



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

ARLEY PEREIRA RODRIGUES

ENSINO DE RACIOCÍNIO LÓGICO PARA A 3ª SÉRIE DO ENSINO
MÉDIO

JUAZEIRO – BA

2021

ARLEY PEREIRA RODRIGUES

**ENSINO DE RACIOCÍNIO LÓGICO PARA A 3ª SÉRIE DO ENSINO
MÉDIO**

Artigo apresentado ao programa de Pós-graduação em Matemática da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.
Orientador: Prof. Me. Carlos Antônio Freitas da Silva

JUAZEIRO – BA

2021

R696e Rodrigues, Arley Pereira
Ensino de raciocínio lógico para a 3ª série do ensino médio / Arley Pereira Rodrigues. – Juazeiro, 2021.
v, 20 f.; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro – BA, 2021.

Orientador: Prof. Carlos Antônio Freitas da Silva.

1. Lógica matemática. 2. Ensino de lógica. 3. Resolução de problemas. I. Título. II. Silva, Carlos Antônio Freitas da III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF

Bibliotecário: Renato Marques Alves, CRB 5-1458

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

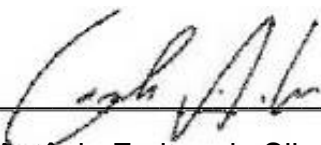
FOLHA DE APROVAÇÃO
ARLEY PEREIRA RODRIGUES

ENSINO DE RACIOCÍNIO LÓGICO PARA A 3ª SÉRIE DO ENSINO
MÉDIO

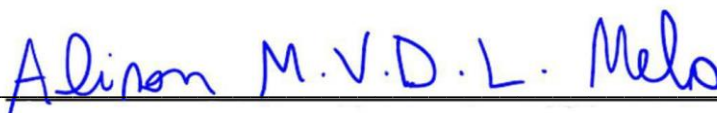
Artigo apresentado ao programa de Pós-graduação em Matemática da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 26 de fevereiro de 2021


Banca Examinadora



Prof. Me. Carlos Antônio Freitas da Silva, PROFMAT/UNIVASF



Prof. Dr. Alison Marcelo Vann Deer Lan Melo, PROFMAT/UNIVASF



Prof. Dr. Marcelo Almeida de Souza, IME/UFG

ENSINO DE RACIOCÍNIO LÓGICO PARA A 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Arlley Pereira Rodrigues¹

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido a fim de responder o questionamento sobre a relevância de introduzir o ensino de lógica matemática no Ensino Médio de forma metódica, com o intuito de verificar a aptidão para a resolução de problemas - visto que a lógica permeia todo o pensar matemático em sua estrutura e esta não é abordada claramente no currículo de matemática. No entanto, ela é de suma importância para a justificativa do fazer matemático. Para tal, foi lecionada a lógica em uma turma da 3ª série do Ensino Médio em uma escola pública no município de Petrolina. Ao realizar esse estudo de caso e analisar todos os dados obtidos, pode-se verificar se a lógica contribui para a compreensão dos passos necessários à resolução de problemas em matemática e assim, apresentar uma proposta de aplicação da lógica no Ensino Médio. Comenta-se a importância da lógica de uma maneira geral e então se explana sobre a lógica matemática e seu ensino na educação básica, tendo como referências os trabalhos de Matheus e Candido (2013), Heck (2017), Buchsbaum (2006), Scolari; Bernardi; Cordenonsi (2007) e Neto (2008). Logo após, dá-se ênfase à análise dos dados obtidos a partir das fichas de exercícios aplicadas e das aulas ministradas aos alunos da 3ª série do Ensino Médio, comparando com os resultados de Orsano (2018), Nascimento (2016), Neto (2008) e Pereira (2016). Os dados foram coletados ao se aplicar uma atividade prévia, para saber qual o conhecimento que os estudantes têm sobre lógica. Depois é trabalhado o tema da lógica de forma expositiva e aplica-se uma segunda atividade com a finalidade de averiguar se a temática foi compreendida pelos alunos. Os resultados se mostraram satisfatórios, atendendo às expectativas e alcançando os objetivos apresentados, pois foi possível perceber nos alunos um pensar crítico e lógico ao justificarem suas respostas às atividades propostas.

Palavras-chave: Lógica matemática. Ensino de lógica. Resolução de problemas.

¹Mestrando em Matemática, professor das redes estaduais da Bahia e Pernambuco. E-mail: aux.arlley@gmail.com.

TEACHING LOGICAL REASONING FOR THE 3RD GRADE OF HIGH SCHOOL

Arley Pereira Rodrigues¹

ABSTRACT

This present work was developed in order to answer the question about the relevance of introducing the teaching of mathematical logic in high school methodical form, in order to verify the ability to solve problems, since that logic permeates all mathematical thinking in its structure and it is not addressed clearly in the math curriculum, however, it is in short importance for the justification of doing mathematics. To this end, it was taught logic in a 3rd grade class at a public school in the Municipality of Petrolina. In developing this case study and analyzing all the obtained, it can be verified whether the logic contributes to the understanding of steps need end to solve math problems and so, to present a proposal for the application of logic in high school. To Comment the importance of logic in general, we then explain logic mathematics and its teaching in basic education, having as references the works of Matheus and Candido (2013), Heck (2017), Buchsbaum (2006), Scolari, Bernardi and Cordenonsi (2007) and Neto (2008). Soon after, emphasis given to analyze of the data obtained from the applied exercises he et sand classes taught to students in the 3rd grade of high school, compared to the results of Orsano (2018), Nascimento (2016), Neto (2008) and Pereira (2016). Data were collected when applying a previous activity, to find out what knowledge students have about logic. Then the theme of logic is worked out in an expository way and a second activity is applied in order to find out if the theme was understood by the students. The results were satisfactory, meeting the expectations and achieving the objectives presented, as it was possible to perceive in the students a critical and logical thinking when justifying their responses to the proposed activities.

Keywords: Mathematical logic. Logic teaching. Resolution problems.

¹Mestrando em Matemática, professor das redes estaduais da Bahia e Pernambuco. E-mail: aux.arley@gmail.com

1 INTRODUÇÃO

No exercício da cidadania é imprescindível que o cidadão seja crítico, modificador do espaço em que vive, que assegure suas convicções e saiba fundamentar seus argumentos. Para isso, a educação básica deve abranger essas competências por meio das diversas disciplinas que a compõe. A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p.529) ao falar da área de matemática e suas tecnologias preconiza “o desenvolvimento de competências que envolvem **raciocinar**”, direcionando então uma educação que promova o raciocínio lógico do estudante.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 84) relata que todo ser humano ao concluir sua vida escolar deve ter a capacidade cognitiva de se apropriar das operações da lógica a fim de possuir instrumental suficiente para se adequar à realidade que o cerca.

Além disso, os Parâmetros Curriculares de Matemática (BRASIL, 2000, p. 44) endossam o desenvolvimento da capacidade argumentativa lógica, que é obtida, evidentemente, na vida escolar. O texto continua ao pontuar que as habilidades e competências que devem ser observadas ao final da vida escolar básica do aluno têm de compreender a investigação e compreensão, em termos de selecionar estratégias de resolução de problemas, distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos, discutir ideias e produzir argumentos convincentes (BRASIL, 2000, p. 46).

Percebe-se, então, uma preocupação nos documentos oficiais de que o cidadão, no usufruto das suas relações sociais, tenha a plena capacidade de exercer sua cidadania de forma cabal, por meio de uma cognição que o permita racionalizar de maneira organizada e lógica, com vistas a desenvolver estratégias de resolução de problemas que o envolvam.

Na matemática, a resolução de problemas é uma constante e é parte importante no currículo. Tendo isso em vista, e atribuindo destaque à lógica, surge uma questão que norteou esse trabalho: “o ensino de lógica contribui na resolução de problemas em matemática?” Portanto, o presente texto tem por objetivo geral propor o ensino de lógica matemática em uma turma da 3ª série no Ensino Médio a fim de averiguar sua importância na compreensão dos passos necessários para resolver problemas matemáticos.

Para alcançar esse objetivo geral, tem-se por objetivos específicos: mostrar a importância da lógica no desenvolvimento do pensamento humano; comentar sobre a lógica matemática; expor o ensino de lógica no Ensino Médio; trabalhar a resolução de problemas por meio do raciocínio lógico e verificar a contribuição do ensino de lógica para a interpretação e resolução de problemas.

Vale ressaltar que a lógica matemática não aparece como parte integrante do currículo de matemática de forma sistemática e formal. No entanto, é uma temática importante para se considerar na educação básica, por sua contribuição na formação de cidadãos críticos e conscientes de sua colaboração na construção de uma sociedade equânime.

No que se refere às divisões do texto, na primeira parte tem-se a apresentação da importância da lógica de uma maneira geral, sua relevância na matemática e sua notoriedade na resolução de problemas. Na próxima divisão fala-se sobre a metodologia que descreverá as atividades e aulas desenvolvidas com os alunos. E, por fim, discutem-se os resultados obtidos das produções em sala de aula.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Propor o ensino de lógica na 3ª série do Ensino Médio advém do fato de ser a lógica preponderante para o desenvolvimento da argumentação, e esta é importante para as várias áreas das ciências. Segundo Matheus e Candido:

O desenvolvimento do raciocínio lógico é usualmente associado ao estudo da Matemática. No entanto, o cerne da Lógica, enquanto ciência, e do raciocínio dito lógico, é a *argumentação*. E, é claro, argumentar não é atividade exclusiva da Matemática. Na realidade, a boa argumentação, em âmbitos gerais, depende basicamente da apropriação adequada da língua materna e de estímulos adequados. Argumentar é questão de prática (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p.1).

Sobre a importância da lógica no sentido geral, é imprescindível sua presença na organização das ideias. Ela implica não somente veracidade de tudo aquilo que afirmamos ser verdadeiro, mas, também, se nossa argumentação é de fato válida. (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p. 2). Para além disso, viabiliza uma racionalidade mais esclarecida por meio de um argumento fundamentado. Para Heck “o estudo e a aprendizagem da lógica implicam no desenvolvimento de uma competência vital para o gozo pleno da racionalidade humana” (HECK, 2017, p. 63). Buchsbaum, ao retratar a relevância da lógica para o desenvolvimento da cognição, diz que “o estudo, conhecimento e cultivo da lógica revelam ferramentas bem importantes para uma evolução cognitiva do ser humano que queira ser realmente livre” (BUCHSBAUM, 2006, p. 1).

Além disso, a lógica possui notabilidade nas diversas áreas das ciências, por isso não se pode deixar de lado a sua introdução no Ensino Médio, que é onde o aluno tem contato com valores que o colocarão como ser pensante e atuante no meio social em que está inserido.

O desenvolvimento do raciocínio lógico nos alunos é uma necessidade para fazê-los pensar de forma mais crítica acerca dos conteúdos das diferentes disciplinas, tornando-os mais argumentativos com base em critérios e em princípios logicamente validados (SCOLARI; BERNARDI; CORDENONSI, 2007, p.1).

Entrando no mérito da lógica em matemática, é preciso esclarecer que a Matemática não é a única ciência em que o raciocínio lógico é desenvolvido efetivamente, mas não se pode negar que a Rainha das Ciências possui demasiada

importância na organização das ideias e da argumentação. De acordo com Matheus e Candido:

De fato, embora não seja possível defender que o estudo da Matemática tenha alguma primazia sobre o desenvolvimento do raciocínio lógico, também não se pode deixar de constatar que a Matemática é realmente um terreno muito promissor para isso. E, por outro lado, sem o uso do raciocínio lógico, é difícil chegar ao cerne das questões Matemáticas. Porém, o *modo* como a lógica é incorporada na matemática escolar pode definir o sucesso ou insucesso do desenvolvimento da capacidade de argumentar *em Matemática* (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p.1).

A expressividade da matemática se dá por meio de uma simbologia que se revela de forma lógica, exigindo que haja um rigor lógico para entendê-la, “em suas bases elementares” (BUCHSBAUM, 2006, p.1). Concordando com essa observação, é que se pretende discutir essa temática no presente trabalho.

Dando ênfase ao tema em pauta, introduzir o ensino de raciocínio lógico no ensino básico contribui de forma plena para o que o aluno possa argumentar e justificar os passos tomados para a resolução de problemas em matemática de forma clara. Para isso ocorrer, os professores de Matemática devem trabalhar com problemas ou desafios de lógica (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p. 4).

O currículo de matemática da educação básica no Brasil, não dispõe claramente do ensino de lógica. Dada a sua relevância, faz-se necessária sua inserção, visto que, em outros países, a lógica é tratada com naturalidade nas aulas de matemática. Heck nos informa que

É fato que países desenvolvidos possuem um histórico bem-sucedido em educação lógico-matemática (com ênfase em solução de problemas e abordagens conceituais). Nesses países, os estudantes são incentivados a embaterem-se com os problemas e resolvê-los por si mesmos, ao invés de serem conduzidos pelo professor, muitas vezes desejoso por ajudar no primeiro sinal de dificuldade. Note que, quando falamos em lógica e raciocínio lógico matemático, somos remetidos inevitavelmente a uma longa tradição filosófica e matemática – começando com Aristóteles até a contemporaneidade com Frege, Russell, Gödel, Carnap, Hilbert, Quine, Kripke, etc – que se ocupa em desenvolver a lógica (e a matemática) como um domínio de consideração filosófica (filosofia da lógica e filosofia da matemática) e como um conhecimento de utilidade prática (HECK, 2017, p.63).

Pensando nesse contexto, é que se propõe a introdução do ensino de lógica matemática no Ensino Médio em uma turma da 3ª série, por meio de aulas e aplicação de fichas de exercícios, para averiguação dos resultados. Matheus e Candido concordam que problemas de lógica auxiliam no progresso do raciocínio

lógico, e que devem ser aplicados em algumas ocasiões no curso de matemática, pois “gera agradáveis quebras de rotina, desde que o nível de dificuldade esteja adequado aos alunos - nem fácil demais, nem difícil demais” (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p. 5).

Scolari, Bernardi e Cordenonsi (2007) corroboram com a ideia de abordar o ensino de lógica nos anos iniciais, para que o aluno desenvolva a aptidão na resolução de problemas matemáticos, ao longo da sua vida escolar.

A utilização da lógica é requisitada em diversos momentos nas relações humanas. Por isso se faz necessária estudá-la de forma metódica, pois nas mais diversas áreas do conhecimento são exigidos conteúdos sobre raciocínio lógico. Embora seja um grande desafio para os professores - já que se tem um público de alunos que possuem uma certa resistência aos conhecimentos matemáticos - não se pode excluí-los desses conhecimentos, dada a exigência e necessidade premente dessa competência para o pleno exercício da cidadania. Tendo isso em vista, Heck comenta:

É fato que as sociedades contemporâneas, dotadas de uma enorme demanda profissional nas áreas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, se voltam para o público cada vez mais jovem. Mas, na contramão da exigência, desde muito cedo encontramos jovens com uma verdadeira fobia à matemática e à lógica, quando muito, uma formação precária, resultado de um ensino superficial e indiferente às técnicas pedagógicas que equacionem a dimensão teórica e prática desses conhecimentos (HECK, 2017; p.63).

A importância do raciocínio lógico vai além de apenas ter aulas lúdicas, ele é mister para justificar e validar diversos resultados que são apresentados aos alunos para resolver vários problemas de matemática, mas sem explicitar o porquê desses resultados, essencialmente em teoremas que são bastante consagrados em matemática. Sobre isso, Matheus e Candido (2013) comentam que:

Demonstrar teoremas é importante porque muitas afirmações matemáticas que parecem óbvias, podem ser, na realidade, falsas – a história está cheia de exemplos. Mas demonstrar teoremas é também uma maneira de compreendê-las mais profundamente: saber não apenas que são válidos, mas também *porque* são válidos (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p.8,9).

Ainda sobre o mérito de o raciocínio lógico contribuir no entendimento da validade de teoremas e demonstrações em matemática, Matheus e Candido discorrem:

No entanto, pelo exposto até o momento, é forçoso admitir que *um ensino de Matemática que pretenda estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico precisa, necessariamente, lidar com explicações, justificativas e demonstrações dos fatos matemáticos* – respeitando o estágio cognitivo dos alunos e os estimulando a avançar (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p.10,11).

A propósito do estágio cognitivo dos alunos, as autoras Nasser e Tinoco, citadas por Matheus e Candido (2013, p. 11,12), argumentam que é indispensável auxiliar o discente no desenvolvimento do seu raciocínio lógico, contribuindo para o pleno saber do processo dedutivo. Essa habilidade adquirida nesse processo contribuirá para toda a vida escolar do aluno, por meio de jogos diversos, problemas desafiadores e respostas justificadas.

Matheus e Candido defendem veementemente que é imprescindível solicitar aos alunos a explicação, justificação e demonstração de resultados em matemática, pois “são ações de grande importância no desenvolvimento do raciocínio lógico, aconteçam elas dentro ou fora da Matemática” (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p. 14).

Isso não é, de forma alguma, um retorno a uma matemática exaustiva e prolixa, promovida pelo movimento da matemática moderna, permeada de demonstrações, e sim, uma defesa a uma matemática significativa, que provoca o raciocínio e o desenvolvimento cognitivo dos alunos, por meio da lógica matemática.

Não se trata aqui de defender uma volta ao tempo em que Matemática escolar era feita todo o tempo de demonstrações formais, pois estas, boa parte das vezes, desrespeitavam as fases do desenvolvimento cognitivo dos alunos. Trata-se, na verdade, de defender um modo de ensinar que acolha e até mesmo provoque o questionamento dos alunos. Trata-se de defender que o professor explique não apenas o *como*, mas o *porquê*, que justifique os fatos matemáticos apresentados, que os demonstre. Ou que, na impossibilidade de fazê-lo, ao menos explicita essa impossibilidade e ofereça justificativas informais ou parciais. Trata-se de defender também um ensino de Matemática que estimule os alunos a justificarem eles próprios seus raciocínios, primeiro informalmente e, mais tarde, com maior nível de rigor. Apenas desse modo será legítimo afirmar que a Matemática contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico (MATHEUS; CANDIDO, 2013, p.15).

Dado o exposto, pode-se perceber que ensinar lógica matemática na 3ª série do Ensino Médio se mostra bem salutar, pois promove o desenvolvimento cognitivo dos alunos, desperta-lhes o espírito investigativo, e os municiam para resolverem problemas em matemática.

A proposta do trabalho tem como objetivo destacar a pertinência do ensino de lógica em uma turma da 3ª série do Ensino Médio na resolução de problemas em matemática sobre conjuntos, em específico o silogismo, a equivalência lógica e o paradoxo lógico.

A temática será abordada por meio de uma sequência de atividades, em que se aplicará inicialmente uma lista de exercícios, com a finalidade de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre lógica. Após isso, em uma outra aula, será exposta os conceitos mais significativos de lógica para a resolução de problemas sobre conjuntos e suas aplicações em exercícios, culminando na análise dos dados para se chegar ao resultado.

Quando se fala em aplicar atividades, pensa-se sobre as competências e habilidade que esses exercícios poderão desenvolver em quem os resolve. As competências e habilidades são qualidades e comportamentos que se pretende potencializar no aluno, e, por isso, as listas de exercícios devem ser pensadas e elaboradas para alcançarem esses objetivos.

Nos Parâmetros Curriculares da Educação - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2000) está explícito que as competências e habilidades devem ser levadas em conta no estudo da matemática, pois esta, além de ser uma Ciência própria, é também instrumento importante na Física, Biologia e Química, e contribuem para a autonomia dos alunos.

No quadro resumo das competências e habilidades gerais da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias consta que o aluno deve “desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo.” (BRASIL, 2000, p. 42) e na parte específica de matemática, encontra-se que o aluno tem que “distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos” (BRASIL, 2000, p. 46). Portanto, ao se chegar nos resultados, essas competências e habilidades têm de ser reconhecidas nas respostas que os alunos deram na lista de atividades.

Alguns autores serviram de base para a elaboração deste trabalho, dentre eles destacam-se Orsano, Nascimento, Neto e Pereira. O autor Orsano (2018) elaborou seu trabalho sobre lógica na resolução de questões de concursos públicos e vestibulares, em associação com a explanação dos conceitos ao longo do texto. Ainda apontou uma aplicação da lógica na computação, mais especificamente em algoritmos, descrevendo algumas instruções para resolver um determinado

problema, mostrando a íntima relação entre os algoritmos com os operadores lógicos. Sua obra foi realizada para servir de apoio a pesquisadores da área.

Nascimento (2016) comentou seu trabalho de lógica com a elaboração de sequências didáticas sobre a álgebra de Boole e circuitos lógicos para serem apresentadas aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e em qualquer série do Ensino Médio, bem como uma sequência de questões de vestibulares e concursos ao longo do texto, sobre lógica matemática. Foi feito como uma sugestão para os professores implementarem essas atividades em suas aulas.

Já o autor Neto (2008) apresenta a proposta de ensino de lógica com o uso do applet Tarski's World com fins de analisar as sentenças da lógica clássica. Isso foi feito por meio de atividades elaboradas aplicadas em uma turma da 2ª série do Ensino Médio. A metodologia utilizada foi a engenharia didática, realizada em quatro fases: análises prévias, concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia, experimentação e análise *a posteriori* e validação. A metodologia foi desenvolvida em sete encontros, sendo que no início de cada um deles apresentasse os operadores lógicos que surgirão na atividade e as fases são desenvolvidas em cada encontro. O autor expõe um resultado satisfatório, por promover o desenvolvimento de habilidades no uso das regras da lógica clássica.

No trabalho de Pereira (2016) o ensino de lógica foi discutido para a resolução de problemas da própria temática. Foi realizada em duas instituições diferentes, uma Universidade e uma escola de ensino básico. Na Universidade, dois grupos foram submetidos à experiência, uma turma que cursou uma disciplina de lógica e uma turma que estava iniciando a faculdade. No colégio do ensino básico, uma turma da 1ª série do Ensino Médio participou da experiência. Em ambos os casos, foi aplicada uma atividade prévia, logo após foi ministrado um minicurso básico de lógica e foi realizado um segundo teste, a fim de verificar o resultado do curso. Os resultados obtidos mostram que o ensino de lógica proporcionou uma capacidade maior do discente em resolver problemas de lógica, sugerindo a abordagem desse tema durante o Ensino Médio de forma sistemática.

Neste trabalho, apresentaremos a lógica associada ao ensino dos conjuntos, relacionada aos conceitos do silogismo, equivalência lógica e paradoxo lógico, a fim de analisar como sua abordagem pode contribuir para o processo de aprendizado de interpretação e resolução de problemas. Será tomado como influência a abordagem de Lima (2017) ao comentar o capítulo sobre conjuntos; Neto, Sampaio, Lapa e

Cavallante (2009) que tratam acerca de noções de lógica e conjuntos; e Machado (2017) que discute sobre lógica e conjuntos no Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM).

3 METODOLOGIA

Para o presente trabalho, foi realizada uma pesquisa na perspectiva qualitativa, por estar buscando uma verificação da influência da lógica matemática na resolução de problemas sobre conjuntos. A pesquisa nesses moldes é de fundamental importância, pois nas palavras de Godoy

Hoje em dia a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes (GODOY, 1995, p.21).

Além disso, esta pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso, pois o pesquisador está *in loco* para a obtenção dos dados – e, portanto, o trabalho também terá um aspecto descritivo - em meio a uma turma da 3ª série do Ensino Médio, com vistas a averiguar se de fato o ensino de lógica proporciona uma melhor capacitação aos alunos para a resolução de problemas. Godoy (1995) informa que o estudo de caso permite uma investigação mais aprofundada, mais completa sobre o tema em foco.

Cogitou-se inicialmente, desenvolver esse trabalho em uma turma da 1ª série do Ensino Médio, em uma escola pública da cidade de Casa Nova – BA, mas por conta da pandemia, não foi possível realizar. Optou-se então, por fazer o estudo do tema na 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Petrolina - PE, por ser a última série da última etapa do ensino básico, onde os alunos - se estiverem dentro da idade escolar prevista – têm cerca de 17 anos e é nessa idade em que eles manifestam uma cognição mais desenvolvida, por terem já uma vida escolar bem solidificada. Segundo Neto (2008), é nessa idade que os alunos já tiveram contato com os mais variados conceitos da matemática e podem desenvolver uma cognição mais fundamentada.

Essa turma da 3ª série já trabalhou com o tema sobre conjuntos, logo no início da 1ª série do Ensino Médio. De acordo com Lima, “Toda a matemática atual é

formulada na linguagem de conjuntos. Portanto, a noção de conjunto é a mais fundamental: a partir dela, todos os conceitos matemáticos podem ser expressos. Ela é também a mais simples das ideias matemáticas” (LIMA, 2017, p. 2). Dada essa importância dos conjuntos para a matemática é que se elegeu esse tema para ser trabalhada a lógica matemática. Lima (2017) respalda essa escolha, ao dizer em seu prefácio que: “os conjuntos são o modelo matemático para a organização do pensamento lógico.”

A temática foi abordada por meio de alguns passos, numa sequência didática¹, onde no primeiro passo – a análise prévia - se aplica inicialmente uma lista de atividades com a finalidade de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre lógica. No segundo passo – o planejamento - realiza-se o planejamento de acordo com as informações coletadas na análise prévia. Após isso, no terceiro passo – a aula de raciocínio lógico – é executada a proposta, em que há a exposição dos conceitos de lógica mais necessários à resolução de problemas sobre conjuntos, que foram identificados na análise prévia. Logo em seguida, em outra aula, aplica-se uma ficha de exercícios para que os alunos, agora munidos com os conhecimentos de lógica, possam utilizar na resolução de problemas sobre conjuntos. E, no último passo – os resultados – analisa-se, por fim, se o ensino de lógica realmente contribuiu para o entendimento dos alunos na resolução dos exercícios.

Na análise prévia, foi apresentada uma lista de atividades sobre conjuntos, mais notadamente a relação de inclusão. Ao longo da aplicação, observou-se a postura dos alunos, seus métodos de resolução, com o propósito de analisar se eles fazem uso apenas dos conhecimentos de conjuntos, ou se eles também fazem a utilização de uma “lógica” para resolver as atividades. Também foi adotado o diálogo, para entender como os alunos responderam ao questionário. Esta análise prévia é de primordial interesse, por apresentar os conhecimentos iniciais dos alunos sobre o tema, e a partir desses dados, formular um plano de intervenção para aprimoração dos conhecimentos. Segundo Artigue (1996 p. 202, *apud* Neto 2008), a análise prévia permite visualizar as concepções, as dificuldades e os erros dos alunos, sendo essas informações o pontapé inicial para formular uma estratégia de estudo para alterar as concepções, dirimir as dificuldades e corrigir os erros. Artigue

¹Para Zabala (1995, p 18) as sequências didáticas “são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.”

informa que a análise prévia serve de guia para determinar os próximos passos da pesquisa.

No passo do planejamento, com as informações coletadas na análise prévia, adotou-se um plano de aula, a fim de propor a apresentação do tema, observando os objetivos delineados nessa análise. O planejamento foi concretizado ao se perceber quais foram as questões com maior e menor acerto, o porquê desses erros, qual o conhecimento lógico envolvido para resolvê-las, para, a partir daí, preparar a aula que foi ministrada e elaborar a ficha de atividades aplicadas no terceiro passo. Sobre a análise dos erros, é importante considerá-los, pois “eles fornecem pistas sobre como os alunos aprendem e compreendem determinado conteúdo” (NASCIMENTO; MORELATTI, 2011, p 1). O planejamento nessa etapa é de fundamental relevância, pois segundo Schewtschik:

Planejar é uma atividade inerente ao trabalho do professor, que exige dele um trabalho de reflexão sobre o ensino e sobre a aprendizagem. Nos dias de hoje planejar uma aula que atenda a aprendizagem dos nossos alunos é imprescindível, uma vez que muitos professores só escolhem atividades que acham interessantes, e esquecem de fato dos objetivos para aquela aula (SCHEWTSCHIK, 2017, p.10661).

Já no terceiro passo é onde se efetiva a aula elaborada no planejamento, com a finalidade de apresentar de forma didática e sistemática os conceitos fundamentais da lógica matemática. Paula (2008) menciona que a aula é a ocasião adequada para a aprendizagem. É nesse momento, em que os alunos têm contato com a lógica matemática de maneira mais explícita e aprofundada, de forma que eles possam se apropriar de um conhecimento lógico formal e por meio desse conhecimento tomar decisões mais acertadas, refletirem sobre essas tomadas de decisões e justificarem suas respostas coerentemente.

Por fim, no último passo, culmina no resultado, feita a análise da atividade aplicada após a aula de lógica. Esse estágio da pesquisa é bastante relevante e precisa ser realizado com muito cuidado. Lüdke e André pontuam que:

Analisar os dados qualitativos significa “trabalhar” todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevista, as análises de documentos e as demais informações disponíveis (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 45).

Aqui é um momento importante na pesquisa, pois é quando os dados são confrontados com os trabalhos que tratam do assunto, para que se chegue à conclusão da pertinência em ensinar lógica no ensino médio, se o objetivo proposto de fato se consolidou.

4 RESULTADOS

Como já mencionado na metodologia, a princípio foi aplicada uma lista de atividades para se fazer a análise prévia, com o propósito de conhecer como os alunos utilizam a lógica para resolver problemas de matemática. Essa análise foi realizada corrigindo as atividades e ouvindo os alunos comentarem quais os procedimentos que usaram para solucionar as questões.

O referido questionário dispunha de 3 questões. Na primeira questão, tinha-se um exemplo típico de silogismo (que na teoria dos conjuntos, se refere à propriedade transitiva da inclusão), com três sentenças verdadeiras, e outras quatro que deveriam ser julgadas, sendo uma delas a verdadeira, em conformidade com as três iniciais, como mostra a figura 1:

Figura 1 Questão 1

1. Considere as seguintes sentenças:

1º) Nenhum esportista é preguiçoso.

2º) Carlos é advogado.

3º) Todos os advogados são preguiçosos.

Admitindo que as três sentenças são verdadeiras, verifique qual das sentenças a seguir é certamente verdadeira:

a) Todos os preguiçosos são advogados.

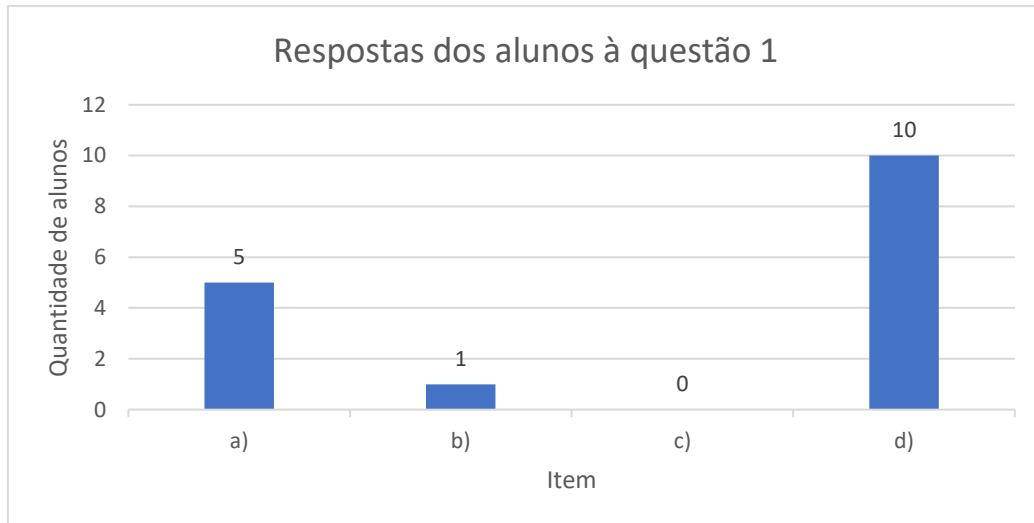
b) Algum esportista é advogado.

c) Alguns advogados são esportistas.

d) Carlos não é esportista.

Na aplicação da atividade prévia, participaram dezesseis alunos. A distribuição das respostas, segue conforme o gráfico a seguir:

Figura 2 Distribuição das respostas dos alunos à questão 1



Ao corrigir essa atividade e ouvir os alunos que responderam o item “a”, identificou-se que eles o associaram à sentença 3^o: *Todos os advogados são preguiçosos*, para concluírem que todos os preguiçosos são advogados. Isso revela uma falta de entendimento sobre o conceito de implicação e silogismo. Isso reforçou a necessidade de abordar o silogismo de forma mais aprofundada e isso foi colocado no plano de aula. Ao ouvir a aluna que respondeu o item “b”, ela justificou que apenas “chutou” a resposta, sem ter feito nenhuma associação lógica para esse “chute”. Já os demais, que responderam corretamente, ao serem interpelados, deixaram claro que analisaram as sentenças iniciais para concluírem que a verdadeira era o item “d”. É importante salientar que nenhum dos alunos recorreu ao uso do diagrama de Venn, recurso importante na resolução de problemas sobre conjuntos, mas tentaram responder utilizando-se da lógica.

Na segunda questão havia uma sequência de equivalências que geravam um erro proposital na conclusão, e pedia-se que fosse identificado esse erro.

Figura 3 Questão 2

2. Considere as seguintes (aparentes) equivalências lógicas:

$$\begin{aligned} x = 1 &\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \pm 1 \end{aligned}$$

Conclusão(?): $x = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Onde está o erro?

Os alunos ao serem interpelados sobre onde identificaram o erro, oito deles responderam que o erro estava na segunda linha, ao perceberem que o elemento x^2 deveria ter sido substituído por 1 (de fato, essa segunda equivalência está incorreta, já que a recíproca é falsa, pois na volta da equivalência conclui-se que apenas $x = 1$ é a raiz da equação, o que não é verdade, visto que $x = -1$ também é raiz de $x^2 - 2x + 1 = 0$). Os demais deram respostas diversas, revelando não terem associado passagens rápidas de uma equivalência para outra (o não aparecimento da raiz da terceira para a quarta passagem) e o sinal de multiplicação que surgiu na segunda equivalência. Conclui-se a necessidade de abordar a equivalência na aula que será planejada.

Para a terceira questão foi exposta um texto de autoria de Ledo Vaccaro (2017), sobre um fictício final para a trágica morte de Galois em um duelo.

Figura 4 Questão 3

3. Texto para Leitura

O Duelo de Galois (Fantasia)

Por Ledo Vaccaro Machado

O Sol apareceu curioso naquela manhã. Seus raios perpassavam as folhas do bosque e iluminavam em feixes a área onde se daria a contenda. Pierre, o desafiante, já aguardava com as testemunhas, todos homens distintos, a presença de Galois.

Não era a primeira vez que Pierre se apresentava no campo da "honra". Habilidade com as armas, detinha um cabedal de nomes que tombaram na ponta de seu orgulho. E Galois, homem de livros que nunca empunhara a mais inofensiva das ferramentas para malefício alheio, era, por certo, um candidato a aumentar tal macabro cabedal.

Na noite anterior, durante o intervalo de uma apresentação teatral, Galois ofereceu uma rosa à noiva de Pierre, menina que conhecia desde a infância. Mais por vaidade que por ofensa, Pierre ruborizou a face de Galois com pelica e marcou o duelo para a manhã seguinte.

Era direito do desafiado a escolha das armas que deveriam ser oferecidas pelo desafiante. Galois chega ao bosque.

— Acreditei que não viesses por temor de tua sorte – disse Pierre.

— Como poderia um homem fugir de seu destino?

Vendo que Pierre trazia um jogo de floretes e outro de pistolas, Galois assentou:

— Ofereces-me à escolha floretes ou pistolas. Todos bem sabemos que não há quem o supere nos floretes e não menor é tua habilidade com as pistolas. Sei, então, que não escolherei a arma com a qual duelaremos, mas, sim, aquela com a qual tombarei. Sintome incapaz de escolher minha morte. Se, por outro lado, permitisse que escolhesses as armas, quebraríamos as regras de um duelo e poderia alguém dizer que tivesses vantagens extras nessa contenda. Permite--me, pois, que faça a escolha de modo indireto. Assim, não abrirei mão do direito à escolha e, ao mesmo tempo, terei a sensação de ter sido o destino que determinou a forma de minha morte.

— Não me enfastie com teu conformismo. Terminemos logo com isso. Faça a escolha da forma que bem te aprouver.

— Não consegui entender qual tão grande ofensa te fiz que me trouxe a esse campo. Não sei se quero entender. Mas não quero morrer com uma dúvida que desde ontem me consome. Assim, te farei uma pergunta direta. Se a resposta for afirmativa, matar-me-ás com o florete e, se a resposta for negativa, matar-me-ás com a pistola. Dás tua palavra de honra que assim procederás?

— Todos sabem que em muito prezo minha palavra. Perante as testemunhas aqui presentes a empenho: assim procederei. Vamos. Qual pergunta selará tua sorte?

E Galois, com um sorriso vitorioso, perguntou:

— Morrerei pela pistola?

Todos ficaram atônitos. Com o mesmo sorriso, Galois virou-se e foi-se embora.

No campo, a empáfia da força jazia, tombada pela astúcia.

Por que o duelo não ocorreu?

Na análise das respostas dos alunos a essa pergunta, somente um aluno conseguiu perceber que as opções de respostas que Galois deu para Pierre responder à sua pergunta levavam a contradições, não sendo possível escolher uma arma para o duelo. Os demais atribuíram a não ocorrência do duelo devido à astúcia de Galois. Percebe-se que não tiveram uma contemplação da contradição, talvez uma das razões foi a linguagem, já que muitos não conheciam algumas palavras

que apareciam no texto. Outra razão poderia ser a extensão do texto, pois outros alunos reclamaram disso, e por desconhecerem o conceito de contradição ou paradoxo na lógica: e esse último fator levou a inclusão desse tema no planejamento.

Na aula de Lógica Matemática, foi abordado os conceitos de sentenças, conjunto universo e conjunto solução, a relação de inclusão e suas propriedades, silogismo, quantificadores, conectivos, equivalência lógica, tautologia, proposição logicamente falsa e negação de proposições. Foi dado especial destaque à relação de inclusão e a propriedade da transitividade, a equivalência lógica e a proposição logicamente falsa, que é o paradoxo lógico, por terem sido os temas identificados na análise prévia, com mais necessidade de serem trabalhadas.

A participação dos alunos nesse momento foi de suma importância para a efetivação do entendimento na temática trabalhada. Questionamentos, observações, elaboração de exemplos e respostas às perguntas por parte dos alunos, foram visíveis ao longo da aula. Paula (2008) afirma que é importante tornar a aula um momento em que a aprendizagem é favorecida, com o professor envolvendo e provocando a participação dos alunos.

No decorrer da aula também foi feita a correção da atividade prévia. A primeira questão foi corrigida após a abordagem sobre silogismo, a segunda questão após ter sido debatido as equivalências lógicas e a terceira questão depois de ter-se falado sobre proposição logicamente falsa.

Por fim, aplicou-se a última atividade, para que os conhecimentos adquiridos pelos alunos fossem exercidos. A atividade foi composta de três questões. Na primeira questão, foi trabalhado o silogismo, com três sentenças verdadeiras, e outras cinco que deveriam ser julgadas, sendo uma delas a verdadeira, em conformidade com as três iniciais, como mostra a figura 5:

Figura 5 Questão 1

1. Considere as seguintes premissas:

- (I) Quem sabe caçar borboletas não é engraçado.
- (II) Coelho não sabem andar de bicicleta.
- (III) Quem não sabe andar de bicicleta é engraçado.

Dentre as sentenças a seguir, diga qual pode ser conclusão das premissas:

- a) Quem não sabe andar de bicicleta é coelho.
- b) Quem sabe andar de bicicleta não é engraçado.
- c) Quem não sabe caçar borboletas é engraçado.
- d) Coelho não sabem caçar borboletas.
- e) As pessoas engraçadas não sabem andar de bicicleta.

Na aplicação dessa atividade, estiveram presentes 10 alunos, que responderam a primeira questão acertadamente.

Ao corrigir a questão e ouvir os alunos, constatou-se que eles fizeram a análise das premissas iniciais e concluíram que o item “d” era o correto. É importante reiterar que os alunos não utilizaram o diagrama de Venn, mas fizeram uso da lógica para chegarem à resposta verdadeira.

A segunda questão era constituída de uma sequência de implicações, que em uma das passagens, tinha um erro intencional, e se pedia para identificar o erro:

Figura 6 Questão 2

2. Considere as seguintes (aparentes) equivalências lógicas:

$$\begin{aligned}
 x = 3 &\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = \pm 3
 \end{aligned}$$

Conclusão(?): $x = 3 \Leftrightarrow x = \pm 3$. Onde está o erro?

Os alunos, ao serem questionados sobre onde encontraram o erro, todos responderam que o erro estava na segunda linha, ao identificarem que o x^2 deveria ter sido substituído por 3 (realmente, pois essa segunda equivalência está incorreta, já que a recíproca é falsa). Embora essa questão seja semelhante a da atividade prévia, o conceito de equivalência lógica foi entendido pelos alunos, conforme observado pelas suas respostas nesta questão.

Na terceira questão, foi apresentado o paradoxo do barbeiro, uma variante do paradoxo de Russel.

Figura 7 Questão 3

3. Paradoxo do barbeiro

Em uma pequena cidade, há apenas um salão de barbearia. Nem todos os homens da cidade vão ao barbeiro. Assim, a população masculina da cidade pode ser dividida em dois grupos: os que se barbeiam sozinhos e os que vão ao barbeiro.

Logo, supomos que o barbeiro faz a barba de todos os homens que não barbeiam a si mesmos, certo? Porém, o barbeiro faz ou não faz a sua própria barba?

Ao analisar-se as respostas dos alunos, verificou-se que 8 alunos concluíram que as possibilidades não eram válidas, não podendo chegar a uma resposta definitiva. Uma aluna respondeu “Lógico que sim! Se ele faz a barba dos outros, por que não faria a sua própria?”. No entanto, um aluno respondeu com base no ambiente de trabalho do barbeiro: se ele se barbeia na barbearia, faz parte do grupo dos que vão ao barbeiro, porém se ele se barbeia em casa, faz parte do grupo que se barbeia sozinho. É interessante essa resposta, pois torna possível tirar uma conclusão, com base no que se chama “convenções sociais”.

De posse da análise desses resultados, é possível afirmar que as competências e habilidades elencadas no referencial teórico foram alcançadas, pois os alunos ao resolverem os problemas, fizeram uso da capacidade de raciocinar e descreveram os passos para as suas resoluções, atitudes que são descritas tanto na parte geral como na parte específica das competências e habilidades em Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

Ao confrontar os resultados deste trabalho com os de Orsano (2018), Nascimento (2016), Neto (2008) e Pereira (2016), percebe-se que todos convergem na importância de se introduzir o ensino de lógica nas aulas de matemática de forma metódica e sistemática. Seja como um material de apoio, como uma sugestão de tema, como uma aplicação de atividades ou como uma abordagem introdutória, a lógica matemática deve, sim, estar presente no ensino básico.

CONCLUSÃO

Analisando todos os resultados obtidos, é possível concluir que trabalhar a lógica matemática foi bastante satisfatório, pois observou-se o acréscimo na capacidade de compreender e aplicar os conhecimentos de lógica para a resolução

de problemas nos discentes. Isso possibilita relacionar que a não abordagem da lógica de forma metódica no ensino básico corrobora para o insucesso da aprendizagem.

Todavia, não se pode atribuir a dificuldade de interpretar e resolver problemas somente à ausência da lógica matemática. Nos resultados de Pereira (2016), constatou-se que a falta da lógica implicou em perdas na casa de 20% no fracasso dos estudantes, indicando a existência de outros fatores para esse problema.

Incluir o estudo da lógica no ensino de matemática tem de ser uma necessidade não apenas pontual, mas constante, pois é mister em definições, postulados, demonstrações e na resolução de problemas. Esses pormenores não são compreendidos de forma intuitiva ou empírica, pois segundo Pereira (2016) “esse conjunto regimental deve ser discutido em detalhes, escrutinando as minúcias.” Além disso, em muitos momentos é exigido do estudante justificar os resultados em matemática, daí a relevância de trabalhar a lógica matemática de forma metódica e aplicá-la nos momentos em que são exigidas.

Por fim, a partir desse trabalho, defende-se a introdução do estudo da lógica nas aulas de matemática do ensino médio. As vantagens são observáveis e aprimorou a compreensão e o espírito investigativo dos estudantes. Espera-se também, que outros investigadores aprofundem a discussão sobre a importância da lógica matemática na vida escolar e no exercício pleno da cidadania.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 2000.
- BUCHSBAUM, A. **Lógica geral**. São José: UFSC, 2006.
- GODOY, A. S. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. São Paulo: Revista de Administração de Empresas, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.
- MATHEUS, A. dos R.; CANDIDO, C. C. A matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico. **Revista do Professor de Matemática**, n. 82, 2013.
- HECK, R. L. **Ensino da lógica na filosofia: filosofia da lógica e pensar crítico**. Belo Horizonte, v. 8, n. 15, p. 62-85, 2017.
- LIMA, E. L. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: SBM 2017.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo; EPU, 1986.

MACHADO, L. V. **Lógica e conjuntos.** 2017 (1h11m02s) Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=kkgokxCJuik>> Acesso em: 07/10/2019

NASCIMENTO, J. A. do. **Explorando a lógica matemática no ensino básico.** Natal: UFRN, 2016.

NASCIMENTO, J. do; MORELATTI, M. R. M. **A análise de erros em matemática: elementos para a formação docente.** CONPE Congresso Nacional de Psicologia Escolar e educacional (2009). Universidade Estadual de Maringá. Maringá - PR

NETO, A. A.; SAMPAIO, J. L. P.; LAPA, N.; CAVALLANTE, S. L. **Noções de matemática** volume 1 conjuntos e funções. Fortaleza: Ed. Vestseller, 2009.

NETO, R. de S. M. **Lógica matemática no ensino médio: uma proposta para mobilizar raciocínios.** São Paulo: PUC-SP, 2008.

ORSANO, D. R. R. **Uma abordagem do ensino de lógica matemática no ensino médio.** São Luís: UFMA, 2018.

PAULA, G. M. C de; BIDA, G. L. **A importância da aprendizagem significativa.** Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1779-8.pdf> Acesso em: 23/03/2020.

PEREIRA, I. R. **O sucesso escolar na interseção com o ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo.** Viçosa: UFV, 2016.

SCHEWTSCHIK, A. **O planejamento de aula: um instrumento de garantia de aprendizagem.** Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26724_13673.pdf. Acesso em: 24/02/2020.

SCOLARI, A. T.; BERNARDI, G.; CORDENONSI. **O desenvolvimento do raciocínio lógico através de objetos de aprendizagem.** Revista Renote: v. 5, n. 2, 2007.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Trad. Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.