir uma das arestas já percorridas, por exemplo, a aresta “c”. Entretanto, neste mesmo grafo seria possível obter um *caminho hamiltoniano fechado*, conforme sequência:

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-1,

desde que eliminada a necessidade de percorrer todas as ruas.

Para a resolução do Problema 2, na linguagem da Teoria dos Grafos, chamado de *caminho aberto*, podemos supor que o Agente partirá do vértice 1 e, por exemplo, terminará no vértice 10 percorrendo todas as arestas sem repeti-las. Porém, utilizando-se a mesma sequência do primeiro problema, percebe-se que não é possível, pois haverá repetição de arestas. Entretanto, se eliminarmos a necessidade de percorrer todas as ruas, é possível obter um *caminho hamiltoniano*, conforme sequência:

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10.

É possível mostrar que os problemas 1 e 2 não tem solução, pois apenas quatro dos dez vértices têm grau par, conforme Tabela 3:

Tabela 3. Grau dos vértices

Vértices	Grau
1, 5, 6, 10	Dois
2, 3, 4, 7, 8, 9	Três

Ao que foi exposto e provado por Euler sobre a Ponte de Könisberg, percebe-se, com o auxílio dos grafos, que nem todos os problemas propostos terão solução, ou seja, existirá bairros onde o Agente não conseguirá traçar caminhos abertos ou fechados. Desta forma, aproveita-se o próprio mapa do bairro escolhido para mostrar o que acabou de ser exposto, assim, mostrando que o Agente não conseguirá visitar todas as residências sem passar pela mesma rua mais de uma vez.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pretendeu-se com este estudo despertar o interesse da comunidade escolar e do Programa de Agentes Comunitários de Saúde (PACS) acerca da relevância de se utilizar a Teoria dos Grafos como ferramenta na definição prévia dos trajetos de maneira a evitar desperdícios e tornar a atuação mais eficiente, possibilitando economia de tempo e recursos.

Para atender ao objetivo do presente estudo, fez-se a utilização de um mapa de um bairro da cidade de Petrolina-PE para simular a atuação de um Agente Comunitário de Saúde no desenvolvimento de suas atividades. Para isso, mostrou-se através das definições da Teoria dos Grafos, que para os dois problemas propostos, não é possível chegar a uma solução. Ou seja, não é possível passar por todas as arestas sem repeti-las. Tais problemas foram solucionados usando o conceito de grau de um vértice em um grafo.

Desta forma, foi possível responder à principal questão levantada neste estudo: como a Teoria dos Grafos pode ajudar os Agentes Comunitários de Saúde na elaboração dos trajetos a serem percorridos na realização de suas atribuições? Mostrando assim, uma forma de otimizar gastos e evitar possíveis desgastes na realização de trajetos.

Da mesma forma que também foi possível observar como a comunidade docente pode inserir a teoria dos grafos em seu plano de curso, possibilitando aos discentes conhecerem algumas das diversas aplicações deste conteúdo, bem como facilitar a compreensão de conceitos através de exemplos cotidianos.

O presente artigo abre, portanto, um precedente para futuros estudos acerca da importância de se fazer uma análise custo benefício na definição de trajetos em diversas áreas profissionais e cotidianas com vistas a comprovar a eliminação de desperdícios e, consequentemente, a economia de tempo e recursos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2.** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em julho de 2017.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Política Nacional de Atenção Básica**. Brasília: Ministério da Saúde, 2012. (Série E. Legislação em Saúde). Disponível em http://189.28.128.100/dab/docs/publicacoes/geral/pnab.pdf. Acesso em julho de 2017.

CAVALCANTE, F. N. S.; SILVA, S. D.. **Grafos e suas aplicações**. Disponível em http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/po_2/literatura/grafos/monografias/tcc1.pdf . Acesso em setembro de 2016.

CERVO, A. L; BERVIAN, P. A. DA SILVA, R. **Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

FRAGA, Otávia de Souza. **Agente Comunitário de Saúde: Elo entre a comunidade e a equipe da ESF?**. Disponível em https://www.nescon.medicina.ufmg.br/biblioteca/imagem/2665.pdf. Acesso em julho de 2017.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa.** Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS, Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GOLDBARG, Marco; GOLDBARG, Elizabeth. **Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos – Uma introdução.** Apostila 6 do Programa de Iniciação Científica da OBMEP, 2006.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico** – 2ª Edição. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

STEWART, Ian. **Almanaque das curiosidades matemáticas**. Tradução Diego Alvaro; revisão técnica Samuel Jurkiewicz. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.